2º

MATEMATICA

2º Grado

PROGRAMADORES-AUTORES:
Ministerio de Educación Nacional
Ana Celia Castiblanco Paiva
Gabriel Gutiérrez Palacios
Teresa León Pereira
Carmen Lucila Osorno Reyes

ASESOR:
Universidad Nacional de Colombia
Dr. Carlos E. Vasco Uribe

PROGRAMADORES-REVISORES:
Ministerio de Educación Nacional
Cecilia Casasbuenas Santamaría
Ana Celia Castiblanco Paiva
Virginia Cifuentes de Buriticá

COLABORADOR:
Ministerio de Educación Nacional
Orlando Múnera P.

Recomendaciones generales

El éxito de un programa depende, en gran parte, de la forma como se lleve a la práctica. Y la forma como se lleva a la práctica depende entre otras cosas, de la mentalidad y de la actitud de quien lo administra. De ahí la gran responsabilidad de las personas que ejercen esas funciones.

En relación con la educación matemática, el maestro desempeña una función importantísima, ya que es él quien en la práctica decide en qué medida se aplica la reforma.

Y para que el maestro colabore con esta tarea necesita, por lo menos:

— Convencerse de la necesidad del cambio.

— Sentirse participante activo de la reforma que se hace.

— Conocer qué es lo que se va a cambiar.

— Encontrar nuevas formas de trabajo que le permitan realizar el cambio que se desea.

Ampliando un poco estos puntos podemos decir:

Convencerse de la necesidad del cambio. Es difícil establecer cuál es el porcentaje de educadores colombianos que está realmente convencido de la necesidad de reformar la didáctica de la matemática. Quienes ya lo están deseando, seguramente han reconocido algunas fallas y/o la posibilidad de obtener mejores resultados. Entre quienes no desean el cambio puede haber algunos que tienen alguna razón pero también puede haber muchos realmente equivocados. Pueden tener parte de razón si han venido realizando un esfuerzo constante por actualizarse tanto en los contenidos como en los métodos. Están realmente equivocados quiene no hacen evaluación de su trabajo y desean simplemente seguir aplicando el método que ya conocen y que además a ellos como maestros les ha dado "buenos resultados". Lo grave es que muchas veces esos resultados "buenos" para el maestro, son resultados "malos" para los alumnos.

Sentirse participante activo de la reforma que se hace. Las personas directamente responsables de la elaboración de estos programas consideran necesaria la participación activa de todos los docentes. Esa participación incluye sugerencias, críticas, adaptaciones y todo aquello que trate de lograr los objetivos de la reforma.

Conocer qué es lo que se va a cambiar. Entre los cambios propuestos algunos son de contenidos y otros son de metodología. Los cambios de contenidos pueden detectarse mediante un análisis del programa nuevo y del correspondiente al decreto 1710. Los cambios de metodología, que se explican a continuación, son indispensables para lograr el mejoramiento cualitativo de la educación.

Sabemos que ya está superado el método verbalista en el cual se afirmaba: "La repetición es el alma de la enseñanza". Igualmente está superado el método sensorio-empirista en el cual se afirmaba: "Todo conocimiento entra por los sentidos". Cada uno fue bueno en su época y representó seguramente el mayor avance pedagógico del momento. Hoy, estamos seguros de que es necesario ir más allá de la repetición mecánica y de la simple impresión sensorial y de que debemos decidirnos a organizar las actividades de modo que el estudiante logre "aprender haciendo".

Encontrar nuevas formas de trabajo que le permitan realizar el cambio que se desea. En el programa se proponen algunas que pueden llevar al niño a "descubrir", a reformular los conceptos y por consiguiente a realizar un verdadero aprendizaje. Entre esas formas están: los trabajos en grupo y la solución y formulación de problemas concretos. Los trabajos en grupo favorecen la discusión, facilitan los aportes individuales y fomentan la colaboración. La solución y formulación de problemas concretos ubican al estudiante en su realidad, lo obligan a ser creativo, ingenioso y lo preparan para afrontar otros problemas que se le presenten en la vida.

La metodología que procura que el estudiante "aprenda haciendo" exige un cambio fundamental en varios aspectos del sistema educativo. Concretamente deben modificarse el papel del maestro, el papel del estudiante, el tiempo destinado para cada tema y lo que se espera que el estudiante aprenda. El maestro no puede seguir siendo un transmisor de conocimientos; el alumno no puede seguir siendo un receptor pasivo de contenidos; en cada tema debe darse el tiempo necesario para que el estudiante "aprehenda" los conceptos y el estudiante debe ser un agente activo de su propio desarrollo.

Estas ideas, sin ser muy fáciles de expresar, son más fáciles de escribir que de llevar a la práctica. Sin embargo, de su aplicación depende en gran parte el éxito de la reforma. Por eso es urgente que todas las personas que en alguna forma tengan que administrar los nuevos programas los conozcan muy bien y los discutan ampliamente, antes de ir a orientar las actividades de los alumnos. Este trabajo puede agilizarse con criterios como los que se enuncian a continuación:

— Considerar que el programa puede servirle al mismo docente como instrumento de capacitación inmediata.

— Preparar oportunamente las actividades que deben realizar los estudiantes. Esa preparación incluye el estudio del tema que se va a desarrollar, la preparación de los materiales, la organización de los estudiantes, etc.

Por otra parte todas las personas participantes debemos recordar que:

— Cada entidad territorial (Distrito Especial, departamento, intendencia o comisaría) y cada escuela, deben hacer la adaptación de las actividades, de los ejemplos y de los problemas a sus propias características y necesidades. Algunos educadores desearían que todas las actividades se adaptaran al sitio en donde están trabajando. Habrá ejemplos, problemas, materiales, etc., que resultarán apropiados para cualquier grupo de estudiantes; otros serán más apropiados para la costa que para el interior. En cada caso es el maestro quien puede establecer qué tan apropiada resulta una determinada actividad.

— La adaptación del currículo es fácil en la medida en que el maestro conozca el medio en que vive. Por eso cada educador debe convertirse en un asiduo investigador de su realidad y con base en ella formular y resolver problemas que por ser reales son significativos para los alumnos.

— Con las actividades que se explican en el programa se desea ayudar al docente en su labor. De ninguna manera se quiere restringuir su participación ni desconocer su iniciativa y creatividad.

— Algunos temas como las ~~relaciones~~, los fraccionarios y la geometría se trabajan con enfoques especialmente diferentes a los tradicionales. Por eso es conveniente estudiar muy atentamente los contenidos correspondientes y las actividades propuestas.

— Los objetivos específicos son una ayuda para detectar las causas de los errores de los alumnos y desarrollar distintas estrategias para corregirlos.

— Los indicadores de evaluación son una ayuda para formular preguntas, problemas e ítemes para las evaluaciones. Si el objetivo es muy específico, el indicador prácticamente se reduce a una redacción del mismo objetivo en una forma más próxima a su utilización para la evaluación. Si es menos específico, lo concreta a situaciones más fácilmente evaluables.

Cuando el logro del último objetivo de un bloque supone que los alumnos tuvieron que haber logrado previamente los objetivos anteriores de ese mismo bloque, basta utilizar el último indicador de evaluación.

Algunos objetivos no se logran en su totalidad al finalizar una actividad sino que se logran después de transcurrido un tiempo. Estos objetivos no se pueden evaluar inmediatamente. El maestro puede ir observando el nivel en que están los alumnos e ir reforzando sus actividades hasta la adquisición de los conceptos previstos. Es entonces cuando él puede decir cuándo y cómo hace la evaluación.

— Es importante que el maestro tenga en cuenta que para la evaluación formativa la ausencia de respuesta, o la respuesta diferente a la esperada, sirven de síntomas para diagnosticar el estado del proceso cognitivo. En este sentido es más ilustrativa una respuesta no esperada que la respuesta determinada por el indicador de evaluación: si responden "bien" no se sabe si entendió o no; si responden "mal", el "error" indica cómo va el proceso de aprendizaje. Por esto se debe observar que los alumnos estén razonando al dar una respuesta y que no la estén repitiendo mecánicamente.

— La evaluación global del curso debe hacerse con respecto a los objetivos generales.

Se podría continuar analizando el manejo del programa, pero las ideas anteriores pueden ser suficientes para que quienes lo van a aplicar tengan criterios claros para administrarlos acertadamente.

Objetivos generales

1. Determinar y representar conjuntos.
2. Hallar el número de elementos de algunos conjuntos.
3. Manejar relaciones de pertenencia y de orden.
4. Hallar subconjuntos de un conjunto dado.
5. Reconocer el significado de la "y" y de la "o" en una instrucción
6. Manejar algunas expresiones como: "todos", "algunos", "ninguno".
7. Adquirir habilidad para el cálculo numérico oral y escrito.
8. Reconocer números pares y números impares.
9. Adquirir habilidad para reconocer y representar los números entre cien y mil.
10. Distinguir, ante problemas concretos, aquellos que plantean una situación aditiva o multiplicativa y darles solución.
11. Utilizar en el cálculo numérico algunas propiedades de la adición y algunas de la multiplicación.
12. Formular el algoritmo para resolver algunas operaciones.
13. Reconocer múltiplos y divisores de algunos números.
14. Resolver problemas sencillos de análisis combinatorio.
15. Identificar y analizar fronteras y regiones en el plano y en el espacio.
16. Reconocer y clasificar algunos sólidos y algunas superficies planas.
17. Distinguir y emplear algunas transformaciones en el plano.
18. Medir longitudes, superficies, amplitudes y duraciones, empleando, en cada caso, alguna de las unidades estandarizadas.

CONTENIDOS BASICOS PARA LA EDUCACION BASICA PRIMARIA

TEMA / GRADO	1 SISTEMAS NUMERICOS	2 SISTEMAS GEOMETRICOS	3 SISTEMAS METRICOS	4 SISTEMAS DE DATOS	5 SISTEMAS LOGICOS	6 CONJUNTOS	7 RELACIONES Y OPERACIONES
1o	● Simbolización de números ● Naturales de 0 a 100 con adición y sustracción ● Algoritmos con aplicaciones ● Orden aditivo es mayor que es menor que ● Ordinales ● Operadores como —1, + 1, — 2, etc	● Relaciones espaciales ● Algunos sólidos geométricos regulares ● Figuras planas Bordes rectos y bordes curvos ● Introducción a la simetría ● Líneas (abiertas y cerradas)	● Introducción a la medición de longitudes patrones arbitrarios, el dm y el m ● Medición de tiempo	● Iniciación a gráficas de barras		● Clasificaciones ● Noción de conjunto elemento ● Conjuntos equinumerosos ● Noción de unión de conjuntos disyuntos ● Representación gráfica ● Arreglos sencillos	● Iniciación a la representación de relaciones ● Diversas maneras de efectuar operaciones
2o	● Naturales de 0 a 1000 con adición, sustracción y multiplicación, división (iniciación) ● Números pares y números impares ● Algoritmos con aplicaciones ● Orden multiplicativo es múltiplo de es divisor de	● Rectas paralelas perpendiculares ● Rotaciones y giros Angulos ● Formas geométricas regulares cuadradas, triangulares, rectangulares y circulares. ● Noción de perímetro	● Longitud m, dm, cm ● Superficie Unidades arbitrarias, dm^2. ● Unidades de duración: horas, minutos.	● Gráficas de barras	● Significado de la "y" y de la "o" en una instrucción. ● Expresiones "Todos", "Algunos", "Ninguno".	● Pertenencia ● Noción de subconjunto ● Unión de conjuntos disyuntos y no disyuntos ● Cardinal de un conjunto, cardinal de la unión ● Parejas con y sin orden	● Propiedades conmutativa, asociativa, modulativa de algunas operaciones
3o.	● Naturales mayores que 1 000 con adición, sustracción, multiplicación y división ● Algoritmos generalizados para adición, sustracción y multiplicación con aplicaciones ● Números primos ● Operadores naturales ● Introducción a los operadores fraccionarios	● Superficies (fronteras de sólidos) Superficies planas. ● Líneas (fronteras de superficies) ● Puntos (fronteras de líneas). ● Caracterización de triángulo, cuadrado, rectángulo, círculo	● Longitud m. múltiplos y submúltiplos. Yarda y vara ● Superficie Area, patrones standarizados: m^2, cm^2, y mm^2 ● Volumen. Patrones arbitrarios ● Capacidad: patrones arbitrarios. Litro.	● Recolección de datos ● Tabulación y representación de datos.	● Diversos significados de la "y" y de la "o" en el lenguaje ordinario ● Diversas maneras de cuantificar expresiones	● Simbolización de las relaciones de pertenencia y contenencia ● Unión e intersección ● Algunos arreglos con y sin orden	● Relaciones de orden Representación sagital ● Propiedades antisimétricas y transitiva ● Propiedades conmutativa, asociativa y modulativa de algunas operaciones
4o.	● Naturales con adición, sustracción, multiplicación y división ● Numeración romana ● Fraccionarios con adición, sustracción y multiplicación ● Decimales con adición y sustracción ● Algoritmos con aplicaciones ● Orden multiplicativo	● Modelos de sólidos ● Cuadriláteros: trapecios. ● Perímetro (generalizado). ● Radios, diámetros. ● Areas trapecio, cuadrado, rectángulo, triángulo. ● Cuadrícula	● Area. Algunos múltiplos y submúltiplos del m^2 Medidas agrarias. ● Volumen: m^3, dm^3, cm^3. ● Peso. gramo, kilogramo.	● Recolección de datos ● Tabulación y representación de datos. ● Iniciación al análisis de datos	● Proposiciones ● Significado, valor de la verdad, negación, conjunción, disyunción exclusiva ● Negación de expresiones cuantificadas	● Relaciones de contenencia ● Igualdad de conjuntos ● Conjunto referencial ● Complemento de un conjunto simbolización y representación. ● Algunos tipos de arreglos	● Relación inversa ● Diagramas sagitales Propiedades antisimétrica y transitiva
5o.	● Naturales con adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación, logaritmación ● Fraccionarios con adición, sustracción, multiplicación y división ● Decimales con adición, sustracción, multiplicación y división ● Algoritmos con aplicaciones ● M C D y M C M ● Razones y proporciones ● Proporcionalidad directa e inversa	● Construcciones con regla y compás ● Polígonos regulares ● Construcción de algunos sólidos ● Area del círculo ● Area y volumen de algunos sólidos	● Conversiones con unidades de longitud, área, capacidad y peso. ● Otras unidades de peso. ● Unidades de tiempo. ● Conversiones.	● Nociones de frecuencia, promedio y moda en un conjunto pequeño de datos	● Disyunción fuerte y débil (exclusiva e inclusiva) ● Conjunción	● Extensión y comprensión ● Conjuntos infinito (N), unitario, vacío ● Unión e intersección ● Producto cartesiano (introducción) ● Otros tipos de arreglos	● Recopilación de las operaciones conmutativas, asociativas modulativas estudiadas ● Igualdades

Contenidos

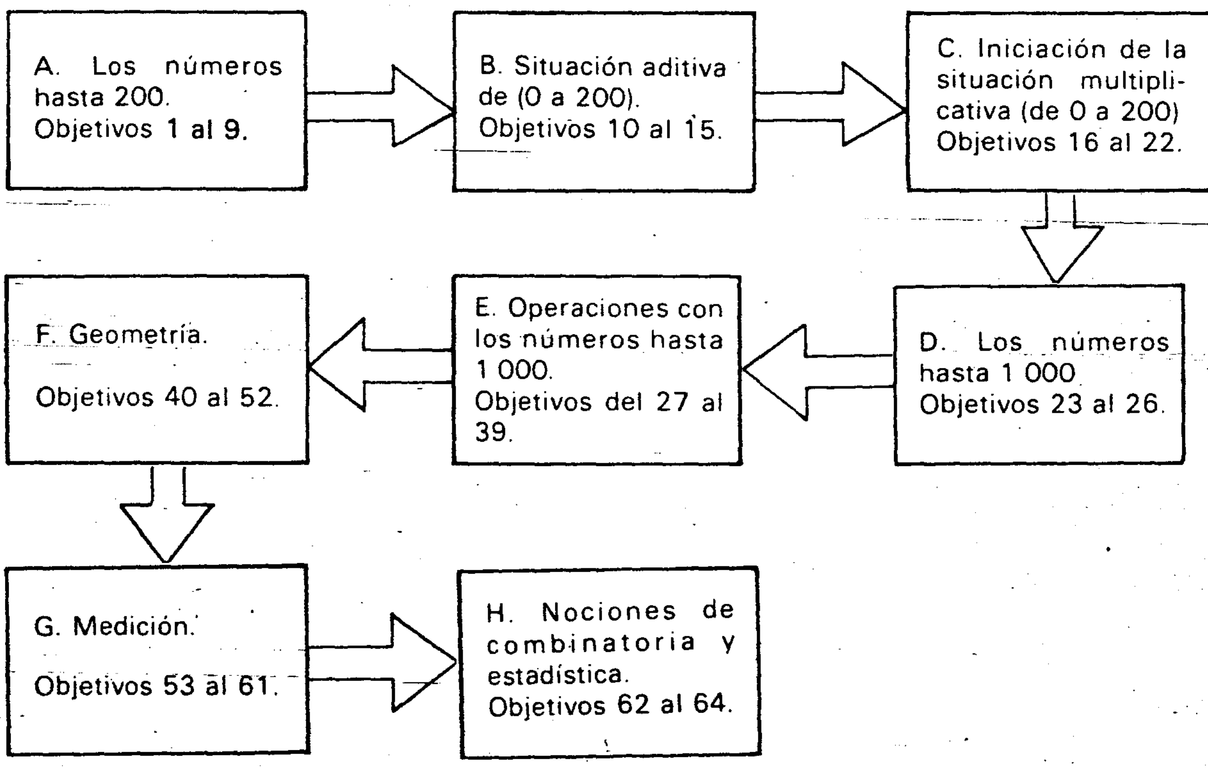
— A medida que el niño crece, puede realizar actividades cada vez más complejas. A medida que el estudiante avanza en el estudio de una materia, puede trabajar los conceptos a un nivel más complejo. Para hacerlo con éxito, es necesario que estos se les presenten en una secuencia adecuada; así, unos sirven de base para el aprendizaje de los demás.

Eso sucede con los contenidos de matemáticas. Lo que el niño aprende en primero debe servirle de base para desarrollar el programa de segundo; lo que aprende en primero y en segundo debe servirle de base para tercero y así sucesivamente.

Por consiguiente, al analizar el programa de matemática para cualquiera de los grados de la educación básica, es necesario tener presente cuáles contenidos y con qué profundidad se trataron en el grado o en los grados anteriores.

En este grado se ampliará el concepto de número y la situación aditiva; se iniciará el estudio de la situación multiplicativa, lo mismo que el de algunas regularidades del lenguaje usual. Se continuará con el desarrollo del proceso de medir longitudes y lapsos de tiempo y se iniciará la medición de superficies. También serán objeto de estudio algunos conceptos geométricos y algunas formas geométricas, y se continuará con la elaboración de gráficas de barra.

El siguiente esquema muestra una propuesta de la secuencia que se puede seguir en el desarrollo del programa de segundo grado.



Sin embargo, al desarrollar el programa esta secuencia puede modificarse teniendo en cuenta los intereses de los alumnos, las necesidades de integración y que algunos temas son pre-requisitos para otros. Otras propuestas de secuencias podrían ser:

A → D → B → C → E → F → G → H

A → B → D → C → E → F → G → H

Si se avanza con los números hasta mil, antes de estudiar la situación multiplicativa, el maestro tendrá en cuenta que en la descomposición de dichos números no será conveniente utilizar la multiplicación. En este caso las descomposiciones serán del tipo:

547 = 5 centenas 4 decenas 7 unidades
= 500 + 40 + 7

Cuando se vea la multiplicación se harán las descomposiciones como se sugiere en la actividad correspondiente.

La primera parte del desarrollo del programa va encaminado a repasar algunos temas estudiados en el primer grado, tales como el concepto de número, la simbolización de los números y su descomposición en decenas y unidades. Dentro de este repaso se estudian algunos conjuntos especiales de números de manera tal, que sin que aparezcan formulados explícitamente objetivos relacionados con conjuntos, sí se utiliza este lenguaje y también las relaciones entre conjuntos y elementos.

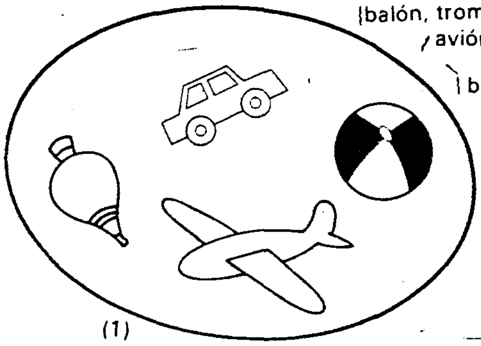
— En el primer grado los alumnos hicieron representaciones de conjuntos mediante dibujos que tenían alguna semejanza con los objetos que manipulaban. Este es un primer nivel de simbolización. En segundo, las representaciones se hacen con los nombres de los objetos o con la inicial del nombre, evitando que una misma inicial represente dos o más objetos diferentes de un mismo conjunto; los nombres o las iniciales se escriben con minúscula. Las representaciones de los elementos de un conjunto se encierran entre llaves ({ }).

Ejemplo: Aníbal tiene un balón, un trompo, un carro y un avión.

Para representar el conjunto de los juguetes de Aníbal se pueden utilizar las siguientes formas:

{balón, trompo, carro, avión}(2)

{b,t, c, a}(3)



(1)

Para pasar de un nivel de simbolización a otro, hay que tener especial cuidado y cuando sea necesario seguir los pasos (1), (2) y (3) hasta que los alumnos, espontáneamente, elijan la representación más simplificada (que es la más abstracta).

— En un conjunto se pueden seleccionar algunos de sus elementos para formar un nuevo conjunto, que se llama subconjunto del primero.

— Dos conjuntos son disyuntos cuando no tienen elementos comunes. Por ejemplo, el conjunto de los números pares y el conjunto de los números impares, son disyuntos.

— En el lenguaje ordinario hablamos con frecuencia de "parejas" o "pares". Una pareja de enamorados, una pareja de caballos, una pareja de ases (un par de ases)... Generalmente no importa el orden de los dos elementos de la pareja. Una pareja o un par, sería pues un conjunto de dos elementos. Por ejemplo, una pareja de números podría ser: 5, 10. Pero muchas veces es importante que el primer elemento de la pareja cumpla una característica determinada y el segundo elemento otra.

Ejemplo: en el conjunto {5, 10} no hay propiamente un primer elemento, pues {5, 10} = {10, 5}, pero si queremos que el primer número represente la hora y el segundo los minutos, sí importa mucho el orden de los elementos: las 10 y 5 no es lo mismo que las 5 y 10.

Cuando importa el orden y tenemos que saber cuál es el primer elemento y cuál el segundo elemento de la pareja, decimos que está ordenada, y ya no podemos representar esa pareja escribiendo los dos elementos, entre llaves. Podemos llegar a un acuerdo: cuando el orden sea importante, escribimos los elementos entre paréntesis: (10, 5).

Entonces la pareja (5, 10) será distinta a la anterior (10, 5), pues representan tiempos diferentes.

Estas pareja o pares, en los que importa el orden de los elementos, se llaman "parejas ordenadas" o "pares ordenados" y se representan con paréntesis: (a, b).

Las parejas o pares en los que no importa el orden, se llaman "parejas desordenadas" o "pares desordenados" y se representan con corchetes: {a, b}. Las características más importantes de las parejas o pares son

1) $\{a, b\} = \{b, a\}$; pero si $b \neq a$ $(a, b) \neq (b, a)$.

2) (a, b) tiene primer elemento: a, y segundo elemento: b, pero {a, b} no tiene primer elemento ni segundo elemento.

— Los conjuntos en los cuales se estudiarán algunas relaciones deben ser suficientemente conocidos por los alumnos. Mediante esas relaciones se explicitan los nexos que existen entre los objetos. Así, en el grado anterior se inició el estudio de las relaciones de orden: "...es mayor que ..." y "...es menor que ...". En este grado se ampliará el estudio de estas relaciones y se trabajará con otras, tales como: "...es un múltiplo de..." y "...es un divisor de...".

— En cuanto a las operaciones, en el primer grado, se trataron la adición y la sustracción. Mediante una operación a partir de uno o dos elementos, se obtiene un nuevo elemento. Así, dado el elemento 3, la duplicación produce el elemento 6, o, dados los elementos 2 y 3, la adición produce el elemento 2 + 3 o sea 5. Nótese que 2 + 3 es el resultado indicado de la operación. Las operaciones son esencialmente de carácter dinámico pues transforman uno o dos objetos en otro objeto.

En este grado, además de las operaciones de adición y sustracción, se estudiarán la multiplicación y la división.

Compare estas situaciones:

A. $\boxed{2 \times}\ 3 = 6$ B. $2 \times 3 = 6$

C. $2\ \boxed{+3} = 5$ D. $2 + 3 = 5$

En el caso A, aparece la operación de **duplicar** aplicada al 3, que produce el 6. En el caso B, aparece la operación de **multiplicar** aplicada al 2 y al 3, que produce el 6.

En el caso C, aparece la operación de **aumentar en tres** aplicada al 2, que produce el 5. En el caso D, aparece la operación de **sumar** aplicada al 2 y al 3, que produce el 5.

Así, una operación que se aplica a dos argumentos, llamada operación binaria, puede también interpretarse como una operación que se aplica a un solo argumento, llamada operación unaria. Explore si a los niños les parece más natural la operación unaria o la binaria, (sin utilizar las expresiones "unaria" ni "binaria").

— El conjunto de los múltiplos, en sentido estricto, de un número dado, está formado por aquellos números que resultan de multiplicar el número dado por los números 2, 3, 4, 5, 6, ... Esto indica que el conjunto de los múltiplos de un número en sentido estricto, está formado por los múltiplos que son estrictamente mayores que el número. También se llama el conjunto de "múltiplos estrictos".

El conjunto de los múltiplos, en sentido amplio, de un número dado, es el conjunto de los números que resultan de multiplicar el número dado por 1, 2, 3, 4, 5, ... Esto indica que el conjunto de los múltiplos de un número, en sentido amplio, está formado por el mismo número y por todos los múltiplos, en sentido estricto, del número. Generalmente en los libros cuando se refieren a "los múltiplos de un número", lo consideran en sentido amplio.

— El conjunto de los divisores, en sentido estricto, de un número dado, está formado por los números menores que el número dado y tales que, al dividir ese número dado por cualquiera de ellos, la división tiene como residuo cero. Esto indica que el conjunto de los divisores, en sentido estricto, de un número, está formado por los divisores del número que son estrictamente menores que él.

El conjunto de los divisores, en sentido amplio, de número está formado por los divisores menores o iguales al número, es decir, está formado por el conjunto de los divisores del número, en sentido estricto y por el mismo número, ya que todo número, es divisor de sí mismo.

— En cuanto a la lógica matemática no se trata de empezar su estudio, sino de hacer que el estudiante caiga en cuenta de ciertas regularidades del lenguaje usual. Son estas regularidades las que se irán matematizando progresivamente.

Las expresiones: "todos", "algunos", "ninguno", "algunos no", se llaman cuantificadores. Además de estos, hay otros cuantificadores.

Los cuantificadores hacen referencia a la cantidad de elementos que cumplen una condición sin recurrir al conteo.

En este grado, se ejercitará el uso concreto de esas expresiones, sin utilizar la palabra "cuantificador".

En el curso anterior, como iniciación a la construcción de gráficas de barras, se construyeron torres para representar el número de elementos de un conjunto. En este grado, se tomará en cuenta la frecuencia con que se da un evento y a partir de estos datos se elaborará la gráfica de barras correspondiente.

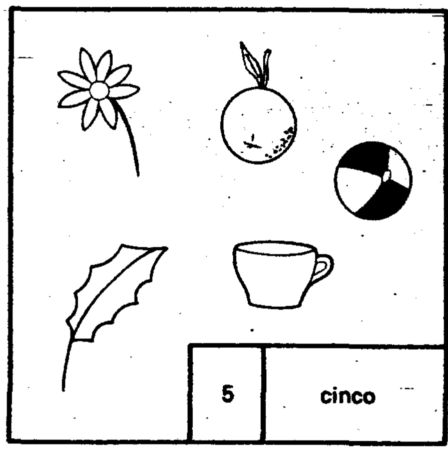
Objetivos específicos, indicadores de evaluación, actividades y sugerencias metodológicas

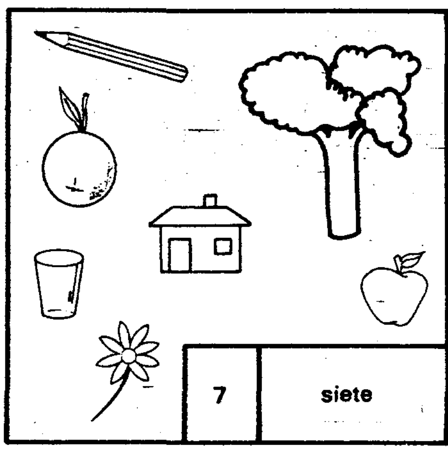
Objetivo específico	**Indicador de evaluación**
1. Reconocer y simbolizar el número de elementos de un conjunto.	**El niño contará y escribirá en cifras y en letras, el número de elementos de un conjunto.**

Actividades y sugerencias metodológicas

Una actividad para el logro de este objetivo se podrá organizar utilizando cartulinas, sobre las cuales se pegarán recortes de revistas y periódicos que muestren objetos. Así, cada niño formará sobre una cartulina un conjunto de objetos. En la parte inferior de la cartulina se dejará un espacio para que los niños, luego de contar los elementos del conjunto, representen en cifras y en letras el número de objetos de cada conjunto.

Por ejemplo:





También podrán hacerse dibujos directamente sobre la cartulina o en los cuadernos de los alumnos

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
2. Representar en cifras y en letras los números de uno a cien.	El niño escribirá en cifras y en letras números de uno a cien.
3. Contar de diez en diez a partir de once, de doce, o de trece, etc.	El alumno contará de diez en diez, a partir de un número entre diez y veinte.
4. Descomponer un número en decenas y unidades.	El alumno dirá cuántas decenas y cuántas unidades hay en un número dado.

Actividades y sugerencias metodológicas

Inicialmente, y a manera de repaso, los niños contarán de uno a cien. El maestro podrá hacer énfasis en los nombres de los dígitos, los cuales escribió en cifras y en letras en la actividad anterior. Deberá señalar cómo los números del once al quince tienen nombres que no tienen relación con su formación, por ejemplo:

11 es diez y uno, pero se llama once.

13 es diez y tres pero se llama trece.

15 es diez y cinco, pero se llama quince.

En cambio

16 es diez y seis, y se llama dieciséis.

19 es diez y nueve, y se llama diecinueve.

Es importante que los niños aprendan cómo los números comprendidos entre 21 y 29 se escriben con una sola palabra, así, por ejemplo:

21 es veinte y uno y se lllama veintiuno.

23 es veinte y tres y se lllama veintitrés.

27 es veinte y siete y se lllama veintisiete.

En cambio números como los siguientes se escriben con tres palabras:

31 es treinta y uno y se llama treinta y uno.

43 es cuarenta y tres y se llama cuarenta y tres.

96 es noventa y seis y se llama noventa y seis.

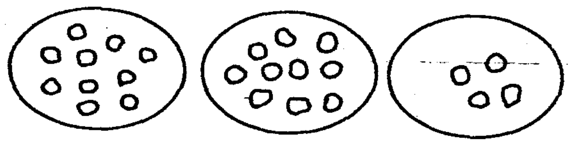
Para ampliar esta actividad, el maestro ideará ejercicios en los que los niños practiquen la lectura y escritura de los números. Por ejemplo se hacen cuadritos en cartulina, y en ellos se escribe un dígito. A continuación se colocan dentro de una caja, y se indica a un niño que saque dos de ellos y forme un número de dos dígitos. Otro de sus compañeros lo leerá y otro lo escribirá en el tablero, con palabras.

La actividad puede continuarse con un material preparado por los niños en grupos. Cada grupo hará una lista de los números de uno a cien, escrita en una cinta de papel o de cartulina.

1, 2, 3, 4, ... 11, 12, 13, ... 100

Se pedirá a cada grupo que lea en su cinta los números que terminen en cero: 10, 20, 30, 40,... 100. Se harán preguntas como: ¿cuánto hay que sumar a 10 para obtener 20?, ¿cuánto hay que sumar a 60 para obtener 70?, etc., hasta que los niños adquieran habilidad para contar de 10 en 10, a partir de 10. Con el mismo procedimiento, los niños contarán de 10 en 10 a partir de 11, de 12, de 13, etc. Estos ejercicios se harán posteriormente sin ayuda de los números escritos.

Antes de descomponer un número en decenas y unidades, es conveniente que con algún material (por ejemplo piedritas), los niños formen los grupos de a 10 que resulten y cuenten las unidades que no alcanzaron a formar una decena. Si el número de objetos es 24, se verá que formaron 2 grupos de a 10 y quedaron 4 unidades sueltas:



Si algún niño dice que en 24 hay 24 unidades, la respuesta es correcta, pero si dice que hay 4 unidades la respuesta es incompleta: es necesario precisar que son 2 decenas y 4 unidades; las 4 unidades son las que han quedado sueltas y no pudieron formar una decena.

Se propondrán ejercicios como:

47 = $\boxed{}$ decenas y $\boxed{}$ unidades

36 = $\boxed{}$ decenas y $\boxed{}$ unidades

Con números dígitos escritos sobre cartulinas, en las cuales se hayan escrito los dígitos para las unidades, en azul, y los dígitos para las decenas, en rojo, se harán ejercicios similares.

El material puede tener tarjetas como las siguientes:

$\boxed{3}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ $\boxed{7}$

$\boxed{9}$ $\boxed{5}$ $\boxed{4}$ $\boxed{7}$ ...

Si se pide a un niño que represente con cartulinas un número como 46, el niño seleccionará tarjetas como:

4	6

Deberá atenderse al orden en la colocación de estas tarjetas.

Objetivo específico	Indicador de evaluación
5. Reconocer números pares y números impares.	Dado un conjunto de números, el estudiante los clasificará según sea par o impar.

Actividades y sugerencias metodológicas

El maestro y los niños conseguirán unos granos de maíz, piedritas o tapitas o cualquier otro material. Harán con ellos un montón. Si el material disponible son piedritas, los niños pasarán en orden y cada uno tomará unas pocas de ellas y las colocará en su pupitre.

Cuando el maestro les indique, las contarán y anotarán el resultado en su cuaderno. Después tomarán esas piedritas, de dos en dos, observarán si sobran piedritas o no; en el caso de que sobren anotarán cuántas sobran.

Terminada esta operación, cada niño tendrá los siguientes datos: el número de piedritas que tomó y el número de piedritas que le sobraron, después de tomarlas de dos en dos. Una vez que los niños tengan estos dos datos, los dictarán en forma ordenada al maestro, quien los escribirá en el tablero.

Ejemplo: Juanito contó 10 piedritas y María 13 piedritas.

Piedras que tomó Juanito
Número de piedritas: 10

Número de piedritas que sobran al hacer parejas: 0

Piedritas que tomó María
Número de piedritas: 13

Número de piedritas que sobran al hacer parejas: 1

Cuando todos los niños hayan hecho el ejercicio y se tenga un número de datos apreciable, el maestro los analizará con los niños, para descubrir qué característica tienen los números con los cuales se pueden formar parejas sin que sobren piedritas.

Para iniciar el análisis se harán dos columnas: una con los números que permitieron formar parejas sin que sobren piedritas, y otra con los números con los cuales al formar parejas sobró una.

El maestro dirá a los niños que los números de la primera columna se llaman NUMEROS PARES, porque al hacer parejas no sobran piedritas y a los de la segunda columna IMPARES, porque al hacer parejas sobra una piedrita.

Se obtendrá una situación como la siguiente:

Números pares	Números impares
4	3
12	11
18	13
20	17
6	5
22	7
8	21
10	29
⋮	⋮

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
6. Reconocer y simbolizar los números hasta el 200.	El estudiante representará en letras y en cifras algunos números entre 100 y 200.
7. Representar el doscientos mediante sumas.	El alumno dará varias representaciones de 200 en forma de sumas.

Actividades y sugerencias metodológicas

La actividad puede iniciarse pidiendo a los niños que escriban algunos de los números que ya conocen. Para ésto, pueden buscar el anterior y el siguiente de un número dado. Analizarán cómo el anterior de un número se obtiene restando 1 a ese número y el siguiente, se obtiene sumando 1 a dicho número.

Ejemplo:

	81	

80	81	82

81 - 1	81	81 + 1

	99	

98	99	100

99 - 1	99	99 + 1

De esta manera 100 es el siguiente de 99.

Para obtener números mayores que 100 (entre 100 y 200), el maestro pedirá a los niños que representen los números de 0 a 99 en diez filas, como se indica a continuación:

_ _ 0,	_ _ 1,	_ _ 2, ...,	_ _ 9
_ 1 0,	_ 1 1,	_ 1 2, ...,	_ 1 9
2 0	2 1	2 2	2 9
3 0	3 1	3 2	3 9
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
_ 9 0,	_ 9 1,	_ 9 2, ...,	_ 9 9

Observarán que se han formado columnas: una terminada en 0, otra terminada en 1, otra en 2, etc. En seguida los alumnos escribirán, en palabras, los números de cada columna. Para esto podrán utilizar un cuadro como el siguiente (el espacio en blanco será utilizado después).

	cinco
	quince
	veinticinco
	treinta y cinco
	cuarenta y cinco
	cincuenta y cinco
	sesenta y cinco
	setenta y cinco
	ochenta y cinco
	noventa y cinco

Cuando los niños hayan terminado esta tarea, el maestro los orientará para que entre todos descubran cómo se pueden obtener los números mayores que 100, a partir del trabajo que ya han realizado.

Observarán que el último número que han simbolizado es 99, al seguir contando tendrán 100. ¿Cómo simbolizarlo a partir de 0? Basta colocar 10 en los espacios vacíos. Asimismo, se hará hasta 109. Nótese que esos 10, que se agregan son 10 decenas. En las demás filas el único espacio se llenará con el 1; este espacio corresponde al lugar de las centenas.

El maestro advertirá a los niños que al llenar los lugares vacíos se obtiene un número que es el resultado de haber sumado 100 al número que se tenía inicialmente. Ejemplo:

_ _ 8 → 1 0 8   108 = 100 + 8

_ 5 1 → 1 5 1   151 = 100 + 51

Para la representación en palabras basta anteponer la palabra "ciento" a la representación original. Para el cuadro que se tomó como ejemplo se tiene:

ciento	cinco
ciento	quince
ciento	veinticinco
ciento	treinta y cinco
ciento	cuarenta y cinco
ciento	cincuenta y cinco
ciento	sesenta y cinco
ciento	setenta y cinco
ciento	ochenta y cinco
ciento	noventa y cinco

Hasta aquí han llegado al 199. Se puede hacer algún ejercicio que permita afianzar la simbolización y formación de estos números: dar un número a cada niño para que lo represente y lo exprese en unidades, decenas y centenas. Para ésto, pueden valerse de un cuadro como el siguiente:

Centenas	Decenas	Unidades

Este cuadro permite ver que la cifra colocada en cada casilla representa las unidades de ese orden (unidades, decenas o centenas) que quedaron sueltas, es decir que no alcanzaron a formar una unidad del orden inmediato superior. También, permite ver cuántas unidades, cuántas decenas o cuántas centenas hay en un número determinado.

Ejemplos:

Centenas	Decenas	Unidades
1	4	6
1	0	8
	8	0

Según la posición que ocupa cada una de las cifras de 146, el hecho de que 6 esté en la casilla de las unidades significa que han quedado 6 unidades sueltas que no alcanzaron a formar una decena; de igual manera el 4 significa que quedaron 4 decenas sueltas que no alcanzaron a formar una centena y el 1 indica que solamente se formó una centena. Esto es lo que se tiene en cuenta para representar cualquier número en base diez.

El alumno además puede contestar a las siguientes preguntas: ¿Cuántas unidades hay en 146?, ¿cuántas decenas hay en 146?, ¿cuántas centenas hay en 146?

Encontrará que hay 146 unidades; 14 decenas; 1 centena.

Al preguntar a los niños por el siguiente de 199, aunque no sepan simbolizar doscientos, saben que es 199 + 1 y se procederá a hacer esta adición utilizando el cuadro anterior:

Centenas	Decenas	Unidades
1	9	9
		1
2	0	0

Al adicionar 9 + 1 unidades, dan 10 unidades, o sea 1 decena. Al adicionar esta decena con las 9 ya existentes, se obtendrán 10 decenas, o sea una centena que adicionada con la ya existente da 2 centenas. De esta manera el nuevo número se escribe: 200.

A continuación expresarán 200 mediante sumas como:

150 + 50 100 + 100
160 + 40 110 + 90, etc.
140 + 60

Para ésto, se distribuirán los niños en dos grupos, un grupo dirá un sumando y, el otro grupo, el otro y viceversa. Se escribirán en el tablero las sumas correspondientes

Centenas	Decenas	Unidades
1	1	0
	9	
2	0	0

Objetivo específico

8. Escribir conjuntos de números que cumplan alguna condición relacionada con su representación (como escribirse con una sola cifra, terminar en cero, etc.).

Indicador de evaluación

Dada una condición relacionada con la representación de los elementos de un conjunto de números, el alumno lo escribirá.

Actividades y sugerencias metodológicas

Para afianzar la simbolización de los números, analizar algunas particularidades de dicha simbolización y ampliar algunas nociones sobre conjuntos, se trabajará con conjuntos cuyos elementos sean los mismos números. Dentro de estas actividades se tratará de precisar el significado de la "y" y de la "o" en una instrucción y el de algunas expresiones del lenguaje tales como "todos", "algunos" y "ninguno".

El maestro hará énfasis en el uso adecuado de estas expresiones a lo largo de todo el curso.

Para el desarrollo de la actividad, los alumnos pueden trabajar en pequeños grupos. El maestro les dirá que van a trabajar con los números desde **1 hasta 100.** Hacer esta observación es de suma importancia, porque las afirmaciones, relaciones y conclusiones que se establezcan, harán referencia a los elementos de ese conjunto (referencial) y **no** a otros.

Cada uno de los grupos de alumnos, recibirá una instrucción escrita como:

1. Busca todos los números que se escriben con una sola cifra.

2. Busca algunos de los números que se escriben con dos cifras y que terminan en cero.

3. Busca todos los número de dos cifras que empiezan con 1.

4. Busca todos los números de dos cifras que empiezan con 1 y también terminan en 1.

5. Entre los números que se escriben con una sola cifra, busca aquellos que son pares.

6. Busca todos los números de una sola cifra que son impares.

7. Busca algunos de los números entre 39 y 61 que son pares.

8. Busca todos los números entre 39 y 61 que son pares.

Para verificar si los niños escribieron los conjuntos descritos en las tarjetas, se propondrá intercambiar, entre los grupos, los trabajos, para que así sean ellos mismos quienes hagan una primera revisión.

Luego, en cada grupo, un niño leerá la tarjeta que se les entregó al iniciar la actividad, y otro leerá la lista de los números que encontraron; el maestro escribirá en el tablero la lista de los números y aprovechará la ocasión para enseñarle a los alumnos una "nueva forma de representar conjuntos": los elementos se encierran entre llaves, { }, y se separan por medio de comas.

Si la instrucción es la que aparece en la tarjeta 1, el maestro escribirá la lista que den los niños así;

Tarjeta 1: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,} = A

Es importante insistir en la correcta utilización de esta simbolización; ella es universal.

Otros conjuntos que se obtendrán a partir de los determinados en las tarjetas son:

— el conjunto unión de dos de ellos

— el conjunto de los elementos comunes a dos de ellos,

— subconjuntos de un conjunto.

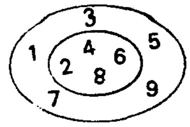
Ejemplos: tarjeta 5: { 2, 4, 6, 8} = P

tarjeta 6: { 1, 3, 5, 7, 9} = B

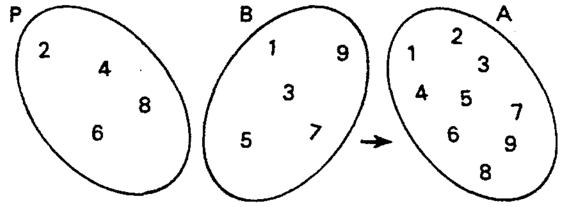
Se observará que todos los elementos de P también son elementos de A. Para hacer esta comparación pueden señalarse en A los elementos de P, así:

{1, <u>2,</u> 3, <u>4,</u> 5, <u>6,</u> 7, <u>8,</u> 9}

Otra simbolización que permite visualizar mejor la relación de contenencia entre conjuntos, es la representación gráfica que se utilizó en el grado anterior.



Si se toman los conjuntos P y B y se reúnen, se observará que el resultado es el conjunto A



De los conjuntos descritos en las tarjetas 2 y 3 se puede preguntar: ¿tienen elementos comunes? Se verá que el único elemento común es el 10.

tarjeta 2: {<u>10</u>; 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 }

tarjeta 3: {<u>10</u>; 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19}

¿Tienen los conjuntos P y B elementos comunes?

Se observará que no. De los conjuntos A y del conjunto dado en la tarjeta 3, se puede decir lo mismo: no tienen elementos comunes.

Las instrucciones consignadas en las tarjetas 7 y 8 permiten ver la diferencia entre la utilización de las expresiones **todos** y **algunos.** El maestro les hará caer en la cuenta de que para satisfacer la instrucción dada en la tarjeta 7 basta escribir unos pocos elementos. Si alguien los escribe **todos**, también está bien, es decir, que en este caso quedan satisfechas tanto la 7 como la 8.

El maestro puede proponer otras tarjetas y otro tipo de actividad para los mismos fines.

Objetivos específicos	**Indicadores de evaluación**
9. Comparar dos números de 1 a 200, según las relaciones "... es mayor que..." y "... es menor que..."	**Dados dos números de 1 a 200, el estudiante dirá cuál es el mayor y cuál es el menor.**
10 Resolver y formular problemas cuya solución requiera de la adición.	**El estudiante redactará un problema que requiera de la adición y lo resolverá.**

Actividades y sugerencias metodológicas

Para comparar dos números entre 1 y 200, mediante las relaciones; "... es mayor que..." o "... es menor que...", podrán trabajar en dos equipos. Un niño de un equipo dará dos números entre 1 y 200, un niño del otro equipo escribirá en el tablero una expresión que compare los dos números: por ejemplo, si los dos números dados son 25 y 49, el niño podrá escribir expresiones como:

25 es menor que 49, o 49 es mayor que 25

El maestro preguntará si recuerdan una forma más corta de escribir las expresiones anteriores. Se llegará a las expresiones siguientes:

$25 < 49$, o $49 > 25$

A menos que el maestro desee que los niños trabajen en especial con una de estas dos relaciones, los dejará en libertad de escoger la que quieran, cuando se les pida que comparen dos números.

Para analizar mejor estas relaciones se pedirá a los niños que expliquen el porqué de cada una de las expresiones que aparecen en el tablero. Así, para las que se han tomado como ejemplo, la explicación completa quedará:

$25 < 49$, porque $25 + 24 = 49$

o. $49 > 25$ porque $49 = 25 + 24$

Para realizar algunos ejercicios de cálculo numérico se propondrán tareas como:

Dados dos números, los niños los compararán y darán la diferencia entre ellos. Para comodidad podrán utilizar un cuadro como:

1.

			Diferencia
36	>	24	12
59		87	
112		96	

2.

			Diferencia
57	>		26
70	<		45
5	<		101
201	>		2
70	>		45
99	<		1

3.

			Diferencia
25	<	20 + □	1
42 + □	>	40	5
31 - □	<	31	6
27	<	23 + □	3
96	>	58 + □	2

A continuación, el maestro propondrá algunos problemas cuya solución exija el empleo de la adición. Los alumnos también podrán formular problemas de este tipo, relacionados con sus experiencias cotidianas: ir a la tienda, hacer el mercado, reunir el dinero, etc.

Algunos de los problemas podrían ser:

1. En un jarrón hay 25 claveles y 12 margaritas. ¿Cuántas flores hay, en total, en el jarrón?

2. Iván tiene 42 bolitas de cristal; su abuelita le regaló 18 más. ¿Cuántas tiene ahora?

3. Zoila fue al mercado y pagó 45 pesos por la compra de limones, 105 pesos por la compra de huevos y 50 pesos por la compra de plátanos. ¿Cuánto gastó en total?

Nota: Los números que intervengan en los ejercicios deben ser elegidos con cuidado, atendiendo el grado de dificultad de las operaciones y el progreso de los niños. A través de estos problemas se va a repasar el algoritmo para la adición, con números hasta 200.

En los problemas que se dan como ejemplo se puede observar que:

— en el primero la adición es "sin llevar",

— en el segundo se reagrupan las unidades para "llevar" decenas,

— en el tercero se reagrupan unidades y decenas.

Si para resolver adiciones reagrupando (llevando) hay dificultades, el maestro propondrá ejercicios para convertir unidades a decenas y decenas a centenas. Para ello, podrá utilizar cuadros como:

Centenas	Decenas	Unidades
		10
	10	0
		18
		25
	18	0
	20	0
	15	0
		35

Centenas	Decenas	Unidades
	1	0
1	0	0

Objetivos específicos	**Indicadores de evaluación**
1.1. Utilizar la adición para resolver ejercicios de cálculo mental.	**Dados tres sumandos, el alumno hallará la suma sin ayuda de lápiz y papel.**
1.2. Reconocer que la adición cumple algunas propiedades.	**Dadas varias sumas de dos y tres sumandos, con éstos en un orden indicado, el alumno escribirá las mismas sumas en otro orden.**

Actividades y sugerencias metodológicas

Si el maestro acostumbra iniciar la clase con un ejercicio de cálculo mental, en esta ocasión, además de preguntar por el resultado, pedirá a los alumnos que traten de explicar los pasos que siguieron para hallar ese resultado.

Algunos de esos pasos tendrán que ver con el orden en que se escogen los sumandos para que resulte más rápido obtener el resultado final o el resultado parcial; otros harán referencia a las diferentes formas de **asociar** los sumandos, cuando hay más de dos, para facilitar algunos cálculos. Estos cambios en el orden de los sumandos y en las formas diferentes de asociarlos, de dos en dos, para sumarlos, lo hacen los niños con una rapidez que en ocasiones resulta asombrosa y difícil de superar por los adultos no acostumbrados a este tipo de ejercicios.

Cuando se trata de una suma de dos sumandos, generalmente, resulta más cómodo adicionarle al número mayor el menor.

Si se les pide a los niños adicionar mentalmente 2 y 18, es posible que la mayoría calcule: 18 + 2 = 20. Estas igualdades se escribirán en el tablero:

$$18 + 2 = 20,\ 2 + 18 = 20;$$

Se concluirá que 18 + 2 = 2 + 18.

Se continuará con otros ejercicios de cálculo mental parecidos y con la posterior escritura en el tablero, de las igualdades correspondientes.

A continuación, se les darán tres sumandos. Se espera que varios niños den el resultado y luego se tratará de reconstruir en el tablero el trabajo realizado mentalmente.

Ejemplo: adicionar sin ayuda de papel y lápiz los números 8, 3 y 2.

Varias formas de asociar los números para hallar el resultado son:

8 + 3 + 2	8 + 3 + 2	8 + 3 + 2
11 + 2	10 + 3	5 + 8
13	13	13

Si alguna de estas formas no la escriben los niños, el maestro podrá proponerla. Obsérvese que en la práctica esta es la forma como se efectúa la operación.

Nota: Cuando la propiedad asociativa se formaliza y aparecen los paréntesis, la expresión de esa propiedad no corresponde a la práctica.

Si se utilizan los paréntesis para representar la forma práctica como se efectúa la operación, se tiene:

$$(8 + 3) + 2, \text{ o } (3 + 2) + 8$$

o también: $(8 + 2) + 3$, o $(2 + 3) + 8$

Sin embargo, la expresión formal de la propiedad llevaría a escribir:

$$(8 + 2) + 3 = 8 + (2 + 3)$$

$$\text{o } (8 + 3) + 2 = 8 + (3 + 2)$$

Para llegar con los alumnos a expresiones como las inmediatamente anteriores, el maestro partirá de las que se puedan escribir teniendo en cuenta la práctica de los alumnos.

Es decir: $(8 + 2) + 3$ y $(2 + 3) + 8$

o $(8 + 3) + 2$ y $(3 + 2) + 8$

Como la operación permite cambiar el orden de los sumandos

$(2+3) + 8 = 8 + (2+3)$, por la misma razón
$(3+2) + 8 = 8 + (3+2)$

entonces se puede escribir:

$(8+2) + 3 = 8 + (2+3)$, y $(8+3)+2=8+(3+2)$

Para reafirmar que la suma es independiente del orden en que se toman los sumandos, pueden formar dos grupos y trabajar con los mismos sumandos, pero tomándolos en distinto orden.

De cada grupo pasará un alumno a resolver su respectivo ejercicio; todos los alumnos observarán los sumandos y los resultados, para que después de varios ejercicios concluyan que el orden en que se tomen los sumandos no altera el resultado de la adición.

Observarán, entonces, que hay algunas operaciones en donde no importa el orden en que se efectúen: el resultado no varía por escoger un orden u otro.

El maestro señalará la importancia de esta característica o propiedad de la adición para facilitar el cálculo del resultado: si uno sabe el resultado en un orden (por ejemplo, 9 + 3 = 12), ya no tiene que preocuparse si se olvida por un momento del resultado en el orden opuesto (en este caso, 3 + 9). El resultado tiene que ser el mismo.

En este grado lo menos importante es el nombre de las propiedades. Lo esencial es aplicarlas y explicar en qué consisten. Los nombres se les dirán en el tercer grado.

Otra propiedad de la adición es aquella relacionada con el cero como sumando. Para llegar a obtener sumas en las cuales este sumando aparezca, el maestro inventará ejercicios donde sea necesario escribir cero para reemplazar expresiones como: "no hay", "ningún", "ninguno", etc. Esto podría lograrse si el maestro toma unos lápices y los reparte entre tres niños, pero en dos rondas, de tal manera que en la segunda ronda a uno de los niños no le toque ningún lápiz. Después del reparto, cada niño escribirá en el tablero el número de lápices que le tocó en cada ronda, indicará la suma y hallará el resultado.

Ejemplo: el maestro repartió 25 lápices en dos rondas, como lo muestra el cuadro:

Esteban	7 y 3	7 + 3 = 10
José	2 y 10	2 + 10 = 12
Enrique	3 y 0	3 + 0 = 3

Después de haber realizado muchos ejercicios similares al anterior, los niños observarán que en algunas de las sumas que aparecen en el tablero, uno de los sumandos es cero y que el resultado de la suma es el otro sumando (distinto de cero). Los niños darán otros ejemplos en los que se cumpla esta propiedad y concluirán que al sumar un número distinto de cero con el número cero, siempre se obtiene el número distinto de cero.

No es necesario que se dé el nombre de la propiedad. La habilidad adquirida se utiliza principalmente para el algoritmo de la adición.

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
13. Reconocer la sustracción como la operación inversa de la adición.	Dada una suma de dos sumandos, el estudiante escribirá las dos sustracciones asociadas.
14. Reconocer situaciones aditivas en las cuales puede emplearse la sustración.	El estudiante resolverá sustracciones sencillas a partir de situaciones aditivas que lo requieran.
15. Resolver y formular problemas que requieran el uso de la adición y de la sustracción.	El alumno formulará un problema que requiera el uso de la adición y de la sustracción y lo resolverá.

Actividades y sugerencias metodológicas

Los niños utilizarán materiales como: cortezas de árbol, trozos de cartón, piedras pequeñas, pajas, ramas de árbol, palitos, arcilla.

Inicialmente los niños se agruparán de a 2. Cada grupo empleará uno de los materiales. Si un grupo escogió palitos, cada niño de este grupo tendrá unos pocos palitos. El maestro deberá asegurarse que tengan un número diferente de objetos y les dirá que reúnan el material que posee cada grupo y representen, mediante una igualdad, el número de objetos que obtuvieron, así: si en un grupo un niño tiene 8 palitos y el otro 5 palitos, los reunirán y contarán 13 palitos; los niños simbolizarán esta operación de la siguiente manera:

$$8 + 5 = 13$$

Ahora el maestro dirá que, en cada grupo, uno de los niños retire del montón los objetos que colocó y entre ambos cuenten el número de objetos que quedaron. Los niños se darán cuenta que la operación que se ha efectuado es la sustracción y simbolizarán esta operación así:

$$13 - 5 = 8$$

Los niños reunirán nuevamente los objetos que tienen entre los dos, los contarán y luego el otro niño retirará del montón los objetos que él colocó. Los dos niños contarán el número de objetos que quedaron y lo simbolizaron así:

$$13 - 8 = 5$$

En el tablero se harán tres columnas, una para colocar el resultado de la adición y dos para colocar los resultados de las sustracciones. El maestro escribirá la adición y cada niño escribirá la sustracción que le correspondió en la actividad, de acuerdo con el número de objetos que aportó para la adición y que después retiró para la sustracción.

Se obtendrá una situación como la siguiente:

Adición	Sustracción	
8 + 5 = 13	13 — 5 = 8	13 — 8 = 5
13 + 2 = 15	15 — 13 = 2	15 — 2 = 13
10 + 4 = 14	14 — 4 = 10	14 — 10 = 4
5 + 15 = 20	20 — 15 = 5	20 — 5 = 15

El maestro hará que los niños comparen los ejercicios que hay en el tablero y los orientará para que saquen algunas conclusiones como las siguientes:

— En la columna de la adición, lo que se hizo fue hallar la suma cuando se conocen dos sumandos.

— En la columna de la sustracción, lo que se hizo fue hallar el otro sumando cuando se conocen la suma y un sumando.

En seguida el maestro recordará a los niños que en la actividad que desarrollaron al comenzar la clase, lo primero que hizo cada grupo fue reunir los objetos que tenían entre los dos niños y que para hallar el número de objetos se realizó una adición.

Les hará ver que en la segunda parte de la actividad se hizo un proceso contrario al anterior: se tenían los objetos reunidos y de ese montón se quitaron unos objetos; en este caso, para hallar el número de objetos que quedan, se hizo una sustracción. A partir de estas observaciones los niños, orientados por el maestro, concluirán que la sustracción es la operación inversa de la adición.

Ahora el maestro propondrá a los niños un problema cuya solución requiera el uso de la sustracción:

— En una caja que contiene 89 libros, 57 de ellos son de matemáticas, ¿cuántos no son de matemáticas?

De los comentarios y propuestas de solución que den los niños, se escribirán en el tablero aquellas igualdades que conlleven a la solución del problema:

$89 = 57 + \square \qquad 89 - 57 = \square \qquad 57 + \square = 89$

Se verá que todas las propuestas exigen que se realice una sustracción:

$$\begin{array}{r} 89 \\ -\ 57 \\ \hline 32 \end{array}$$ libros que no son de matemáticas.

En seguida, el maestro presentará a los niños otras situaciones que requieren el uso de la sustracción para resolverlas; para esto elaborará 5 tarjetas de cartulina, en cada una de las cuales irá escrita una situación diferente y las repartirá a 5 grupos que los niños formarán.

Cada niño copiará en el cuaderno el problema correspondiente a su grupo y entre todos discutirán la situación y propondrán la solución. El maestro podrá presentar, entre otras, las siguientes situaciones:

— Para construir un corral se necesitan 68 palos, si se tienen 41 palos, ¿cuántos palos se deberán conseguir?

— En el curso segundo hay 45 alumnos, de los cuales 23 son niños, ¿cuántas niñas hay?

— En un canasto había 49 naranjas, Juanito sacó 28, ¿cuántas naranjas quedaron en el canasto?

— En un palomar hay 85 palomas, si se volaron 25, ¿cuántas palomas quedaron?

— Mi mamá lleva $ 125 para comprar frutas, si gastó $ 93, ¿cuánta plata le quedó?

El maestro revisará en cada grupo que la solución dada al problema esté correcta.

Ahora, los grupos intercambiarán las tarjetas con los casos planteados, hasta que cada grupo haya resuelto por lo menos 3 de los 5 problemas propuestos.

Como ejercicio, cada grupo podrá formular un problema cuya solución requiera el uso de la sustracción.

También se propondrán problemas que puedan solucionarse mediante los dos operaciones estudiadas: la adición y la sustracción. Los datos de tales problemas se escogerán de tal manera que no sobrepasen los números que conocen los niños, ya que a través de estos problemas se van a repasar los algoritmos para la adición y la sustracción.

Uno de tales problemas podría ser:

— El año pasado la escuela recibió para la biblioteca dos cajas de libros, en una venían 96 libros y en la otra 104. Del total de estos libros 63 se prestaron a otra escuela, ¿cuántos libros quedaron para la biblioteca?

Los niños, orientados por el maestro, harán un análisis del problema y llegarán a solucionarlo. Hay varios caminos a seguir, pero es posible que el que tenga más acogida sea:

$$\begin{array}{r} 96 \\ +104 \\ \hline 200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200 \\ -\ 63 \\ \hline 137 \end{array}$$

Pero también podría hallarse la respuesta restando 63 de 96 o de 104 y luego adicionado la diferencia, con 104 en el primer caso, o con 96 en el segundo, así:

$$\begin{array}{r} 96 \\ -\ 63 \\ \hline 33 \end{array} \quad \begin{array}{r} 33 \\ +104 \\ \hline 137 \end{array} \qquad \text{o} \qquad \begin{array}{r} 104 \\ -\ 63 \\ \hline 41 \end{array} \quad \begin{array}{r} 41 \\ +96 \\ \hline 137 \end{array}$$

En cualquiera de los casos la respuesta es: en la biblioteca quedaron 137 libros.

Otros problemas podrán incluir más de dos sumandos.

Los alumnos también formularán problemas. Para ello podrían formarse varios grupos y entre ellos se enviarán los problemas. Estos, una vez resueltos, se devolverán al grupo que los formuló.

Es importante que el maestro lea los problemas a fin de constatar que los datos son suficientes para hallar la respuesta y también para velar por la correcta redacción de los mismos.

Objetivo específico

18. Reconocer la suma de sumandos iguales como una multiplicación.

Indicador de evaluación

Dada una suma de sumandos iguales, el niño la expresará como una multiplicación.

Actividades y sugerencias metodológicas

El maestro propondrá a los niños una actividad que consiste en contar objetos. Para ello, pedirá a los niños que se organicen en 9 equipos que se enumerarán de 1 a 9. A cada equipo se le asignará un conjunto para que determine cuántos objetos lo forman. Como condición para contar, deberán hacer grupos de objetos según el número que le correspondió al equipo, por ejemplo: el equipo número dos, deberá hacer grupos de dos en dos. El equipo número cinco, deberá hacer grupos de cinco en cinco.

Como material, se podrán emplear objetos reales o dibujos. En lo posible, el conjunto con que cada equipo va a trabajar debe motivar a que el conteo se haga empleando ese número, por ejemplo: al equipo que va a contar de dos en dos, se le puede asignar un conjunto de

5 aves, como gallinas, para que determinen el número de alas que hay en ese conjunto. Al equipo que va a contar de tres en tres, se le puede asignar el número de hojas de un conjunto de 9 tréboles. Al equipo que va a contar de cuatro en cuatro, se le podrá asignar el número de patas que hay en un conjunto de 6 vacas. Al equipo que va a contar de cinco en cinco, se le podrá asignar el número de dedos de 4 manos, etc.

Los niños expresarán el resultado mediante sumas de sumandos iguales, así:

5 aves tienen: 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10 alas.

9 tréboles tienen:
3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 27 hojas.

6 vacas tienen: 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24 patas.

4 manos tienen: 5 + 5 + 5 + 5 = 20 dedos, etc.

Después elaborarán en el tablero un cuadro como el siguiente, en el que se consignarán los resultados de todos los equipos. En este cuadro se anotará el número de grupos que cada equipo formó, el número de objetos de cada grupo y el total de objetos.

Número de grupos	Número de objetos de cada grupo	Total
5	2	10
9	3	27
6	4	24
4	5	20

Luego, el maestro y los niños estudiarán la forma de expresar lo que está consignado en la tabla, para ello se podrán emplear expresiones como:

"5 grupos de 2 objetos son 10 objetos".

"9 grupos de 3 objetos son 27 objetos".

De igual manera, se intentarán otras formas de lectura hasta llegar a expresiones como:

"5 veces 2 es igual a 10".

"9 veces 3 es igual a 27".

A continuación el maestro explicará a los niños que para abreviar la escritura, a cambio de decir "veces", los matemáticos y en general la gente dice "por". Así, a cambio de decir "5 veces 2 es igual a 10", se acostumbra decir "5 por 2 es igual a 10" y se simboliza escribiendo "5 x 2 = 10".

También les explicará que la operación de sumar un cierto número de veces un número, se llama multiplicación.

A continuación se podrán hacer ejercicios para expresar una suma de sumandos iguales como una multiplicación.

Ejemplo:

8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 48.

6 veces 8 es igual a 48.

6 x 8 = 48.

El maestro explicará a los niños que 6 y 8 reciben el nombre de **factores** y 48, que es el resultado, se llama **producto**.

Objetivos específicos

17. Formular las tablas de multiplicar.

18. Resolver problemas que requieran el uso de la multiplicación.

Indicadores de evaluación

Dados tres números, el estudiante formulará las tablas de multiplicar de cada uno de ellos.

Dados dos problemas cuya solución requiera el uso de la multiplicación, el estudiante los solucionará.

Actividades y sugerencias metodológicas

Para esta actividad es necesario que los niños identifiquen la multiplicación como una suma de sumandos iguales; a partir de esta actividad los niños formularán las tablas de multiplicar. Los niños se dividirán en 8 grupos para que cada uno elabore la tabla de multiplicar de un número diferente, de 2 a 9. Cada grupo tendrá, pues, su propio número.

Cada grupo trabajará con el conjunto de números de 1 a 10, así: se hará una suma con cada elemento, tomándolo como sumando tantas veces como indique el número del grupo.

Si es posible, cada grupo elaborará su tabla en cartulina o en una hoja de papel que pueda colocarse en la pared. Este material se utilizará posteriormente para identificar múltiplos y divisores de un número.

Ejemplo: si a un grupo le correspondió el número 2, sumará cada uno de los números dos veces y hará una tabla como la siguiente:

1 + 1 = 2	2 veces 1 es igual a 2
2 + 2 = 4	2 veces 2 es igual a 4
3 + 3 = 6	2 veces 3 es igual a 6
4 + 4 = 8	2 veces 4 es igual a 8
5 + 5 = 10	2 veces 5 es igual a 10
6 + 6 = 12	2 veces 6 es igual a 12
7 + 7 = 14	2 veces 7 es igual a 14
8 + 8 = 16	2 veces 8 es igual a 16
9 + 9 = 18	2 veces 9 es igual a 18
10 + 10 = 20	2 veces 10 es igual a 20

Al grupo que le correspondió el número 3, sumará 3 veces cada uno de los números de 1 a 10. Asimismo lo harán los demás grupos.

En la cartulina u hoja de papel que van a colocar en la pared harán otra tabla con cinco columnas y diez filas, dispuestas así:

En la primer columna deberá aparecer el número de veces que se repite el sumando; en la segunda columna el símbolo "x" que se lee "por", en la tercera columna el sumando que se repite; en la cuarta columna el símbolo "=" que se lee "es igual a"; en la quinta columna el resultado de cada suma.

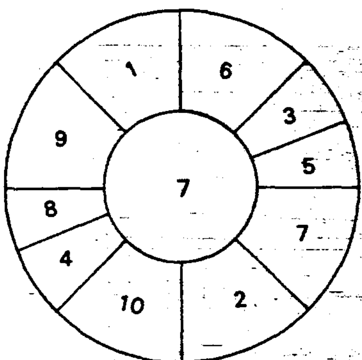
Para el ejemplo se tendrá la siguiente tabla:

2 x 1 = 2	que se lee:	dos por uno, dos
2 x 2 = 4		dos por dos, cuatro
2 x 3 = 6		dos por tres, seis
2 x 4 = 8		dos por cuatro, ocho
2 x 5 = 10		dos por cinco, diez
2 x 6 = 12		dos por seis, doce
2 x 7 = 14		dos por siete, catorce
2 x 8 = 16		dos por ocho, dieciséis
2 x 9 = 18		dos por nueve, dieciocho
2 x 10 = 20		dos por diez, veinte

Un procedimiento similar al que se ha hecho para la tabla del 2, se efectuará en los grupos, para formular cada una de las tablas de multiplicar de los números 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Cuando cada grupo haya elaborado la tabla de multiplicar del número correspondiente, un representante de cada grupo la escribirá en el tablero, para que todos la anoten en su cuaderno. Con esta actividad han quedado formuladas las tablas de multiplicar del 2 al 9. En la pared figurarán las 8 tablas correspondientes.

Para que los niños recuerden con facilidad dichas tablas, el maestro puede organizar juegos y concursos. Un juego que se puede realizar es el siguiente: dibujar en el tablero un diagrama como el siguiente:



En este caso, se quiere estudiar la tabla del 7. Si se desea estudiar otra tabla, se puede borrar el 7 y escribir el número cuya tabla se quiere recordar.

El maestro señalará una casilla para que los niños contesten en coro el resultado de multiplicar 7 por el número que aparece en la casilla. Se procurará no señalar casillas seguidas y señalar varias veces aquellas casillas donde hay números que al ser multiplicados por 7, traen dificultades a los niños. En este caso se escribirá la suma correspondiente.

Cuando se haya estudiado una tabla de multiplicar, podrá pasar al tablero un niño y señalar las casillas para que los compañeros contesten en coro el resultado. Este mismo juego puede prestarse para realizar concursos como: el que diga el resultado más rápido, el que no se equivoque, etc.

Nota: Una sola hora de clase no es suficiente para que los niños formulen y recuerden sin dificultad cualquier resultado de las tablas de multiplicar; por tanto es conveniente utilizar el tiempo que sea necesario, hasta que los niños den con rapidez el resultado de cualquier multiplicación con números menores que 10.

Ahora, el maestro dará a cada grupo una tarjeta en la cual estará escrito un problema que requiera el uso de la multiplicación para solucionarlo.

Algunos problemas que el maestro propondrá en las tarjetas pueden ser:

— Don Pedro va a sembrar árboles, en 6 hileras. Si en cada hilera quiere sembrar 9 árboles, ¿cuántos árboles siembra?

— En el curso segundo hay 7 filas de pupitres y en cada fila hay 8 pupitres. ¿Cuántos pupitres hay en segundo?

— Se tienen 5 cajas de naranjas y en cada caja hay 10 naranjas. ¿Cuántas naranjas hay?

— En el salón de clase hay 4 cajas de colores; cada caja tiene 6 lápices. ¿Cuántos colores hay en el salón de clase?

— Mi mamá va al mercado a comprar 8 lechugas de $ 9 cada una. ¿Cuánta plata gastó mi mamá?

En cada grupo se discutirá el problema y la manera como debe solucionarse; se puede ayudar con algún dibujo.

Por ejemplo, si al problema al cual se le va a dar solución es: "Don Pedro va a sembrar árboles en 6 hileras. Si en cada hilera quiere sembrar 9 árboles. ¿Cuántos árboles siembra?". Los niños pueden ayudarse con un dibujo para buscar la solución.

Es posible que inicialmente no salga de los niños la solución correcta del problema, entonces el maestro los orientará para que observen que se trata de una suma de sumandos iguales, lo cual corresponde a una multiplicación.

Observarán que se tienen 6 hileras cada una con 9 árboles, es decir, se tiene 6 veces 9, que en símbolos corresponde a 6 x 9. Recordarán que en las tablas de multiplicar el resultado de 6 x 9 es 54, o sea, 6 x 9 = 54. Con esto han solucionado el problema diciendo que don Pedro sembró 54 árboles.

Si algún niño da como solución del problema la suma (9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 54), el maestro le hará ver que está correcto, pero lo orientará para que lo exprese como una multiplicación, recordándole que la multiplicación es una suma de sumandos iguales.

El maestro intervendrá en cada grupo cuando lo crea oportuno.

Cuando todos los niños hayan resuelto el problena, de cada grupo saldrá un niño al tablero y, en orden, escribirá el problema y explicará a sus compañeros la solución dada por el grupo. Los demás niños copiarán en el cuaderno los problemas resueltos.

Objetivos específicos

19. Reconocer que el resultado de la multiplicación es independiente del orden en que se escriben los factores.

20. Reconocer que cuando en una multiplicación hay más de dos factores, la operación se realiza en varios pasos, en cada uno de los cuales sólo hay que multiplicar dos números.

21. Reconocer que al multiplicar cualquier número por uno, el producto es siempre dicho número.

Indicadores de evaluación

Dados dos números y el producto de ellos realizado en un orden, el alumno encontrará el otro orden para efectuar esta operación y la resolverá.

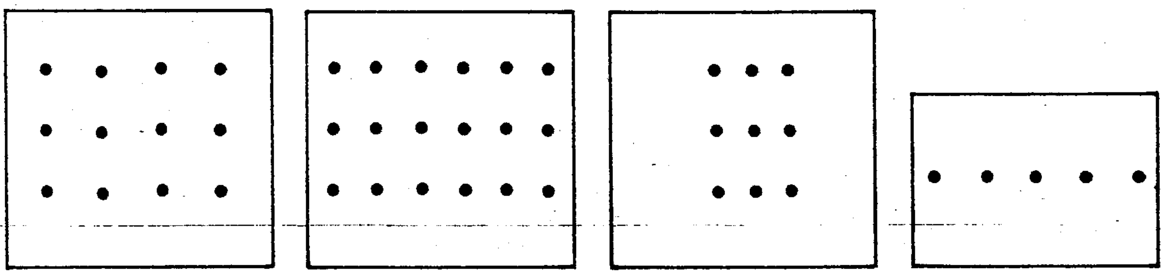
Dadas varias multiplicaciones de tres factores, el alumno hallará en cada caso el producto, asociando de diferentes maneras y comprobará que el resultado no varía.

El estudiante comprobará por escrito y explicará oralmente que un número natural no cambia cuando se multiplica por 1.

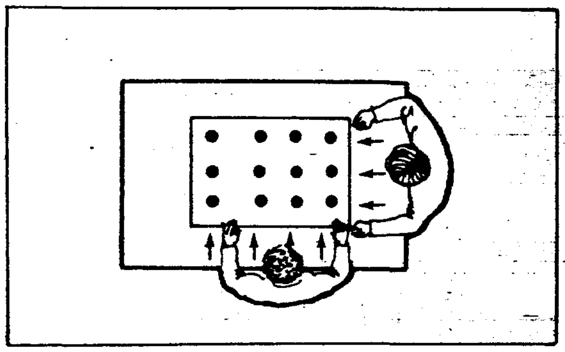
Actividades y sugerencias metodológicas

Para esta actividad el maestro elaborará con anterioridad algunas tarjetas en cartulina donde irán dibujadas bolitas formadas en filas y columnas, con un espacio suficiente en los extremos inferior y derecho para algunas anotaciones que los niños harán después.

Los siguientes ejemplos muestran cómo deben disponerse dichas tarjetas.



Los niños se organizarán de a dos. El maestro dará a cada pareja una tarjeta y les pedirá que se coloquen uno al lado del otro, como lo indica el siguiente dibujo:



Antes de que los niños cuenten las bolitas, el maestro preguntará si los dos niños de cada pareja ven el mismo número de bolitas o no. Para los niños de esa edad tal vez no es evidente que el número de bolitas es independiente del lado por donde mire la tarjeta.

El maestro esperará a que los niños de cada pareja se convenzan de que el número total de bolitas que ambos están viendo, es el mismo.

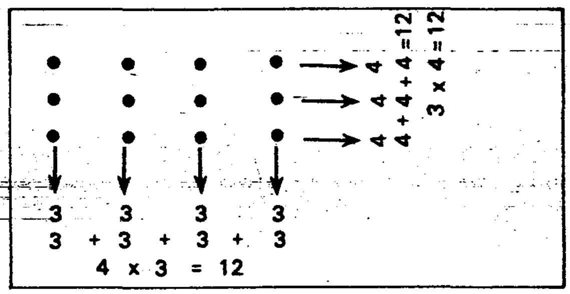
Cada niño contará el número de hileras de bolitas que ve en la parte de la tarjeta que tiene al frente, y el número de bolitas que hay en cada hilera, expresará esta cantidad como una suma de sumandos iguales y como una multiplicación y escribirá sus resultados en la tarjeta.

Ejemplo: si a una pareja le correspondió la tarjeta representada a continuación, uno de los niños observará que la tarjeta tiene 4 hileras, cada una de 3 bolitas, o sea que tiene 4 veces 3. Expresará esto como una suma así:

3 + 3 + 3 + 3 = 12, y como una multiplicación, así: 4 veces 3 o 4 x 3 = 12.

El otro niño observará en la tarjeta 3 hileras, cada una con 4 bolitas, esto es, 3 veces 4, que expresado como una suma es: 4 + 4 + 4 = 12, que a su vez corresponde a 3 veces 4 o 3 x 4 = 12.

Al final de esta observación la tarjeta quedará así:



Cada pareja debe anotar en el tablero las operaciones en el orden en que las realizó.

El maestro los orientará para que concluyan que han llegado ambos al mismo resultado, aunque no escribieron los factores en el mismo orden y que esta observación les permite escribir:

$$4 \times 3 = 3 \times 4$$
$$2 \times 5 = 5 \times 2$$
$$3 \times 6 = 6 \times 3$$

Cada niño puede anotar en su cuaderno los ejercicios que aparezcan en el tablero.

Después de que todos los niños hayan escrito en el tablero el resultado de su ejercicio, cada pareja puede proponer ejemplos similares que no se hayan trabajado en clase.

Un niño puede escribir una multiplicación en el tablero y el otro niño anotará el otro orden en que se puede realizar la multiplicación.

Se espera que los niños comprendan que en una multiplicación se puede cambiar el orden de los factores y el producto no cambia. No es necesario dar el nombre de esta propiedad, sino que hay que señalar su importancia para facilitar el cálculo del resultado. Si se sabe el resultado en un orden (por ejemplo $7 \times 4 = 28$), ya no hay que preocuparse si se olvida, por un momento, del resultado en el otro orden (en este caso $4 \times 7 = 28$).

Después, el maestro distribuirá a cada grupo una tarjeta donde aparezca propuesta una multiplicación de tres factores como las siguientes:

$4 \times 3 \times 2$ $\quad$ $3 \times 3 \times 2$ $\quad$ $1 \times 3 \times 4$ $\quad$ $4 \times 2 \times 5$

Pedirá a los niños que efectúendicha multiplicación. Los niños observarán que no pueden multiplicar al mismo tiempo los tres factores, por tanto, buscarán la manera de hacerlo; se les orientará diciéndoles que multipliquen dos factores entre sí y que ese resultado lo multipliquen por el factor que queda.

En el caso de $4 \times 3 \times 2$, los niños multiplicarán los dos primeros factores, o sea, hallarán $4 \times 3 = 12$ y este resultado lo multiplicarán por 2 y así obtendrán $12 \times 2 = 24$, que es el resultado de la multiplicación propuesta en la tarjeta.

El maestro explicará a los niños que al multiplicar primero 4×3 y este resultado multiplicarlo por 2, lo que se ha hecho es asociar los dos primeros factores y que se puede expresar utilizando un paréntesis, así:

$$(4 \times 3) \times 2 = 24$$

El maestro comprobará que en cada grupo se haya hecho la multiplicación correctamente.

Ahora les pedirá que efectúen nuevamente la multiplicación asociando de otra manera y que comparen los resultados.

Para el ejercicio que se está estudiando, los niños asociarán el 3 y el 2, obtendrán $3 \times 2 = 6$ y luego multiplicarán el 6 por el 4, o sea, $6 \times 4 = 24$. Expresarán esta operación así: $(3 \times 2) \times 4 = 24$.

Observarán que en ambos casos se obtuvo el mismo resultado.

Esta observación les permitirá escribir la igualdad:

$$(4 \times 3) \times 2 = (3 \times 2) \times 4$$

Igualdades de este tipo se escribirán con base en la práctica, es decir teniendo en cuenta los cálculos efectuados por los alumnos. Recuérdese el procedimiento seguido para adicionar tres sumandos.

Como ya se vio, el resultado es independiente del orden en que se escriban los factores: $(3x2)x4=4x(3x2)$.

Esta observación les permite escribir la siguiente igualdad:

$$(4 \times 3) \times 2 = 4 \times (3 \times 2)$$
$$12 \times 2 = 4 \times 6$$
$$24 = 24$$

En los demás grupos se procederá en forma similar. Luego, cada grupo explicará sus resultados y entre todos sacarán una conclusión como la siguiente:

Para efectuar una multiplicación de 3 factores, se puede seguir uno de los siguientes procedimientos:

— Multiplicar los dos primeros factores y ese resultado multiplicarlo por el tercer factor, o

— Multiplicar el segundo factor por el tercero y ese resultado multiplicarlo por el primer factor, o multiplicar el primer factor por el producto de los otros dos.

Se harán ejercicios para que los niños apliquen esta propiedad. Ejemplo:

$$3 \times 2 \times 5 = (3 \times 2) \times 5 = 6 \times 5 = 30$$
$$3 \times 2 \times 5 = (2 \times 5) \times 3 = 10 \times 3 = 30$$
$$3 \times 2 \times 5 = 3 \times (2 \times 5) = 3 \times 10 = 30$$
$$(3 \times 2) \times 5 = 3 \times (2 \times 5).$$

No es necesario dar el nombre de la propiedad. Más bien se hará énfasis en la utilidad de esa propiedad para encontrar más fácilmente un resultado.

Para finalizar se pondrán de pie los niños cuyas tarjetas tienen solo una hilera o varias hileras, cada una con una sola bolita. Si no hay un número suficiente (por lo menos 5) de estas tarjetas, el maestro o los niños las elaborarán con anterioridad.

Ejemplo: si a una pareja de niños le tocó la tarjeta observarán que hay cinco hileras de un elemento, o, cinco veces 1, que corresponde a 5×1; también podrán decir que hay una hilera con cinco elementos que corresponde a 1×5.

Cuando pregunten el resultado se espera que los niños contesten:

$$5 \times 1 = 5$$
$$1 \times 5 = 5$$

Todas las multiplicaciones de este tipo se escribirán en el tablero.

El maestro orientará a los niños para que concluyan que al multiplicar cualquier número por el número 1, se obtiene siempre el mismo número.

Como ejercicio los niños formularán la tabla del 1.

Con su análisis, están reconociendo el papel del 1 en la multiplicación.

Nota: Una sola hora-clase no es suficiente para el logro de estos tres objetivos. El maestro los dosificará de la mejor forma posible para mantener la motivación y el ánimo de los alumnos en la realización de las actividades.

Si el empleo de los paréntesis todavía no es familiar para los alumnos, se puede empezar con los diagramas que se vieron para la adición:

4 x 3 x 2	4 x 3 x 2	4 x 3 x 2	4 x 3 x 2	4 x 3 x 2
12 x 2	6 x 4	8 x 3	4 x 6	3 x 8
24	24	24	24	24

Objetivo específico

22. Reconocer que cuando en una multiplicación, uno de los factores se descomponen en sumandos, la operación se efectúa multiplicando el otro factor por cada uno de lo sumandos y sumando los resultado parciales.

Indicador de evaluación

Dadas 5 multiplicaciones, el alumno las efectuará correctamente aplicando el procedimiento estudiado.

Actividades y sugerencias metodológicas

Para esta actividad los niños se organizarán en parejas, a cada pareja se le dictará, primero un número entre 20 y 10, después otro número entre 1 y 10, para que hagan lo siguiente:

Uno de los niños de cada pareja, indicará el producto de los números que se les asignaron y hallará, el resultado de esa operación. El otro niño, tomará el número que se dio primero y lo descompondrá en dos sumandos, después multiplicará cada sumando por el segundo número y sumará las respuestas.

Cuando ambos terminen, compararán sus respectivas respuestas. Si los dos desarrollaron correctamente la actividad las respuestas serán iguales.

Si a una pareja se le asignaron los números 7 y 5 debe trabajar como se indica a continuación:

Un niño	Otro niño
7 x 5 = 35	7 = 4 + 3 4 x 5 = 20 3 x 5 = 15 20 + 15 = 35

En ambos casos el resultado es 35.

El maestro propondrá de nuevo la actividad, pero dando las instrucciones en forma contraria, es decir el alumno que había hecho la multiplicación directamente, la hará descomponiendo y el que la había hecho descomponiendo, la hará directamente.

Después pasarán al tablero por parejas y expondrán el ejercicio.

El maestro explicará que de esta manera se pueden obtener los resultados de multiplicaciones entre números mayores que no están en las tablas que ellos saben.

Ejemplo: para multiplicar 12 x 7 pueden hacerlo descomponiendo 12, así: 12 = 5 + 7 y hallando los productos 5 x 7 = 35; 7 x 7 = 49, para después sumarlos: 35 + 49 = 84. El maestro explicará que cuando un número se descompone en sumandos, se acostumbra emplear un paréntesis para encerrar los sumandos. También se emplean paréntesis para indicar los productos parciales.

12 x 7 = (5 + 7) x 7 = (5 x 7) + (7 x 7) = 35 + 49 = 84.

Cuando el maestro vea que los niños manejan esta técnica sin dificultad, podrá explicarles que esta técnica también puede emplearse si uno de los factores se descompone en más de dos sumandos.

Ejemplo: 8 x 4 = (2 + 5 + 1) x 4 = (2 x 4) + (5 x 4) + (1 x 4) =
8 + 20 + 4 = 32; 8 x 4 = 32

Para que los niños analicen una aplicación práctica de esta técnica, el maestro planteará una situación como la siguiente:

Un niño va a la tienda a comprar 15 naranjas y cada naranja vale $ 4. Para saber cuánto valen las naranjas, podrá hacer las cuentas de la siguiente manera:

10 naranjas valen 40 porque 10 x 4 = 40

5 naranjas valen 20 porque 5 x 4 = 20

Para averiguar cuánto valen las 15 naranjas, se suman el valor de 10 naranjas y el valor de 5 naranjas; 40 + 20 = 60, de donde resulta que 15 naranjas valen $ 60.

Resumiendo:

15 = 10 + 5

15 x 4 = (10 + 5) x 4 = (10 x 4) + (5 x 4) = 40 + 20 = 60.

Esta técnica, que permite multiplicar un factor por los sumandos en que se descompone el otro factor, se puede llamar "distribución". Cuando se desarrolla se dice que se está "distribuyendo" un factor entre los sumandos.

Objetivos específicos

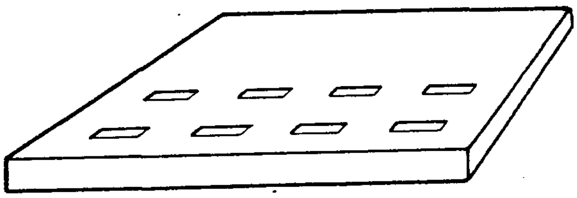
23. Reconocer los números menores que mil y emplear algunas de sus representaciones.
24. Identificar el mil como una unidad de orden superior en el sistema de numeración en base diez.

Indicadores de evaluación

El estudiante leerá y escribirá en base diez cualquier número menor que mil.
El alumno representará en base diez el número mil.

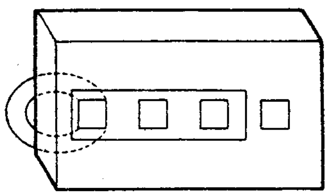
Actividades y sugerencias metodológicas

El material para esta actividad debe ser elaborado con anticipación por el maestro. Consiste en construir un contador parecido a los que se utilizan para medir la gasolina que se le echa a los carros, a los que cuentan los kilómetros recorridos, o a los que tienen algunas grabadoras. A una caja sin tapa se le hacen 8 ranuras en el fondo, dispuestas de dos en dos. En la parte superior de estas ranuras se escribirán las palabras: unidades, decenas, centenas, unidades de mil, así:

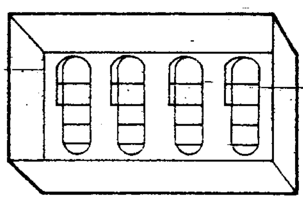


Se recortarán cuatro cintas de papel diez veces más largas que la distancia entre las dos series de ranuras y se dividirá en 10 partes. En cada una de las partes se escribe un número de 0 a 9 dejando una pestaña para pegar:

Para armar el contador, se debe meter cada cinta en un par de ranuras y pegar los extremos de dicha cinta, así:



Parte exterior de la caja
(Visible para el alumno)



Parte interior de la caja
(No visible para el alumno)

Al iniciar la actividad, la región visible de cada cinta, por la parte exterior de la caja, se coloca de manera que se vea solo el 0. Se tapan los tres ceros de la izquierda con una hoja de papel.

El maestro comenzará rotando la cinta de las unidades y los niños irán contando en voz alta; cuando llegue a "diez", les recordará que con diez unidades se forma una decena, y que por lo tanto en la casilla de las decenas debe aparecer el 1. Correrá la hoja de papel y pasará la segunda cinta del 0 al 1. Así los niños reconocerán el 10 como representación de una decena sin unidades simples adicionales.

El maestro girará la cinta de las unidades nuevamente y el niño irá reconociendo los números que aparezcan. Se hará énfasis en que cuando pasan nueve unidades más, aparece un cero, lo que indica que se ha formado otra decena; por tanto se hará aparecer el 2 en la casilla de las decenas. Reconocerán así en el contador el número 20. Se sigue este procedimiento hasta llegar a 99.

Como el proceso de contar se hace de uno en uno, la cinta con que más se trabaja es la de las unidades. Las demás se moverán solo cuando la cinta que está a la derecha completa una vuelta.

Al pasar de 99, la cinta de las decenas habrá terminado una vuelta, es decir, se han completado 10 decenas, formándose así una centena. Por lo tanto, en la casilla de las centenas debe aparecer el 1 y en las dos de la derecha el 0, así aparecerá el número 100 como representación de una centena sin decenas ni unidades simples adicionales.

Como los niños ya reconocen los números entre 100 y 200, el maestro podrá hacer un repaso colocando números para que los niños los lean y los escriban con palabras, en el tablero.

En el paso de 199 a 200, los niños observarán que si se tienen 199 y se mueven las 3 cintas, aparece 200, lo que indica que se ha formado otra centena.

Ahora el maestro moverá solo la tercera cinta para formar otras centenas y explicará la lectura y escritura de cada uno de estos números.

Colocará, por ejemplo, 300 y les indicará que hay 3 centenas o 3 "grupos de cien" o trescientos, y que para la escritura en palabras se escribe el número de centenas seguido de la palabra "cientos": "trescientos". Nótese que estas dos palabras están unidas.

Puede indicarse que se escribe "doscientos", o "docientos" y "trescientos", o "trecientos", no hay problemas con "cuatrocientos" ni con "ochocientos", también puede escribirse "seiscientos", o "seicientos".

El maestro será cuidadoso en explicar la lectura y escritura de los números 500, 700 y 900. Es posible que los niños digan "cincocientos" "sietecientos" y "nuevecientos" por haberse leído así en los casos anteriores; se les explicará que el uso ha ocasionado los cambios de estas expresiones por "quinientos", "setecientos" y "novecientos" por ser más fáciles de pronunciar, pero que es más lógica la forma que ellos emplean.

Es necesario dar tiempo suficiente para que los niños graben estos nombres y se ejerciten en la lectura, escritura e interpretación de estos números.

Para números comprendidos entre 100 y 999, el maestro podrá dictar a los niños un número para que ellos lo representen en base diez, lo lean, escriban e interpreten.

Ejemplo: 739: setecientos treinta y nueve.

Hay 7 centenas, 3 decenas, y 9 unidades simples. El maestro procurará que se formen los números 997, 998 y 999. Se concluirá que en 999, hay 9 centenas y 99 unidades simples, lo que indica que si se agrega una unidad simple, se tienen 10 centenas.

En este momento les recordará que así como con diez unidades se formó una decena, y así como con diez decenas se formó una centena, ahora con diez centenas se formó un "grupo de mil", llamado también "millar".

Para encontrar la forma de escribir "mil" en base diez, el maestro moverá las cuatro cintas y los niños observarán el número 1000, lo que significa que ese número requiere cuatro cifras para su escritura en base diez. Así los niños identificarán el millar como una unidad de orden superior en el sistema de numeración de base diez. A esas medidas las llamaremos "unidades de mil" o "unidades de millar".

El maestro seguirá moviendo la cinta de las unidades de mil y los niños reconocerán así los números 1000, 2 000, 3 000, etc., como representaciones de una, dos, tres, etc., unidades de mil, sin centenas, decenas o unidades simples adicionales.

Con algunos conjuntos de números comprendidos entre 0 y 1 000, el maestro propondrá algunos ejercicios similares a los propuestos para el uso de expresiones como: "todos", "algunos", "ningún", etc., y para interpretar el significado de la "y" y de la "o" en una instrucción.

Ejemplos de tales instrucciones podrían ser:

— Escriba el conjunto de los números menores que mil, que se representan con tres cifras "y" terminan en dos ceros.

— Escriba el conjunto de los números, entre 500 y 1000, que terminan en 5 o en 25.

Para la primera instrucción se verá que los elementos del conjunto pedido deberán cumplir dos condiciones: escribirse con tres cifras "y" terminar en dos ceros. Este conjunto es {100, 200, 300, 400, ... 900}.

En el segundo caso basta con que los elementos cumplan una de las dos condiciones: terminar en 5 "o" terminar en 25.

Si no se quieren escribir muchos elementos es mejor decidirse por la segunda. Si se escriben todos los terminados en 5, allí estarán incluidos lo que terminan en 25. Así resulta un buen ejemplo para recordar la noción de subconjunto.

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
25. Descomponer un número en unidades, decenas, centenas.	Dado un número menor que mil, el estudiante lo descompondrá en unidades, decenas y centenas.
26. Convertir centenas en decenas y decenas en unidades simples.	Dado un número de centenas o decenas, el estudiante lo expresará en decenas o unidades, según se le indique.

Actividades y sugerencias metodológicas

Para el desarrollo de estos objetivos se puede emplear el contador elaborado para la actividad anterior, y algunas tarjetas.

Inicialmente un alumno escribirá en el tablero:

1 decena = 10 unidades

1 centena = 100 unidades = 10 decenas

Estas igualdades se utilizarán para realizar algunos ejercicios.

Si se desea expresar un número de decenas en unidades, el número de decenas se debe multiplicar por 10 para obtener el número equivalente de unidades.

Ejemplo: 5 decenas = 5 x 10 unidades = 50 unidades

Si se desea expresar un número de centenas en decenas, el número de centenas se debe multiplicar por diez para obtener el número equivalente de decenas.

Ejemplo: 7 centenas = 7 x 10 decenas = 70 decenas

Otra transformación que es posible hacer, es expresar un número de centenas en unidades; para hacerlo, como una centena tiene cien unidades, el número de centenas se multiplica por cien para obtener el número equivalente de unidades.

Ejemplo: 3 centenas = 3 x 100 unidades = 300 unidades.

Podrán elaborar un cuadro para colocar algunos números.

Dicho cuadro tendrá tres casillas; de derecha a izquierda, éstas serán: centenas, decenas y unidades.

Para colocar en él un número como 547, recordarán que hay 5 centenas, 4 decenas y 7 unidades, así:

Centenas	Decenas	Unidades
5	4	7

Descompondrán el número 547 de la siguiente manera:

547 = 5 centenas + 4 decenas + 7 unidades = 5 x (100) + 4 x (10) + 7 = 500 + 40 + 7

Harán otros ejercicios para descomponer un número.

$205 = 2$ centenas $+ 0$ decenas $+ 5$ unidades $= 2 \times (100) + 0 \times (10) + 5 = 200 + 0 + 5$

A continuación, los niños desarrollarán otros ejercicios, como los siguientes:

— Con anterioridad a la clase, el maestro deberá elaborar algunas tarjetas donde aparezca escrito un número de centenas, o un número de decenas. El ejercicio consiste en que un alumno pase al frente y saque al azar una tarjeta y la lea en voz alta. Si en la tarjeta está escrito un número de centenas, el niño lo expresará en decenas y en unidades; si está escrito un número de decenas, lo expresará en unidades.

Ejemplo: 7 centenas = 70 decenas = 700 unidades

6 decenas = 60 unidades

Los ejercicios de conversión de centenas en decenas y de decenas en unidades, son especialmente útiles antes de ver la sustracción "prestando".

Para resolver las dificultades que se presenten se empleará como ayuda, el contador elaborado en actividades anteriores.

Un ejercicio en que se debe desarrollar un proceso inverso al seguido en el ejercicio anterior consiste en dar un número de unidades o decenas mayor que diez para expresar, en cada caso, a cuántas decenas y a cuántas centenas es equivalente. Nuevamente se puede recurrir al empleo de tarjetas.

Antes de estudiar la multiplicación "llevando", es conveniente realizar estos ejercicios.

Ejemplo: 200 unidades = 20 decenas = 2 centenas

70 unidades = 7 decenas

23 unidades = 2 decenas 3 unidades

25 decenas = 2 centenas 5 decenas

Para este ejercicio es conveniente poner a disposición de los alumnos el contador, y pedirles que escriban en este el número indicado en cada caso y a continuación lean el número de decenas y centenas que se obtienen; de esta forma podrán comprobar por ejemplo, que con 70 unidades no se alcanza a obtener centenas.

Sobre este tipo de ejercicios se debe insistir cuando hay dificultades para adicionar reagrupando (llevando).

Un tercer tipo de ejercicio consiste en dar un número, por ejemplo, quinientos setenta y tres, para expresarlo en centenas, decenas y unidades. A continuación convertir las centenas en decenas y expresarlo en decenas y unidades. Por último expresarlo solo en unidades.

Ejemplo: 573 es equivalente a 5 centenas, 7 decenas, y 3 unidades

573 es equivalente a 57 decenas y 3 unidades

573 es equivalente a 573 unidades

Otro ejercicio que se puede proponer, es dar un determinado número de unidades, decenas o centenas, para que el alumno forme el número correspondiente.

Ejemplo: 5 centenas, 2 decenas y 1 unidad

Se espera que el niño escriba el número teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras: 521 y que llegue a dar explicaciones como:

$$5 \times (100) + 2 \times (10) + 1 = 500 + 20 + 1 = 521$$

Luego de que hayan desarrollado estos ejercicios y otros que el maestro considere necesarios y cuando se hayan aclarado las dudas, se podrá proponer a los alumnos el siguiente juego que podrán llamar "centenas, decenas y unidades".

Para este juego los estudiantes deben organizarse por parejas. Cada integrante de una pareja escriba un número de tres cifras en una hoja, sin permitir que su compañero lo vea. Cada niño debe adivinar cuál es el número escrito por su compañero, siendo el ganador el que primero adivine. Para ello se ayudarán de los datos obtenidos cuando cada uno hace un ensayo y pregunta al compañero si tiene alguna cifra correcta. Este solo contestará diciendo "centenas", "decenas", "unidades", según la cifra que haya adivinado el compañero. Si no adivinó ninguna, contestará "ninguna".

Ejemplo: en la pareja formada por Pedro y Juan supóngase que Pedro escribió el número 735 y Juan el 683. El juego se desarrolla sugiriendo cada uno, en forma alternada, un número de tres cifras. Para llevar un registro del juego cada alumno debe anotar en un cuadro como el siguiente, los números que él sugiera y los que su compañero le pregunta.

Yo	El

Yo	El

Supóngase que Pedro es quien primero dice un número como 275; cada uno anota el número y Juan lo compara con el que tiene escrito; como ninguna cifra está bien colocada Juan responde "ninguna". Ahora el turno de preguntar corresponde a Juan, quien dice, por ejemplo, el número 437. Cada uno debe anotar el número y ahora es Pedro quien debe dar información luego de comparar ese número con su número, que es el 735. Como el tres está bien ubicado en la columna de las decenas, debe decir "decenas". Juan encerrará esta cifra con un círculo para ir formando el número que debe adivinar.

Si examinamos en este momento las hojas se tendrá:

Yo			El		
			7	3	5
2	7	5	4	3	7

Hoja de Pedro

Yo			El		
			6	8	3
4	3	7	2	7	5

Hoja de Juan

El juego terminará cuando uno de los dos dos diga el número correcto, a lo cual el compañero, luego de compararlo con el suyo, responderá: "centenas, decenas, y unidades".

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
27. Efectuar multiplicaciones en las cuales uno de los factores es de dos cifras y el otro es de una cifra.	El alumno efectuará multiplicaciones de números de dos cifras por un número de una cifra.
28. Efectuar multiplicaciones abreviadas por 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.	El alumno efectuará multiplicaciones de números de una cifra por los números siguientes: 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 y explicará el procedimiento que siguió en cada caso.
29. Efectuar multiplicaciones en las cuales los factores sean de dos cifras.	El alumno efectuará multiplicaciones de números de dos cifras por otros números también de dos cifras.

Actividades y sugerencias metodológicas

Al iniciar esta actividad conviene hacer un repaso de las tablas de multiplicar, para lo cual el maestro elaborará en el tablero unos cuadros como el siguiente:

Factor	3	8	9	5	4
Factor	5	7	6	7	7
Producto	15				

Los niños desarrollarán un juego que consiste en multiplicar los dos números que aparecen en cada columna de los cuadros y colocar ese resultado en la última casilla. En el cuadro está como ejemplo 3 x 5 = 15.

Se procurará que todos los niños participen en la elaboración de estos cuadros. En seguida el maestro dirá a los niños que hay otra manera de efectuar esta multiplicación que consiste en colocar los números que se multiplican uno debajo del otro, escribiendo el signo "x" a la izquierda del segundo factor y trazando una línea horizontal en la parte inferior, a continuación de la cual se coloca el resultado de la multiplicación:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times\, 5 \\ \hline 15 \end{array}$$

También se puede efectuar la operación en una tabla como la siguiente:

Decenas	Unidades
	3 x 5
1	5

Los niños podrán realizar de esta manera multiplicaciones entre dos dígitos, como 9 x 8, 7 x 5, etc.

Enseguida efectuarán multiplicaciones de un número de dos cifras por un número de una cifra. Conviene comenzar con un ejercicio sencillo donde no se lleve:

13 x 2.

Primero se hará esta multiplicación empleando la técnica de distribuir que se estudió en una actividad anterior, 13 se descompondrá como 10 + 3 y la multiplicación quedará de la siguiente manera:

$$13 \times 2 = (10 + 3) \times 2 = (10 \times 2) + (3 \times 2) = 20 + 6 = 26$$

En este caso 20 y 6 son productos, pero ninguno es el resultado final, por esta razón se acostumbra llamarlos "productos parciales". El resultado final del ejercicio se obtiene de sumar 20 con 6; por eso, 26 se suele llamar "producto total" de la multiplicación 13 x 2.

Es posible que la descomposición del número 13 en dos sumandos se haga en otra forma, con lo cual se origina un cambio que es conveniente analizar: si el 13 se considera igual a 3 + 10, la multiplicación se desarrolla así:

$$13 \times 2 = (3 + 10) \times 2 = (3 \times 2) + (10 \times 2) = 6 + 20 = 26$$

En cualquier tipo de multiplicación y siempre que se presenten dificultades, el maestro debe recurrir a esta explicación.

Este procedimiento es la clave del algoritmo de la multiplicación ya que siempre se obtienen productos parciales que luego se adicionan para hallar el producto final.

Los productos parciales son 6 y 20, el producto total es 26. Ha cambiado el orden en que aparecen los productos parciales y el producto total es el mismo.

La descomposición de 13 en 3 + 10 permitió que al multiplicar se trabajara primero con las unidades simples que hay en 13 y luego con las decenas. Este trabajo facilita la práctica de la multiplicación cuando los datos se disponen en la forma usual.

Posteriormente, el maestro explicará que las multiplicaciones anteriores pueden desarrollarse disponiendo los datos en la forma usual:

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\, 2 \\ \hline \end{array}$$

Los niños ya saben que el producto total es 26, saben además que ese producto es la suma de 6 con 20. Con este ejercicio deben encontrar una nueva disposición de los datos para hallar el mismo resultado.

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\, 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

Se multiplica 2 por 3 unidades y se obtiene 6 unidades. Es el primer producto parcial.

Se multiplica 2 por 1 decena y se obtiene 2 decenas. Es el segundo producto parcial y para escribirlo conviene propiciar entre los niños una discusión sobre dónde se escribe y por qué. Cuando los niños hayan discutido unos minutos, el maestro les pedirá que expongan sus puntos de vista. Los ayudará para que lleguen a la conclusión de que 2 decenas equivalen a 20 unidades.

```
 13
x 2
 ──
  6 productos
 20 parciales
```

En esta forma, se tiene nuevamunte los sumandos 6 y 20 que permiten encontrar el producto total. Es importante que los niños analicen que multiplicar 2 por 1 decena y obtener 2 decenas es equivalente a multiplicar 2 por 10 unidades y obtener 20 unidades.

```
 13
x 2
 ──
  6
 20
 ──
 26 producto
    total
```

Se suman los productos parciales. El producto total es el mismo hallado anteriormente aunque se dispusieron los datos en otra forma. El maestro hará que los niños observen que en la columna de las unidades la suma de 6 con 0 da 6 y les dirá que es posible suprimir el 0, así:

```
 13
x 2
 ──
  6
 2
 ──
 26
```

Los productos parciales son 6 unidades y 2 decenas, la suma da 26. Se ha omitido el 0 y todavía es posible hacer otra simplificación.

```
 13
x 2
 ──
 26
```

Se multiplica 2 y 3 y el resultado se escribe en la columna de las unidades. Después se multiplica 2 por 1 decena y el resultado se escribe en la columna de las decenas. (Esta forma es más rápida, pero debe emplearse solo cuando los niños hayan entendido por qué se pueden hacer las simplificaciones).

Otra posible forma de presentar los datos incluye la identificación de las unidades y de las decenas, así:

Decenas	Unidades
1	3 x 2

La operación se desarrolla según se explicó anteriormente. Así se obtienen los siguientes pasos en la operación:

Decenas	Unidades
1	3 x 2
2	6 0
2	6

Decenas	Unidades
1	3 x 2
2	6
2	6

Decenas	Unidades
1	3 x 2
2	6

Siguiendo el procedimiento explicado para 13 x 2, se harán otras multiplicaciones como 32 x 3, 24 x 2, 12 x 4, procurando seguir todos los pasos para que los niños adquieran todas las nociones y se den cuenta de las simplificaciones que se hacen para encontrar un método que permita resolver las multiplicaciones con facilidad y rapidez.

— Ahora se harán multiplicaciones de mayor complejidad como: 42 x 3.

Se realizarán por los dos métodos y luego se elegirá el más corto. Al multiplicar 3 x 2 unidades se obtendrá 6 unidades que se colocarán en la columna de las unidades. Al multiplicar 3 x 4 decenas se obtendrá 12 decenas, recordarán que en 12 decenas hay una centena y 2 decenas; el 2 se colocará en la columna de las decenas y habrá necesidad de abrir la columna de las centenas para colocar el 1.

La multiplicación quedará así:

Centenas	Decenas	Unidades
	4	2 × 3
1	2	6
1	2	6

Al efectuar esta multiplicación por el método abreviado se obtendrá:

Centenas	Decenas	Unidades
	4	2 × 3
1	2	6

Es importante observar que hubo necesidad de hacer la casilla de las centenas para colocar el 1.

Los siguientes ejercicios se pueden hacer de la misma manera que el anterior:

```
 83     92     71
× 3    × 4    × 9
───    ───    ───
```

Ahora se realizarán multiplicaciones "llevando", primero se llevarán decenas en el primer producto parcial y luego se combinará el caso visto anteriormente (42 × 3) con este último.

— Hallar el producto 16 × *3*.

Centenas	Decenas	Unidades
	1	6
		× 3
		18
	3	

Centenas	Decenas	Unidades
	1	6
		× 3
	1	8
	3	
	4	8

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 3 \\ \hline 18 \\ 3 \\ \hline 48 \end{array}$$

Obsérvese que 16 se descompone en 6 + 10 y que los productos parciales resultan de:

$(6 + 10) \times 3 = (3 \times 6) + (3 \times 10) = 18 + 30 = 48.$

En la práctica, la operación se realiza simplificando al máximo el procedimiento; es necesario "guardar en la memoria" algunos resultados para adicionarlos con los siguientes:

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 3 \\ \hline 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ \times 3 \\ \hline 48 \end{array}$$

Se multiplica 3 × 6 = 18 unidades, se escribe el 8 (unidades) y se lleva 1 (decena), que se guarda en la memoria.

Luego se multiplica 3 × 1 = 3 decenas y a este resultado se le suma la decena que se había guardado 3 + 1 = 4 decenas, que pueden escribirse directamente a la izquierda de las 8 unidades.

Los alumnos realizarán ejercicios como:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 6 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ \times 4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

Otro tipo de multiplicaciones, donde se combinan los anteriores es: 46 × 3, ambos productos parciales son números de dos cifras.

Centenas	Decenas	Unidades
	4	6
		× 3
		18
	12	

Centenas	Decenas	Unidades
	4	6
		× 3
	1	8
1	2	
1	3	8

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 3 \\ \hline 18 \\ 12 \\ \hline 138 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 46 \\ \times 3 \\ \hline 138 \end{array}$$

Obsérvese que 46 se descompone en 6 + 40 y que los productos parciales resultan de:

$(6 + 40) \times 3 = (3 \times 6) + (3 \times 40) = 18 + 120 = 138.$

Para hallar 3 × 40 se tendrá en cuenta que 40 unidades = 4 decenas; 3 × 4 = 12 decenas = 120 unidades.

Como en el caso anterior, hay una forma rápida de hallar el resultado, teniendo mucho cuidado de "guardar en la memoria" aquello que se "lleva". Pero si se teme que la memoria falle, se puede escribir aparte lo que se "lleva". Naturalmente que así el proceso no será igual de rápido.

El maestro explicará la forma rápida de obtener el producto de 46 × 3.

Se propondrán ejercicios como:

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 33 \\ \times 6 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 42 \\ \times 7 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 55 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

Para agilizar más los cálculos anteriores, se propondrán algunas formas de realizar abreviadamnte multiplicaciones cuando uno de los factores es 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

Para esto los niños se distribuirán en 9 grupos, cada uno de los cuales multiplicará el número 4 por uno de los números anteriores. De cada grupo saldrá un niño y efectuará la multiplicación en el tablero por el método más corto.

Es posible que los niños tengan dificultad para multiplicar por 0, pues hasta este momento no lo han hecho. Si esto ocurre el maestro puede dar una breve explicación, como la siguiente:

Las tres columnas siguientes permiten expresar algunos números de varias maneras:

4 × 3 = 4 veces 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12
4 × 2 = 4 veces 2 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8
4 × 1 = 4 veces 1 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4
4 × 0 = 4 veces 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0

Se puede afirmar que 4 multiplicado por 0 da 0.

Después de muchos ejercicios, los niños concluirán que al multiplicar un número por el número cero, el resultado es siempre cero.

Hecha esta aclaración los grupos procederán a realizar la multiplicación. Luego de cada grupo saldrá un niño y la efectuará en el tablero, obteniéndose una situación como la siguiente:

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 4 \\ \hline 40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \times 4 \\ \hline 80 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ \times 4 \\ \hline 120 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ \times 4 \\ \hline 160 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ \times 4 \\ \hline 200 \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ \times 4 \\ \hline 240 \end{array} \quad \begin{array}{r} 90 \\ \times 4 \\ \hline 360 \end{array}$$

Los niños observarán que el resultado de cada una de estas multiplicaciones tienen un cero (0) en las unidades y que las otras cifras de cada resultado se obtienen multiplicando el 4 por la cifra de las decenas.

El maestro los orientará para que entre todos busquen un método abreviado para multiplicar cualquier número por 10, 20, 30,...., 90. Concluirán que se multiplica el número por la cifra de las decenas y se agrega un cero a la derecha del resultado. De esta manera la multiplicación puede indicarse en la forma horizontal y colocar el resultado al frente:

$$20 \times 4 = 80.$$

Ahora los niños efectuarán abreviadamente algunas multiplicaciones como:

$$60 \times 5, \quad 40 \times 8, \quad 80 \times 7.$$

Después los niños efectuarán multiplicaciones entre números de dos cifras, primero "sin llevar" y luego "llevando". Para plantear estas multiplicaciones se partirá de una situación como esta:

"Si en un bus viajan 32 personas, ¿cuántas personas viajarán en 12 buses?

Los niños comentarán la situación y buscarán la forma de solucionarla. Concluirán que hay que efectuar una multiplicación: 32 x 12.

Multiplicarán cada una de las cifras de 32 por cada una de las cifras de 12. Primero la cifra de las unidades: 32 x 2 unidades que equivalen a 6 decenas y 4 unidades. Por tanto colocarán el 4 en la columna de las unidades y el 6 en la columna de las decenas. Luego multiplicarán el 1, que es la cifra de las decenas, por 32, obtendrán 32 x 1 decena, 32 decenas que equivalen a 320 unidades, se coloca este resultado debajo de 64 para efectuar la suma.

Centenas	Decenas	Unidades
	3 x 1	2 2
3	6 2	4 0
3	8	4

El maestro explicará a los niños cómo 320 unidades equivalen a 32 decenas. El resultado se puede colocar en decenas, escribiendo 32 en una columna corrida hacia la izquierda, es decir, que el 2 irá en la columna de las decenas y el 3 en la columna de las centenas, ya que en 32 decenas hay 3 centenas y 2 decenas. En seguida se efectuará la suma y se habrá realizado la multiplicación en una forma más rápida así:

Centenas	Decenas	Unidades
x	3 1	2 2
3	6 2	4
3	8	4

Otros ejercicios similares al anterior son:

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 23 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 41 \\ \times 22 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 31 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

Para terminar esta actividad se propondrán algunas multiplicaciones:

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

Centenas	Decenas	Unidades
x	7 1	2 3
2 7	1 2	6
9	3	6

Cuando los niños hayan adquirido la habilidad de efectuar con rapidez estas multiplicaciones se pueden quitar las líneas divisorias y hacer las multiplicaciones teniendo cuidado de colocar en columna los números y evitar así equivocaciones.

Nota: A medida que el niño va efectuando multiplicaciones con rapidez y sin dificultades, se van introduciendo nuevos tipos, ya sea el mismo día o al día siguiente. Es decir, una hora de clase no es suficiente para que los niños efectúen todas las multiplicaciones que aquí se proponen.

Luego de que los niños hayan realizado suficientes ejercicios de multiplicaciones con dos números de dos cifras "sin llevar", se les propondrá un nuevo tipo de multiplicaciones.

Ejemplo:

$$\begin{array}{rl} 38 & \\ \times\ 24 & \\ \hline 152 & \longrightarrow \text{primer producto parcial } 38 \times 4 \text{ unidades} \\ 76 & \longrightarrow \text{segundo producto parcial } 38 \times 2 \text{ decenas} \\ \hline 912 & \longrightarrow \text{producto} \end{array}$$

Ejercicios:

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 37 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 29 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ \times 24 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \\ \times 16 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 \\ \times 23 \\ \hline \end{array}$$

El maestro dedicará una sesión especial para repasar todos los casos de multiplicación estudiados.

Una secuencia de estos ejercicios podría ser:

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \times 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 83 \\ \times 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ \times 12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ \times 24 \\ \hline \end{array}$$

Objetivo específico	Indicador de evaluación
30. Extender el algoritmo de la adición a casos en los cuales el resultado esté entre cien y mil.	Dados varios números con una, dos y tres cifras, el alumno los sumará y explicará verbalmente como hace la operación.

Actividades y sugerencias metodológicas

En el curso anterior se formuló un algoritmo para efectuar adiciones cuyo resultado era un número menor de cien. En esta actividad se extenderá dicho algoritmo a adiciones de números entre cien y mil y adiciones con tres sumandos.

Inicialmente se harán algunas adiciones con dos sumandos cuyo resultado tiene unidades, decenas y centenas. Un ejercicio de este tipo puede ser 85 + 49.

Por conveniencia se puede trazar una línea encima del primer sumando para que los niños anoten lo que "llevan".

$$\begin{array}{r} \underline{11} \\ 85 \\ \underline{+\,49} \\ 134 \end{array}$$

Los niños harán adiciones de dos sumandos: uno de dos cifras y el otro de tres cifras, cuyo resultado tiene unidades, decenas y centenas.

Ejemplo: 245 + 82

$$\begin{array}{r} \underline{1} \\ 245 \\ \underline{+\,82} \\ 327 \end{array}$$

Los niños pueden realizar otros ejercicios como el siguiente, en los cuales es necesario "llevar" en las unidades y en las decenas:

$$\begin{array}{r} \underline{11} \\ 298 \\ \underline{76} \\ 374 \end{array}$$

Ahora se harán adiciones de dos sumandos, cada uno con tres cifras y cuyo resultado tiene unidades, decenas y centenas.

Se comenzará con un ejercicio en el cual no haya necesidad de "llevar" como el siguiente:

175 + 221

Los niños colocarán los sumandos en la forma adecuada y efectuarán la suma en cada una de las columnas, sin ninguna dificultad.

Así:

$$\begin{array}{r} 175 \\ \underline{+\,221} \\ 396 \end{array}$$

En seguida harán un ejercicio en el cual se "lleve".

Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} \underline{1} \\ 314 \\ \underline{+\,279} \\ 593 \end{array}$$

El resultado de esta suma es 593. Observarán que en este caso se "llevaba" solo en las decenas.

También harán algunas sumas en las cuales se "lleve" en las decenas y en las centenas, como la siguiente:

$$\begin{array}{r} \underline{11} \\ 428 \\ \underline{296} \\ 724 \end{array}$$

Hasta aquí se han efectuado adiciones con dos sumandos. Se espera que con estos ejercicios y otros que el maestro propondrá, el alumno vaya adquiriendo la habilidad de efectuar las operaciones con mayor rapidez y, si es el caso, vayan omitiendo algunos pasos, como el de colocar en la parte superior las cifras que se "llevan" y procurando que esos datos los lleven en la memoria.

Ahora se efectuarán adiciones de tres sumandos, aumentando cada vez el grado de dificultad.

Como primer ejercicio de este tipo, se hará una suma como la siguiente:

3 + 8 + 5

En este momento es importante que al tratar de sumar estos tres números, los niños observen que no lo pueden hacer al mismo tiempo, entonces recordarán que se suman los dos primeros sumandos y que a este resultado se le suma el tercer sumando.

Así efectuarán 3 + 8 = 11 y a este resultado sumarán 5, obteniendo que 11 + 5 = 16.

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\;8 \\ \underline{5} \\ 16 \end{array}$$

Los niños recordarán que para simbolizar la manera como se efectuó la adición se emplean los paréntesis, así:

$$(3 + 8) + 5 = 11 + 5 = 16$$

Entre las adiciones que los niños podrán efectuar, aumentando cada vez el grado de dificultad, están estas, en las cuales se "lleva" en las decenas y se "lleva" en las centenas, respectivamente:

$$\begin{array}{r} \underline{1} \\ 28 \\ +\,32 \\ \underline{19} \\ 79 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{21} \\ 58 \\ +\;\;79 \\ \underline{81} \\ 218 \end{array}$$

Ahora el maestro podrá formular ejercicios similares en cuanto al número de sumandos, pero con mayor grado de dificultad, pues algunos o todos los sumandos tienen tres cifras. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 93 \\ 121 \\ +\ 282 \\ \hline 496 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11 \\ \hline 79 \\ 235 \\ +\ 423 \\ \hline 737 \end{array}$$

Estos ejercicios no requieren nuevas explicaciones.

Finalmente se realizarán adiciones que los estudiantes seguramente están en capacidad de resolver, como las siguientes:

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 122 \\ 231 \\ +\ 573 \\ \hline 926 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11 \\ \hline 328 \\ 132 \\ +\ 273 \\ \hline 733 \end{array}$$

De esta manera los niños van adquiriendo la habilidad para realizar cualquier adición de dos y tres sumandos, cuyo resultado sea menor que 1000.

Objetivo específico

31. Extender el algoritmo de la sustracción a casos en los cuales el minuendo es un número menor que mil.

Indicador de evaluación

Dadas varias sustracciones cuyo minuendo sea menor que mil, el estudiante los efectuará por escrito y explicará cómo realizó cada operación.

Actividades y sugerencias metodológicas

Se puede iniciar esta actividad, con algunas sustracciones que los niños puedan realizar, como son aquellas en las cuales no sea necesario "prestar" y en las cuales la sustracción puede hacerse sin dificultad.

Se puede mencionar algunas situaciones concretas para plantear sustracciones como: 8—5 = 3, 9—6 = 3, 8—2 = 6

En sustracciones como: 8 — 9 = ?, 3 — 9 = ?, 2 — 6 = ?, los niños dirán que no se pueden realizar porque de 8 no se puede restar 9, de 3 no se puede restar 9, y de 2 tampoco se puede restar 6.

También se harán sustracciones cuyo resultado sea cero. Ejemplo: 9 — 9 = 0, 7 — 7 = 0, 5 — 5 = 0.

Para terminar el repaso se harán otras sustracciones que se pueden resolver aplicando algunos de los casos anteriores, como:

$$\begin{array}{r} 28 \\ -5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 57 \\ -7 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 98 \\ -48 \\ \hline \end{array}$$

Después se harán ejercicios en los cuales haya necesidad de "prestar". Primero se hallará la diferencia entre un número cuya representación tiene dos cifras y un número cuya representación tiene un cifra. Ejemplo: 28 — 9.

Los niños colocarán el minuendo debajo del sustraendo de tal manera que las unidades del minuendo queden en columna con las unidades del sustraendo. También escribirán el signo (—) antes del sustraendo:

$$\begin{array}{r} 28 \\ -9 \\ \hline 19 \end{array}$$

Comenzando por la columna de las unidades, diremos: de 8 no se puede restar 9, entonces pasamos a la columna de las decenas y "prestamos" 1 decena, que equivale a 10 unidades. Estas 10 unidades sumadas con 8 unidades dan 18 unidades; así, ya se puede restar 18 — 9 = 9, ese 9 se escribe debajo de la línea en la columna de las unidades. Para la columna de las decenas decimos: 2 — 1 que prestamos, es igual a 1; ese 1 se escribe debajo de la línea inferior en la columna de las decenas. Así obtenemos el resultado 19.

Otros ejercicios que los niños pueden realizar son:

$$\begin{array}{r} 75 \\ -8 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 35 \\ -7 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 82 \\ -8 \\ \hline \end{array}$$

Un segundo tipo de estos ejercicios presenta las sustracciones entre números cuya representación tiene dos cifras, como:

$$\begin{array}{r} 86 \\ -28 \\ \hline 58 \end{array}$$

El maestro puede proponer ejercicios similares para que los niños adquieran la habilidad necesaria para efectuar este tipo de sustracciones.

Es importante hacer una sustracción en la que la cifra de las unidades del minuendo sea cero. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 90 \\ -16 \\ \hline 74 \end{array}$$

Otro tipo de estas sustracciones lo constituyen aquellas donde el minuendo es un número de tres cifras y el sustraendo de dos cifras, como:

$$\begin{array}{r} 187 \\ -19 \\ \hline 168 \end{array}$$

El maestro puede proponer sustracciones como las siguientes:

$$\begin{array}{r} 180 \\ -35 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 130 \\ -75 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 102 \\ -81 \\ \hline \end{array}$$

En la sustracción 130 - 75 tenemos que "prestar" de las decenas y de las centenas, por tanto, es importante que los niños realicen un análisis como el siguiente:

$$\begin{array}{r} 130 \\ -75 \\ \hline 55 \end{array}$$

De cero no podemos restar 5, pasamos a las decenas y "prestamos" 1, que vale 10 unidades: 10 — 5 = 5. Colocamos el 5 en el sitio correspondiente. Al trabajar con las decenas decimos: 3 menos 1 que "prestamos" da 2. Ahora 2 menos 7 no se puede efectuar, entonces pasamos a la columna de las centenas y pedimos "prestado" 1 que vale 10 decenas: estas 10 decenas más 2 decenas dan 12 decenas. Ahora sí restamos en la columna de las decenas: 12 — 7 = 5.

En la columna de las centenas decimos 1 menos 1 que "presté" es igual a 0.

En tal caso el resultado sería 055, pero es usual no escribir el 0 y el resultado es 55.

Es muy conveniente que los niños hagan suficientes sustracciones en las que entre las cifras del minuendo esté el cero en las unidades, o en las decenas, o. en las unidades y en las decenas.

Una de estas sustracciones puede ser:

$$\begin{array}{r} 102 \\ -81 \\ \hline 21 \end{array}$$

En la columna de las unidades decimos: 2 menos 1 es igual a 1. Se coloca el 1 en el sitio que le corresponde. En la columna de las decenas decimos: de 0 no se puede restar 8, entonces pasamos a la centenas y "prestamos" 1 que vale 10 decenas. Ahora sí efectuamos la sustracción en las decenas, así: 10 — 8 = 2, se coloca el 2 en la columna de las decenas. En la columna de las centenas hay 1, ese 1—1 que habíamos "prestado" es igual a 0. Si se quiere, se coloca el 0 debajo de la línea, en la columna de las centenas, y si no, no es necesario. El resultado es 021 o 21.

Otro de los ejercicios que se pueden realizar en este caso son:

$$\begin{array}{r} 201 \\ -175 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 330 \\ -178 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 407 \\ -82 \\ \hline \end{array}$$

Otro caso de las sustracciones con ceros en el minuendo, son aquellas donde el número del minuendo tiene ceros en las unidades y en las decenas. Un ejemplo es:

$$\begin{array}{r} 800 \\ -132 \\ \hline 668 \end{array}$$

En la columna de las unidades encontramos que de cero no se puede restar 2. Es necesario que de las decenas "prestemos" 1; en este caso la cifra de las decenas es 0 y no podemos "prestar" de ella. Tenemos que sacar "prestado" 1 a las centenas, el cual vale 10 decenas. De esas 10 decenas "prestamos" 1, que vale 10 unidades. Ahora se puede efectuar 10 — 2 = 8.

Pasamos a la columna de las decenas que, por los "prestamos" explicados, vale 9; aquí la operación que debe realizarse es 9 — 3 = 6. Pasamos a la columna de las centenas y recordamos que del 8 habíamos "prestado" 1 y que por consiguiente ahí, ahora, sólo tenemos 7. Ese 7 menos 1 de las centenas, del sustraendo, da 6; así obtenemos el resultado 668.

Se debe tener mucho cuidado con sustracciones como éstas, ya que los "préstamos" sucesivos de centenas a decenas y de decenas a unidades, pueden presentar alguna dificultad a los niños.

Como ~~se observa~~, se ha ido aumentando el grado de dificultad en las sustracciones; se espera que en estos ejercicios y con otros que el maestro proponga, el niño efectúe correctamente sustracciones donde el minuendo sea menor que 1000. En cursos posteriores, se generalizará este algoritmo para lograr que el niño efectúe cualquier sustracción.

Objetivo específico	Indicador de evaluación
32. Resolver y formular problemas que requieran el empleo de las siguientes operaciones: adición, sustracción y multiplicación.	El estudiante formulará problemas cuya solución requiera el empleo de las operaciones adición, sustracción y multiplicación y los resolverá.

Actividades y sugerencias metodológicas

Para iniciar esta actividad el maestro hará un repaso de los problemas que requieran el empleo de una de las siguientes operaciones para resolverlos: adición, sustracción, adición y sustracción y multiplicación. Para esto escribirá en el tablero cuatro problemas con cada uno de los casos para que los niños los resuelvan individualmente.

El maestro debe verificar si los niños han resuelto correctamente los problemas; para esto hará pasar al tablero cuatro niños para que cada uno resuelva un problema. Los demás niños compararán sus resultados con los del tablero.

Después, el maestro escribirá en el tablero algunos problemas, que para ser resueltos, requieran el empleo de la adición, de la sustracción y de la multiplicación, como el siguiente:

"Juanito va a la tienda y hace las siguientes compras: 3 cuadernos de $ 15 cada uno, 2 lápices de $ 4 cada uno y 4 borradores de $ 6 cada uno. Lleva $ 100 para pagar. ¿Cuánta plata le queda?"

Cada niño resolverá un problema en su cuaderno. Luego pasarán al tablero tres niños, que resolverán el problema al mismo tiempo, cada uno, en una de las tres regiones en que se ha dividido previamente el tablero por medio de rayas verticales.

Cuando estos niños hayan resuelto el problema, el maestro y los niños analizarán y discutirán los procedimientos utilizados y seleccionarán el correcto o los correctos, en el caso de que se haya encontrado más de una forma de llegar al resultado.

Si ninguno de estos niños lo hizo correctamente, el maestro dará las explicaciones que crea convenientes y pasará al tablero a otros tres niños para que resuelvan el problema de acuerdo a las indicaciones dadas por él. Nuevamente se analizará la forma como cada niño resolvió el problema.

Se pueden dar entre otras las siguientes explicaciones:

Para saber cuánto dinero le quedó a Juanito, tenemos que averiguar cuánto gastó en las compras que hizo. Para ésto se hallará primero el precio de los tres cuadernos, el precio de los dos lápices y el precio de los cuatro borradores, efectuando en cada caso una multiplicación, así:

Precio de cuadernos: $15 \times 3 = 45$
Precio de los lápices: $4 \times 2 = 8$
Precio de los borradores: $6 \times 4 = 24$

Podemos hallar el dinero que gastó Juanito en las compras efectuando una adición, así:

$$\begin{array}{r} 45 \\ 8 \\ +\underline{24} \\ 77 \end{array}$$

A juanito le quedan $100 - 77 = 23$ pesos.

Posteriormente los niños. organizados en grupos formularán problemas teniendo como modelo los propuestas por el maestro. Luego los intercambiarán y los desarrollarán

Objetivos específicos	**Indicadores de evaluación**
33. Reconocer la división como una operación correspondiente a actividades de repartición.	El alumno efectuará una repartición y la expresará por medio de una división.
34. Reconocer la división como una sustracción repetida.	El alumno expresará una sustracción repetida, mediante una división.

Actividades y sugerencias metodológicas

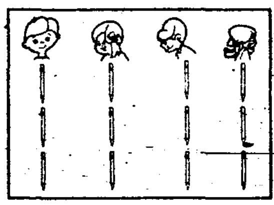
Para iniciar el estudio de la división, el maestro puede plantear a los niños algunas situaciones para que entre todos las resuelvan.

Una de estas situaciones podría ser: Se tienen que repartir 12 lápices entre 4 niños. ¿Cuántos lápices le corresponde a cada niño?

Tomarán los 12 lápices y tratarán de resolver el problema. Observarán que se tiene que hacer una repartición. Entre todos discutirán la manera como se va a hacer dicha repartición y concluirán, que ésta puede hacerse por rondas, dando a cada niño un lápiz en cada vuelta, o por otro procedimiento parecido.

Al dar un lápiz a cada uno de los cuatro niños en la primera ronda, observarán que quedan 8 lápices $12 - 4 = 8$ lápices. Luego se hará otra ronda dando a cada uno de los cuatro niños otro lápiz; así, ya tienen dos lápices. Ahora quedan $8 - 4 = 4$ lápices, para otra ronda; de a lápiz por cabeza. Así quedan $4 - 4 = 0$ lápices. Como ya se han acabado los lápices, se ha terminado la repartición y cada niño tiene 3 lápices.

$12 - 4 = 8$ primera ronda
$8 - 4 = 4$ segunda ronda
$4 - 4 = 0$ tercera ronda



Los niños observarán que los 12 lápices se repartieron en 3 rondas, dando cada vez un lápiz a cada uno de los 4 niños; es decir, que a cada niño le correspondieron 3 lápices. De esto se puede concluir que "repartir 12 lápices entre 4 niños, da 3 lápices. Se fue restando 4 de 12 hasta que el resultado de la última sustracción fue cero; es decir, se hicieron tres sustracciones sucesivas en las que el sustraendo que se repitió fue 4.

En definitiva, 4 se quitó 3 veces de 12.

Expresarán esto diciendo que: "12 entre 4 da 3", o también, "en 12, el 4 cabe 3 veces".

Después les planteará el siguiente ejemplo, que muestra otro tipo de repartición para que lo resuelvan empleando algún material concreto.

"Se tienen que repartir 12 lápices entre unos niños. ¿Para cuántos niños alcanzarán, si se quiere dar a cada niño 4 lápices?".

Nuevamente discutirán la forma de hacer la repartición; probablemente concluyan que lo mejor es ir dando a cada niño de a 4 lápices hasta que se acaben los 12 lápices, o algún procedimiento similar.

Al entregar los primeros cuatro lápices al primer niño quedan: $12 - 4 = 8$ lápices

Al entregar otros 4 lápices a otro niño quedan: $8 - 4 = 4$ lápices.

Estos 4 lápices se entregarán a un último niño, y así se habrán acabado los lápices: $4 - 4 = 0$ lápices.

Observarán que los 12 lápices alcanzaron para 3 niños, dando a cada uno 4 lápices. Concluirán que: "repartir 12 lápices, de a 4 (lápices) por niño, da 3 niños".

También se fue restando sucesivamente 4 de 12, hasta que el resultado de la última sustracción fue cero. Es decir, que en total 4 se quitó 3 veces de 12. expresarán esto diciendo que "en 12, el 4 está 3 veces", o también, "en 12, el 4 cabe 3 veces".

Después los niños compararán los dos tipos de problemas y la forma como se hizo la repartición en cada uno. Los orientará para que caigan en la cuenta de que en el primer caso se repartieron 12 lápices entre 4 niños, y el resultado fueron 3 lápices por niño; en el segundo caso se repartieron los 12 lápices, de a 4 lápices por niño, y el resultado fueron 3 niños. La repartición se hizo en forma diferente en cada caso y el resultado en un caso fueron "3 lápices" y en el otro "3 niños".

A pesar de que las dos situaciones son distintas y de que la repartición se hizo en forma diferente, en ambos casos se llegó a que:

"12 entre 4 da 3"
"12 repartido entre 4, da 3"
"En 12, el 4 cabe 3 veces", etc.

Les dirá que todas estas expresiones se pueden sintetizar diciendo que:

"12 dividido por 4 es igual a 3" y que se puede simbolizar $12 \div 4 = 3$

"Dividido por", significa pues, a veces, "dividido entre" o "dividido de a...".

No hay por qué exigir que se diga siempre "entre", ni excluir el "por".

Les dirá que esta nueva operación, se llama "división" y que se utiliza para actividades de repartición, en vez de realizar tantas restas sucesivas.

Harán otros ejercicios que requieran de los dos tipos de reparticiones.

Ejemplos del primer tipo:

— Hay 50 pesos para repartir entre 10 niños. Si todos deben recibir igual cantidad de dinero, ¿cuánto recibe cada uno?

— Se tienen 36 pesos para comprar 4 pasajes de bus, ¿de qué precio se pueden comprar pasajes?

Ejemplos del segundo tipo:

— Rafael tiene 45 naranjas. Si entrega 5 naranjas a cada niño, ¿para cuántos niños alcanzarán las naranjas?

— Elvira tiene 40 pesos para comprar diariamente 10 pesos de pan, ¿para cuántos días le alcanza el dinero?

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
35. Reconocer la división natural como la operación inversa de la multiplicación.	El alumno resolverá divisiones cuyo residuo sea cero, empleando las tablas de multiplicar.
36. Calcular cocientes de una sola cifra, en divisiones de números de dos cifras entre números de una cifra.	Dada una división de números de dos cifras entre números de una sola cifra, el alumno hallará el cociente.
37. Resolver y formular problemas que requieran de la división.	El alumno formulará problemas que requieran de la división y los resolverá.

Actividades y sugerencias metodológicas

Para esta actividad se puede partir de un problema que puede ser uno de la actividad anterior o uno como el siguiente:

"¿Cuántos grupos de 6 niños se pueden formar con los 42 niños que hay en la clase?".

Resolverán el problema empleando cualquier método. Seguramente harán las restas sucesivas, la repartición o directamente la división. Sin embargo, el maestro les mostrará otra forma de resolver el problema:

Se adiciona repetidamente el número 6 hasta completar 42; $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 42$.

Así, llegarán a concluir que se pueden formar 7 grupos de 6 niños; es decir, 7 veces 6 es igual a 42, o $7 \times 6 = 42$.

El maestro los orientará para que caigan en la cuenta de que el problema consistía en hallar cuántas veces es necesario tomar el 6 para obtener 42: $\square \times 6 = 42$, y de que conociendo el resultado de la multiplicación y uno de los factores, lo que hay que hallar es el otro factor. Les explicará que ahora están haciendo la operación inversa de la multiplicación, porque se parte del resultado y de uno de los factores para obtener el otro factor. Esta operación inversa es la división: $42 \div 6 = 7$

Así concluirán que dividir es equivalente a hallar un factor desconocido.

Les dirá que esta división también se puede simbolizar de la siguiente manera y que cada uno de los términos recibe un nombre, así:

42 | 6 ← divisor
dividendo ↗ | 7 ← cociente

42 | 6 ← divisor
dividendo ↗ | 7 ← cociente

Después efectuarán algunas divisiones exactas, como éstas:

54 | 6   27 | 9   81 | 9   72 | 8

Cuando hayan hecho un número suficiente de estas divisiones, se pueden hacer algunas divisiones con residuo, pero antes es conveniente realizar algunos ejercicios de repartición.

Podrán repartir ahora 13 lápices entre 4 niños, después 14 lápices entre los 4 niños y luego 15 lápices entre los 4 niños. Observarán que en todos los casos al hacer la repartición sobran algunos lápices que no alcanzaron para otra ronda.

Les dirá que en cada caso al número de lápices que sobraron se le llama residuo.

Los niños harán una lista de todos los residuos que han encontrado así:

Si se reparten 12 lápices entre 4 niños, el residuo es 0 lápices.

Si se reparten 13 lápices entre 4 niños, el residuo es 1 lápiz.

Si se reparten 14 lápices entre 4 niños, el residuo es 2 lápices.

Si se reparten 15 lápices entre 4 niños, el residuo es 3 lápices.

En seguida, el maestro les puede pedir que repartan 16 lápices entre 4 niños.

Es posible que algunos niños no caigan en la cuenta de que a cada niño le corresponden 4 lápices y no sobran lápices, sino que digan que a cada niño le corresponden 3 lápices y sobran 4 lápices.

Todas estas respuestas se pueden aprovechar para explicar algunos criterios importantes en el estudio de la división con residuo.

Al efectuar las divisiones se tiene:

```
  12 | 4          13 | 4          14 | 4
 -12 | 3         -12 | 3         -12 | 3
   0               1               2
   ↑               ↑               ↑
residuo         residuo         residuo

  15 | 4          16 | 4
 -12 | 3         -16 | 4
   3               0
   ↑               ↑
residuo         residuo
```

Al emplear esta disposición de los datos, es necesario explicar a los niños, cómo se disponen, cómo se obtiene 12, por qué se escribe — 12 y los demás detalles que necesiten los niños. En esta forma el niño va descubriendo que el residuo es un número menor que el divisor.

Posteriormente, harán divisiones en las que haya residuo sin recurrir a las reparticiones sino estimando el cociente, mediante el uso de las tablas de multiplicar.

Ejemplo:

```
  57 | 8
 -56 | 7
   1
```

Al buscar un número que multiplicado por 8 dé 57, no lo van encontrar. Se debe buscar un número que multiplicado por 8 dé como resultado un número menor que 57. Este número es 7 y en este caso el residuo es 1. Este paso también se suele indicar diciendo: "determinar cuántas veces cabe 8 en 57".

El alumno hará un número suficiente de estos ejercicios hasta que pueda calcular con facilidad y con rapidez dichos cocientes.

Después el maestro les planteará algunos problemas que requieran de la división como los siguientes:

— "Hay 47 naranjas para repartir entre 9 niños. ¿Cuántas naranjas le corresponde a cada niño?".

— "Margarita va a la tienda con sus amigas, lleva $ 45, compra colombinas de $ 5 para cada una. ¿Para cuántas colombinas le alcanza el dinero?".

Cuando hayan resuelto un número suficiente de estos problemas, los alumnos formularán otros problemas que se resuelvan empleando la división. El maestro los orientará para que verifiquen si los datos del problema formulado son suficientes para resolverlo.

Objetivos específicos

38. Hallar múltiplos de números menores que diez [illegible]

39. Hallar divisores de números menores que cien [illegible]

Indicadores de evaluación

Dados varios números menores que diez, el alumno escribirá los múltiplos menores que cien.

Dados varios números menores que cien, el alumno escribirá los divisores de esos números.

Actividades y sugerencias metodológicas

Antes de realizar esta actividad, es conveniente leer en las recomendaciones generales, que figuran al principio del programa, los contenidos básicos relacionados con el tema que se va a estudiar. Allí encontrará, el maestro, algunas aclaraciones sobre las relaciones "... es múltiplo de..." y "... es divisor de ...".

Para precisar el conjunto de los números con el cual se trabajará, el maestro dirá a los niños que éste está constituido por los números desde el 1 hasta el 100.

Un material útil para el logro de estos dos objetivos son las tablas de multiplicar, que los alumnos ya elaboraron.

5 x 1	= 5	9 x 1	= 9
5 x 2	= 10	9 x 2	= 18
5 x 3	= 15	9 x 3	= 27
.	.	.	.
.	.	.	.
5 x 9	= 45	9 x 9	= 81
5 x 10	= 50	9 x 10	= 90

El maestro hará que los niños fijen su atención en los elementos de la última columna de las tablas y que traten de explicar cómo se forman esos números. Se verá que para obtenerlos se multiplicó, en el primer caso, el 5 por los números 1, 2, 3 ... 10 y en el segundo se multiplicó el 9 por los mismos números.

En seguida, se procederá a escribir la lista de los números de la última columna. Dicha lista se completará teniendo en cuenta que los números que en ella figuren deben "vivir" en el referencial que se fijó. Para completar dicha lista es necesario multiplicar el número, cuya tabla se tome, por 11, 12, ... etc., hasta obtener un producto igual a 100, o el inmediato menor que 100. El maestro dirá a los alumnos que los productos así obtenidos son múltiplos del factor que queda fijo.

Se acostumbra simbolizar el conjunto de los múltiplos de un número utilizando una M, seguida del número correspondiente.

Para los ejemplos se tendrá:

M 5 = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100}

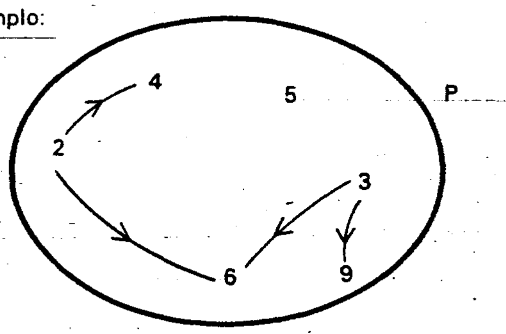
M 9 = {9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99}

Si algún niño no acepta que 5 sea múltiplo de 5, o que 9 sea múltiplo de 9, el maestro aprovechará la ocasión para explicarles que, si de las listas se suprime el 5 y el 9, los números que quedan son los múltiplos mayores que el número y que a éstos se les llama **múltiplos estrictos.** Mientras que si se dejan las listas tal y como están, se tienen los **múltiplos en sentido amplio.** Pero se puede llegar a un convenio y hablar de múltiplos en uno de los dos sentidos: aquel que los niños adopten.

Cada una de las listas de los múltiplos se puede aumentar hasta donde se quiera, ampliando el referencial. Es conveniente que esto se haga para que a los niños no les quede la impresión de que los múltiplos solamente pueden hallarse hasta el número 100.

Otro ejercicio puede consistir en dar un conjunto de números y que cada número de ese conjunto "señale", con una flecha, a aquéllos que son sus múltiplos; conviene que estos múltiplos figuren en las tablas.

Ejemplo:



Las tablas también se utilizarán para que los niños vean que si en la columna del 5 figura la fila 5 x 2 = 10, en la del 2, figura a su vez, la fila 2 x 5 = 10. Es decir, 10, es múltiplo tanto de 5 como de 2. Después de varias observaciones de este tipo, se espera que los niños no tengan que mirar las tablas de los dos factores para asegurar que el producto es múltiplo de ellos.

Para afinanzar el concepto de múltiplo, el maestro puede decir un número mayor que 9 y pedirle a los niños que digan algunos de sus múltiplos. Estos múltiplos se escribirán en el tablero y se expresarán como el producto del número por otro número natural.

La actividad que sigue es para identificar y hallar divisores de un número. Las tablas de multiplicar podrán utilizarse para tal efecto.

Se toman varias filas de tablas diferentes, como:

2 x 7 = 14 5 x 4 = 20 7 x 5 = 35 9 x 6 = 54

El maestro preguntará a los niños qué pasa si dividen el producto por cada uno de sus factores. Se verá que al realizar la división, el residuo es cero:

14 ÷ 2 = 7; 14÷ 7 = 2; 20 ÷ 5 = 4; 20 ÷ 4 = 5; ... etc.

Por esta razón, se dice que los factores de un número son divisores de ese número. Así, 7 y 2 son divisores de 14; 7 y 5 son divisores de 35; 9 y 6 son divisores de 54.

Para hallar todos los divisores de un número, por ejemplo del 12, se buscan en las tablas las filas donde el 12 figure como producto:

$\boxed{2 \times 6 = 12}$; $\boxed{3 \times 4 = 12}$; 4 x 3 = 12; 6 x 2 = 12

El maestro podrá agregar:

$\boxed{1 \times 12 = 12}$; 12 x 1 = 12

Es suficiente trabajar con aquellas encerradas en el rectángulo. El conjunto de los divisores de un número se simboliza con la letra D, seguida del número. Para el ejemplo se tendrá:

D 12 = {2, 6 , 3, 4, 1, 12} = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

Si para los niños resulta extraño que un número sea divisor de sí mismo, el maestro les hará una aclaración semejante a la que les hizo cuando se hallaron los múltiplos de un número: Si se excluye el número, queda el conjunto de los divisores estrictamente menores que él.

Si en el caso de los múltiplos, se convino incluir en éstos al mismo número, entonces para la lista de los divisores se llegará al mismo convenio.

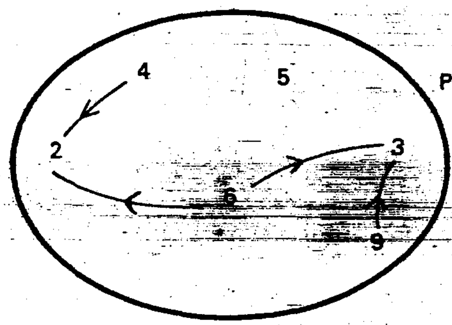
Es fácil que los niños comprendan que un número sí es divisor de sí mismo. Basta preguntarles si 12 lápices pueden repartirse entre 12 niños. De aquí resulta que:

12 ÷ 12 = 1

Es importante que los niños relacionen los conceptos múltiplo y divisor.

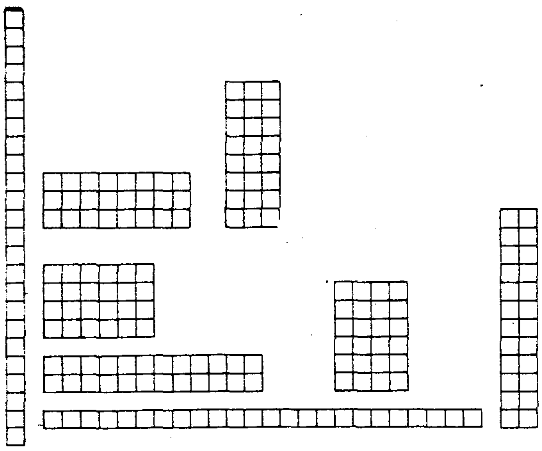
Un número es múltiplo de cada uno de sus divisores.
Un número es divisor de cada uno de sus múltiplos.

Conviene ahora tomar el conjunto P = {2, 3, 4, 5, 6, 9} y hacer el diagrama de flechas, donde cada número "señale" a sus divisiones.



Si se compara este diagrama con aquel donde cada número señala a sus múltiplos, se verá que el sentido de las flechas es el inverso.

Una forma de hallar gráficamente los divisores de un número dado, podría hacerse utilizando papel cuadriculado. Por ejemplo, si se da el número 24, se pedirá a los niños que pinten ventanas rectangulares que tengan 24 cuadritos. Los niños dibujarán ventanas como:



El maestro cuidará que los niños pinten todas las posibilidades. Luego se verá, en cada dibujo, cuántos cuadritos tiene de alto y cuántos de ancho cada ventana. En cada caso se harán anotaciones como:

$$3 \times 8 = 24, \quad 4 \times 6 = 24, \quad 8 \times 3 = 24, \text{ etc.}$$

En esta actividad, podrán hallarse los divisores de 24, como se hizo en la anterior.

Esta forma gráfica de encontrar los divisores de un numero podrá aprovecharse, posteriormente, para hallar números primos, para hallar números que son cuadrados, etc.

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
40. Reconocer algunas direcciones en el plano	El niño representará una superficie plana y trazará en ésta cinco rectas que tengan diferentes direcciones.
41. Reconocer como rectas paralelas las que tienen la misma dirección.	Dadas dos rectas que tengan la misma dirección, el alumno expresará oralmente que dichas rectas son paralelas.

Actividades y sugerencias metodológicas

Esta actividad se desarrollará preferentemente en el patio.

Inicialmente el maestro dirá a los niños que cada uno camine hacia donde quiera, teniendo en cuenta que deben seguir un camino recto y que cuando él les dé la señal deben devolverse por el mismo camino. Procurará dar la señal cuando algún niño haya llegado a una de las paredes del patio o a algún sitio donde haya un obstáculo que le impida seguir caminando.

Cuando todos los niños se hayan devuelto, cada uno expresará lo que acaba de hacer. De los niños saldrán algunas expresiones como:

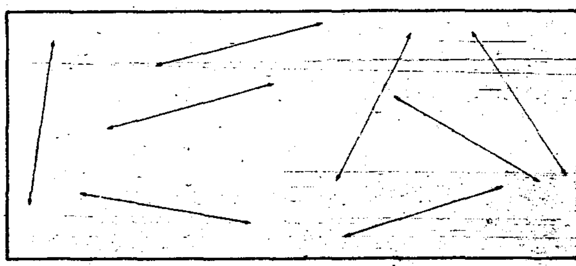
. "Yo me fui y me devolví por el mismo camino"

. "Todos caminamos por caminos diferentes en el patio".

Después, el maestro les dirá que como cada uno escogió un camino para ir y volver, en el patio, se puede decir que cada uno escogió caminar en una dirección y preguntará si todos los niños caminaron en distintas direcciones. Se trata de que los niños descubran que pueden seguir caminos diferentes, pero con algo en común: en que tienen la misma dirección.

En seguida, les pedirá que caminen nuevamente en la dirección que quieran, y que al regresar, cada uno dibuje en su cuaderno los caminos que siguieron. Les explicará que al hacer el dibujo, el cuaderno reemplazará el patio sobre el cual caminaron y el lápiz, hará el papel del niño que caminó. Los orientará para que dibujen los caminos, empleando una línea recta con una flecha en cada extremo, para indicar que hubieran podido seguir caminando, si no hubiera sido por la orden del maestro, por la cual tuvieron que devolverse hasta llegar al sitio de donde habían partido.

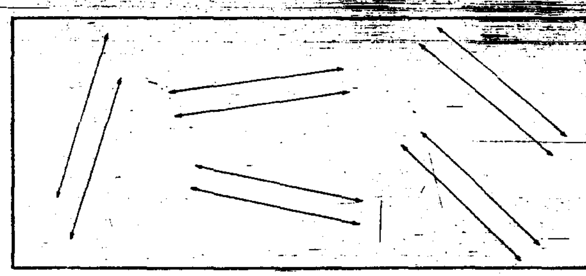
Así obtendrán dibujos como los siguientes:



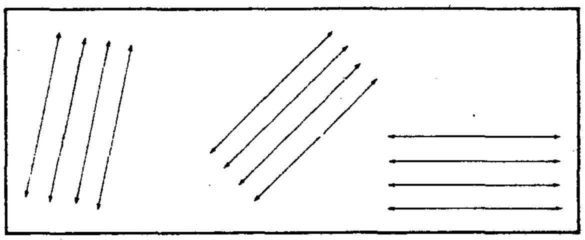
El maestro les preguntará si hay caminos que se parecen en algo, o si ven que hay caminos que tienen la misma dirección.

Después, les pedirá que tomados de la mano, caminen por parejas en la misma dirección y que cuando regresen, cada pareja dibuje los caminos que siguió.

Al dibujar los caminos que siguieron por parejas, se obtendrán dibujos como los siguientes:



Los niños podrán ahora caminar de a tres, o de a cuatro, en la misma dirección. Al dibujar los caminos que siguieron tres grupos de cuatro niños que caminaron en la misma dirección, se puede obtener un dibujo como el siguiente:



En seguida, en el salón, el maestro dialogará con los niños para hacer un resumen de lo que se ha hecho. Harán entre otras, las siguientes observaciones:

— Cada niño ha elegido un camino para ir y volver; es decir, ha elegido una dirección para caminar. Han representado cada camino con una línea recta. De esta manera se han obtenido diferentes rectas. En este momento pasarán al tablero algunos niños y dibujarán varias rectas que tengan distintas direcciones.

Cuando los niños caminaron por parejas, lo hicieron en la misma dirección; lo mismo cuando caminaron de a tres o de a cuatro.

Al representar los caminos que siguieron se obtuvieron dos, tres o cuatro rectas que van en la misma dirección.

Luego, el maestro dirá a los niños que al representar los caminos de los niños que van en la misma dirección, se obtienen rectas que van en la misma dirección y que a esas rectas se les llama "rectas paralelas".

Concluirán pues, que rectas paralelas son aquellas que tienen la misma dirección.

Para finalizar, les pedirá que dibujen rectas paralelas. También podrá dibujar en el tablero algunas rectas para que el niño determine si son paralelas o no. En particular se destacará la dirección vertical y la dirección horizontal de las rectas pintadas en el tablero.

Los niños observarán las paredes del salón, las puertas, los libros, etc. e identificarán bordes que tengan la misma dirección, es decir, bordes paralelos, y dirán si esos bordes tienen dirección vertical, horizontal u otra dirección diferente.

También se puede representar un pueblo destacando las calles y las carreras, para analizar que algunas calles son aproximadamente paralelas entre sí, y algunas carreras también lo son. Se indicará que puede haber calles, carreras, diagonales, transversales, etc., que aunque son rectas no son paralelas a ninguna otra, o sea que tienen dirección distinta de la de ellas.

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
42. Reconocer movimientos de rotación alrededor de un eje.	Dada una figura y un eje, efectuar rotaciones alrededor del eje.
43. Representar gráficamente algunas rotaciones.	Dada una figura y un eje, el niño dibujará los resultados de efectuar rotaciones.

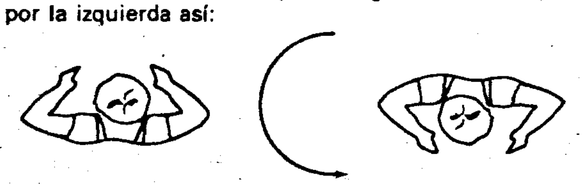
Actividades y sugerencias metodológicas

Para iniciar esta actividad se puede estudiar detalladamente algunos movimientos que los niños realizan en sus actividades diarias y en sus juegos como son los giros. Los niños se podrán formar en 5 filas y se ejercitarán en el cumplimiento de órdenes como:

— ¡A la izquierda! ¡A la derecha! ¡Media vuelta sobre la izquierda! ¡Una vuelta sobre la derecha!

Si se da la orden: "una vuelta sobre la derecha", los niños deben girar hasta quedar en la posición inicial.

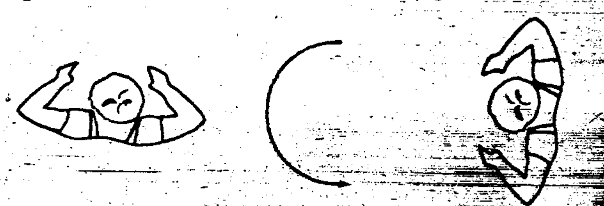
También podría hacerse otro giro, de una vuelta, por la izquierda. Los giros serían diferentes aunque la posición inicial y la final sean las mismas. Si se da la orden: "media vuelta sobre la izquierda" los niños deben girar hasta quedar mirando en el sentido opuesto. Se puede establecer con los niños que este giro se debe realizar por la izquierda así:



Posición inicial Giro Posición final

También podría haberse ordenado dar media vuelta por la derecha. El giro sería diferente aunque las posiciones iniciales y finales fueran las mismas en ambos casos.

Si se da la orden: "A la izquierda", los niños deben girar un cuarto de vuelta, hacia la izquierda, así:



Posición inicial Giro Posición final

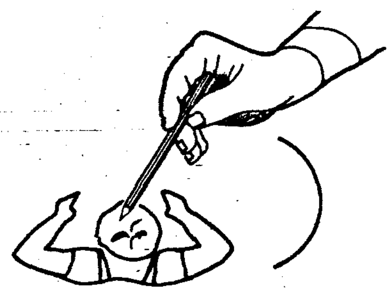
Luego de que los niños hayan realizado varias veces estos ejercicios, pasarán al salón donde se organizarán por parejas. Cada integrante de la pareja dibujará un esquema como el siguiente, que representa a un niño visto por encima, y luego recortará la silueta:

Frente

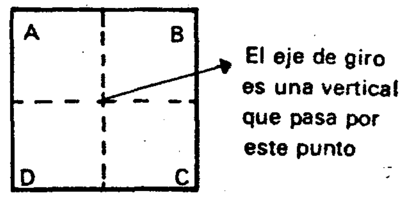
espalda

El juego consiste en que cada niño de una pareja le da una orden a su compañero, y éste la ejecuta con la silueta. Luego de varios ejercicios, los niños con ayuda del profesor deben descubrir que los giros se realizan alrededor de un eje imaginario que pasa por la cabeza y llega al suelo, así:

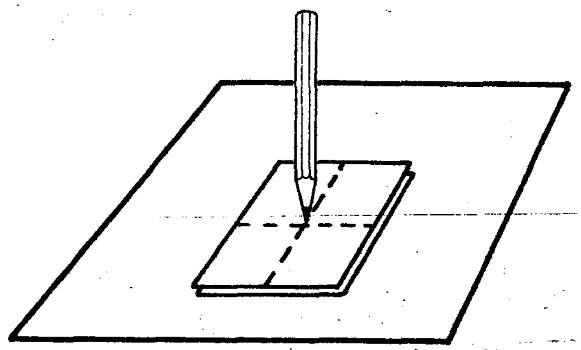
Para mayor facilidad, cada niño simbolizará el eje sosteniendo verticalmente el lápiz con la punta sobre la cabeza de la silueta, de tal forma que cuando un niño dé una orden a su compañero para que realice un giro usando la silueta, éste lo realizará usando como eje el lápiz, como se ilustra en la gráfica.

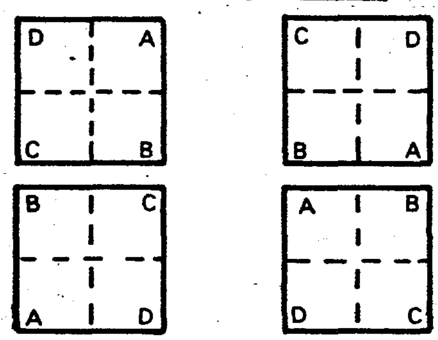


Posteriormente, se podrá dibujar un cuadrado en un papel, colocando una letra en cada vértice y realizar giros del cuadrado. El eje de giro pasará por la intersección de los dos quiebres que se obtienen al dividir en dos, cada lado.



Para este juego, sobre la hoja se debe dibujar un cuadrado y se recorta otro de las mismas dimensiones. El juego consiste en poner el cuadrado recortado sobre el dibujo, de tal manera que lo cubra. Se escriben las letras A, B, C, D en las esquinas del cuadrado recortado. Luego se hace girar el cuadrado de arriba hasta que cubra el de abajo, pero de tal forma que los vértices vayan cambiando de sitio. Puede ponerse el lápiz verticalmente sobre el cuadrito de encima de manera que la punta esté sobre el punto central. Se anotan las posiciones en que quedan las letras, hasta que no haya otras posibles.

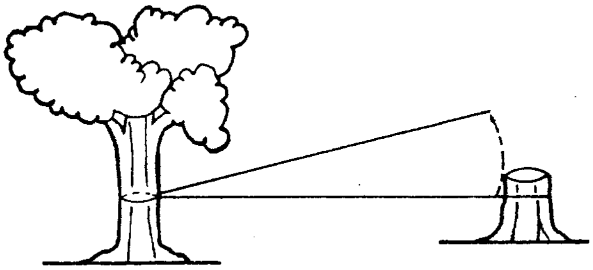


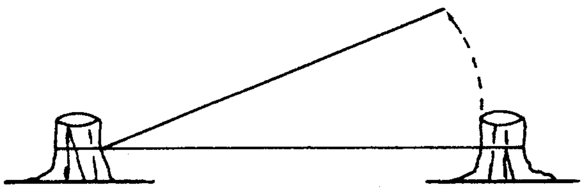


Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
44. Definir ángulos como giros alrededor de un eje.	El alumno girará alrededor de un eje formando ángulos.
45. Representar ángulos gráficamente.	El alumno hará la representación de algunos ángulos.
46. Definir la vuelta como una unidad de amplitud de un ángulo.	El alumno tomará como referencia la vuelta para medir amplitud de ángulos.
47. Clasificar ángulos según su amplitud.	Dados varios ángulos, el alumno los clasificará según su amplitud.

Actividades y sugerencias metodológicas

Esta actividad se puede desarrollar en el patio. Antes de iniciar se preparará el siguiente material: si en el patio hay un árbol, amarrarán al tronco dos cuerdas del mismo largo, a la altura de la mano de los niños. Fijarán una de las cuerdas a una estaca cerca del árbol y la otra la dejarán suelta. Si no hay árbol, buscarán dos objetos fijos de donde amarrarlas.

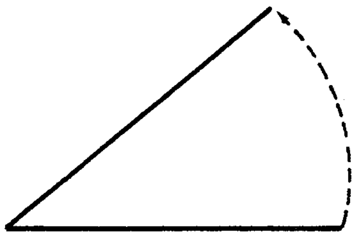




Un alumno tomará la cuerda suelta y desde el punto donde está la estaca comenzará a girar alrededor del árbol.

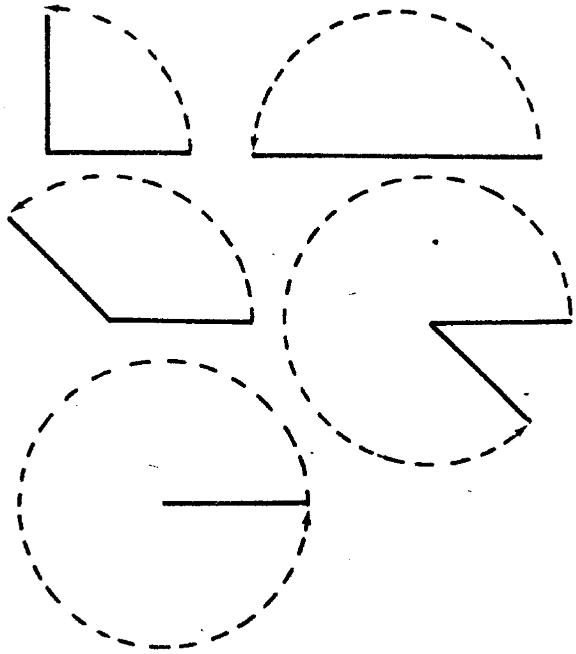
Cuando haya dado cuatro o cinco pasos, parará para que todos hagan sobre sus cuadernos una representación de lo que se ha hecho; el maestro les dará algunas recomendaciones como las siguientes:

Para representar las cuerdas harán líneas rectas, teniendo en cuenta la posición en que éstas quedaron. El camino recorrido por el niño podrá representarlo con líneas interrumpidas indicando con una flecha el sentido en el cual caminó. Observarán que las dos líneas salen del mismo punto.



Después, pasará otro alumno y comenzará a girar nuevamente alrededor del árbol, cuando haya dado unos 10 pasos, parará para que los demás hagan una representación gráfica de lo que se ha hecho, como lo hicieron en el caso anterior. Así seguirán pasando niños a girar alrededor del árbol teniendo en cuenta que cada niño que pase, dé un mayor número de pasos, hasta que el último dé una vuelta completa, es decir, llegue al sitio de salida. Cada vez que pase un niño, los demás harán una representación gráfica.

Se espera que hagan algunos dibujos como los siguientes:



En seguida el maestro dialogará con los niños sobre la actividad que acaban de realizar; se harán entre otras las siguientes observaciones:

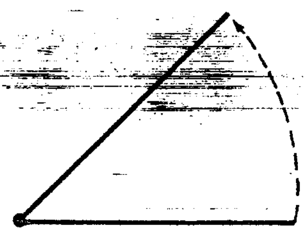
Se tomó el árbol como un eje o punto alrededor del cual se giró.

Cada niño giró alrededor del árbol de diferente manera. Para la representación gráfica, el eje aparece como punto común de las dos rectas que indican desde dónde se comenzó a girar, hasta donde se terminó.

El maestro explicará que los giros alrededor de un eje se llaman ángulos y que para representarlos gráficamente se utilizan dos rectas con un punto común. El espacio entre las rectas representa qué tan amplio es el giro. Para reforzar esta idea, se conseguirá un chinche o algo que sirva para sostener una cuerda en el tablero; y en el extremo libre de la cuerda se amarrará una tiza.

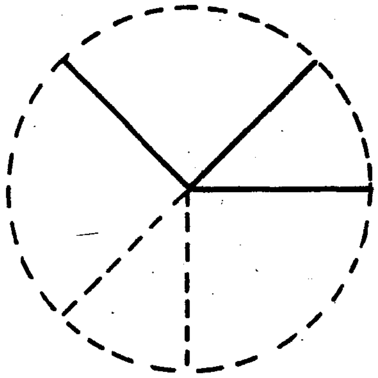
El maestro pedirá a un niño que le sirva de auxiliar para que dibuje sobre el tablero la posición inicial de la cuerda cuando él la apoye sobre el tablero. Con la cuerda bien templada dibujará con la tiza, el camino que resulta cuando comienza a girar.

Al terminar, el niño auxiliar dibujará la nueva posición de la cuerda.



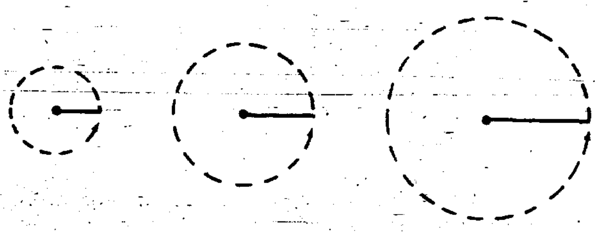
Ahora el maestro pedirá a los niños que por parejas, pasen a dibujar diferentes ángulos. Cuando hayan hecho un número suficiente de ángulos en el tablero, les dirá que busquen un mecanismo para comparar los ángulos dibujados. Si no hay una propuesta mejor, el maestro les dirá que se fijen en lo amplio del giro en cada ángulo. Se espera que los niños concluyan que la diferencia entre un ángulo y otro es la amplitud del giro.

Se podrán dibujar en el tablero varios ángulos de diferente amplitud hasta dar una vuelta, como lo muestra el siguiente dibujo:



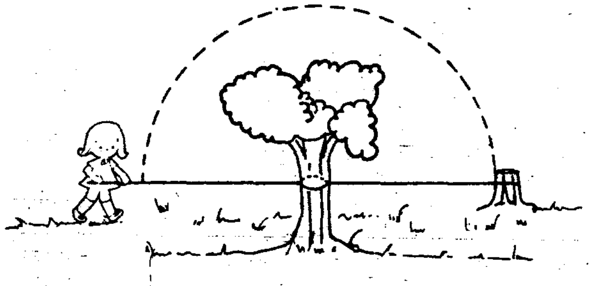
El maestro les dirá que para determinar la amplitud de un ángulo se toma como referencia la vuelta, es decir, un giro alrededor de un eje en el que se sale de un punto y se regresa al mismo. Entonces la vuelta va a servir como una unidad de amplitud.

Luego pasarán al tablero 3 niños, cada uno recibirá una cuerda de diferente longitud para pintar un ángulo de una vuelta. En el tablero quedarán dibujos como los siguientes:



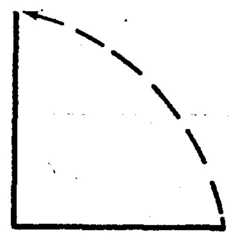
En seguida, los niños discutirán sobre las diferencias o semejanzas que encontraron entre los ángulos dibujados. Se darán orientaciones para que concluyan que los ángulos no son diferentes, puesto que todos son de una vuelta; que lo diferente es la longitud de las cuerdas que utilizaron para dibujarlos. El maestro aprovechará este momento para reafirmar que lo que importa en un ángulo es la amplitud o la apertura formada por las dos líneas que lo representan y no el largo de sus lados. Recalcando estos aspectos, les pedirá que dibujen ángulos de diferente amplitud con cuerdas de diferente longitud en cada caso.

En el patio un niño tomará la cuerda suelta y girará alrededor del árbol hasta que forme una línea recta con la cuerda que está fija, así:

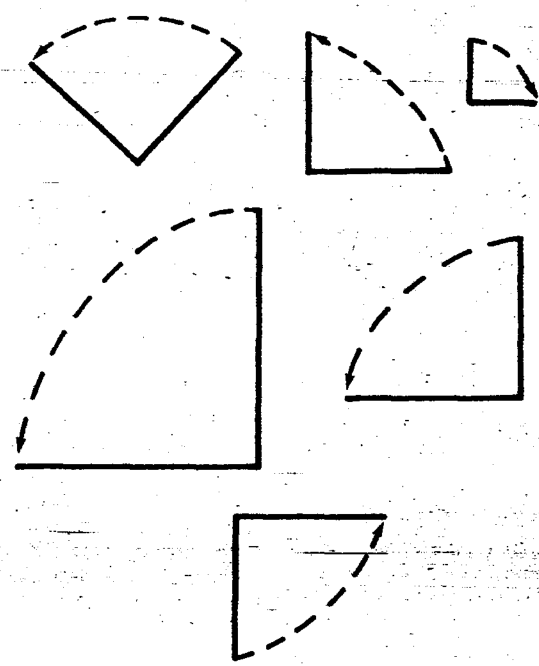


Los niños dibujarán este ángulo y sugerirán un nombre para él. Se espera que digan que se ha girado media vuelta, o que la amplitud es de media vuelta, por tanto, este ángulo se puede llamar "ángulo de media vuelta". También podrán dibujarlo en el tablero utilizando una cuerda.

Después el maestro se colocará al frente del árbol de tal manera que cuando un niño llegue a donde él está, haya recorrido un cuarto de vuelta. Les pedirá que dibujen este ángulo y le den nombre. Se espera que los alumnos digan que se ha girado un cuarto de vuelta y que a este ángulo se le puede llamar "ángulo de un cuarto de vuelta". A este ángulo se le conoce con el nombre de "ángulo recto", por tanto, un ángulo es recto cuando su amplitud es de un cuarto de vuelta.



En seguida, dibujarán en el tablero varios ángulos de un cuarto de vuelta, procurando que la longitud de los lados sea diferente para cada ángulo. Podrán hacer dibujos como los siguientes:



El maestro explicará que los dibujos representan el mismo ángulo, en este caso el "ángulo de un cuarto de vuelta" y que no importa la longitud de los lados, sino la amplitud o apertura que hay entre las dos líneas.

Para finalizar, los niños dibujarán en sus cuadernos y en el tablero diferentes ángulos, clasificándolos según su amplitud.

Objetivo específico

48. Reconocer como rectas perpendiculares las que al cortarse forman ángulos de un cuarto de vuelta cada uno.

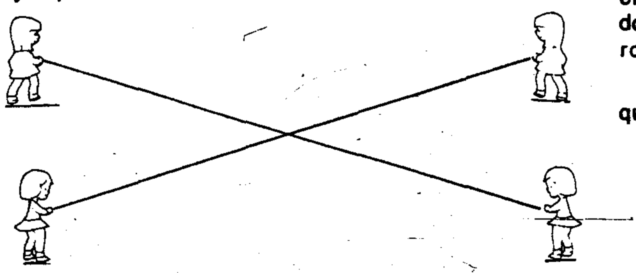
Indicador de evaluación

El alumno dibujará en el tablero rectas perpendiculares y explicará por qué lo son.

Actividades y sugerencias metodológicas

Los alumnos se organizarán en grupos de cuatro y saldrán al patio con dos cuerdas, una regla y un cuaderno para hacer anotaciones. Un grupo pasará al centro y se dividirá en dos parejas, que tomarán las dos cuerdas para que las sostengan por los extremos de tal manera que las dos cuerdas queden cruzadas.

Ejemplo:



Bajarán las cuerdas hasta el piso y harán cinco marcas, una en el punto donde se cruzan las cuerdas y las otras, en los extremos de éstas.

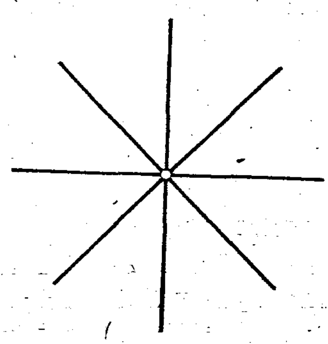
Los demás alumnos harán un gráfico de la situación en sus cuadernos, representando las cuerdas con rectas y las marcas del suelo con puntos gruesos.

El maestro les dirá que en las rectas, el punto que corresponde al sitio donde se cruzan las cuerdas, se suele llamar punto de corte.

Después pasará otro grupo a sostener las cuerdas, sus integrantes se colocarán en sitios diferentes a los que se colocaron los alumnos del grupo anterior, de tal manera que las cuerdas se crucen en el mismo punto.

Lo mismo harán los demás grupos, y como en los casos anteriores, mientras que cada grupo sostiene las cuerdas en diferentes posiciones, los otros alumnos harán una representación en el cuaderno. Para facilitar dicha representación se colocan primero los puntos que indican la posición de los alumnos que sostienen las cuerdas, y después se unen por medio de rectas que se cortan.

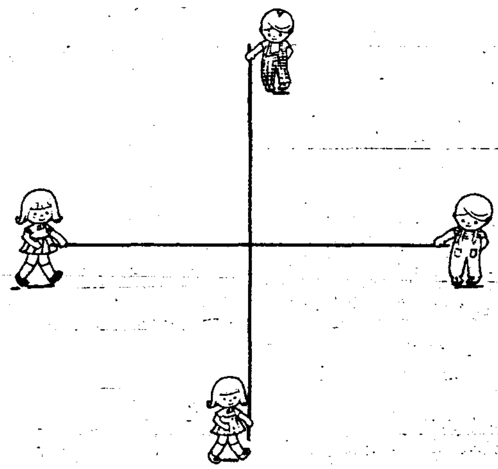
Ejemplo:



Los niños regresarán al salón de clase. Por medio de esquemas en el tablero, el maestro les hará observar que cuando se cortan dos rectas, se forman cuatro ángulos, y que la amplitud de estos no siempre es igual. Les pedirá que observen las representaciones y señalen aquellas rectas que al cortarse, forman cuatro ángulos de la misma amplitud.

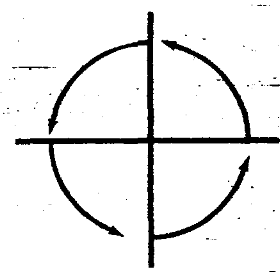
Si en ninguno de los casos se presentó esta situación, el maestro pedirá a 4 niños que se coloquen en un sitio donde puedan ser observados por todos sus compañeros, por parejas uno frente al otro.

Tomarán las cuerdas por los extremos, de manera que queden cruzadas. Por ejemplo:



Un niño pasará al tablero a hacer la representación.

El maestro preguntará a los alumnos de cuánto es la amplitud de cada uno de estos ángulos. Se espera que los alumnos respondan: de un cuarto de vuelta. Como en algunos casos no es fácil verlos por la dirección de las rectas, el maestro les pondrá este ejemplo:



Les dirá que las rectas que al cortarse forman 4 ángulos, todos de un cuarto de vuelta, se llaman rectas perpendiculares.

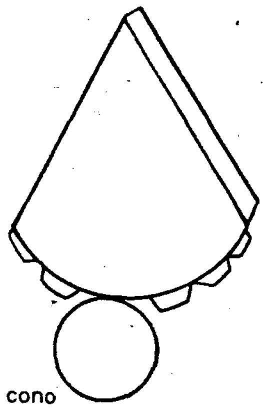
Después se podrán dibujar varios ejemplos de rectas que se cortan para que los alumnos coloquen, debajo de ellas, si son perpendiculares o no.

Objetivo específico	Indicador de evaluación
49. Identificar algunos sólidos geométricos regulares.	El estudiante identificará en algunos objetos formas similares a las formas de los sólidos geométricos regulares como la esfera, el cono, el cilindro, el cubo y el prisma.

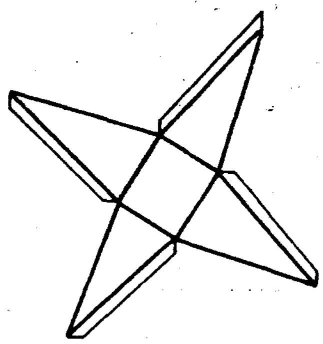
Actividades y sugerencias metodológicas

El maestro elaborará modelos de algunos sólidos geométricos regulares. Para facilitar este trabajo se incluyen a continuación algunos dibujos que pueden ayudar a realizar modelos huecos en cartulina.

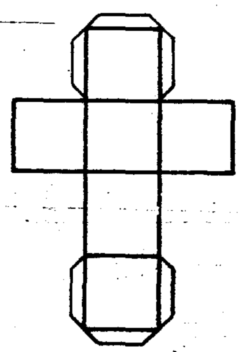
Para la esfera no se incluye un modelo, porque su construcción en cartulina es bastante difícil. Puede usarse como modelo una bola de ping-pong, una pelota de caucho o una bolita de cristal o mara.



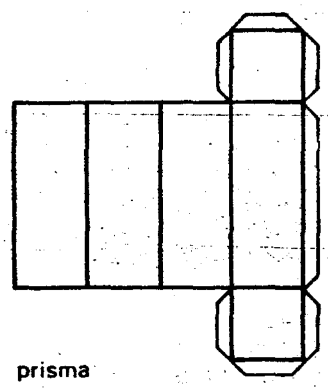
cono



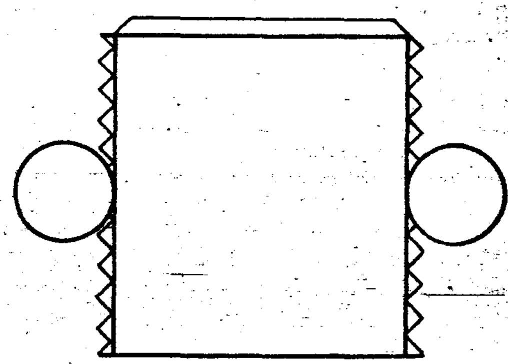
pirámide



cubo



prisma
recto de base cuadrangular



cilindro

El maestro colocará cada modelo sobre una mesa o sobre el piso y alrededor de cada uno de ellos pondrá un lazo o una pita. Luego pedirá a los niños que busquen objetos cuya forma sea parecida a uno de los modelos y los coloquen dentro de los lazos correspondientes. Así, en el lazo en donde se ha colocado la esfera, los niños podrán colocar objetos como: una naranja, un balón, un corozo, una bola. En el lazo en donde se ha colocado un cilindro los niños colocarán: tiza, lápices, tubos, palitos, etc. Seguramente no habrá suficientes objetos a disposición de los niños para que puedan ser colocados en los lazos. En este caso conseguirá algunos con anterioridad. El maestro dirá los nombres de cada sólido y hará que los niños expresen oralmente la semejanza de cada objeto con alguno de los sólidos geométricos regulares, así:

Una naranja tiene forma parecida a una esfera
Un gorro de payaso tiene forma parecida a un cono
Hay tubos con forma parecida a un cilindro.

Aunque no se pretende que los niños adquieran todos los conceptos acerca de los sólidos geométricos regulares, es conveniente recordar a los maestros que entre los sólidos geométricos regulares, están los cinco sólidos llamados platónicos: tetaedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro; la esfera, el cono, el cilindro recto, y las pirámides y prismas rectos que tengan como base un polígono regular.

(Los polígonos regulares son los que están limitados por lados que tienen la misma longitud y que comprenden ángulos internos de la misma amplitud regular).

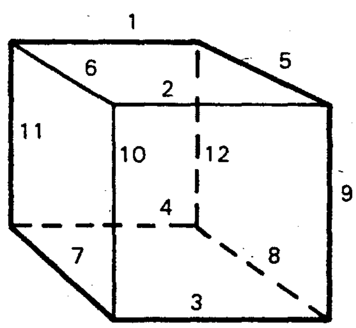
Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
50. Identificar bordes paralelos y bordes perpendiculares en algunos sólidos regulares.	Dado un sólido regular, por ejemplo un cubo, el alumno señalará dos bordes paralelos y dos bordes perpendiculares.
51. Reconocer las formas cuadradas, rectangular, triangular y circular a partir de algunos sólidos.	Dados varios sólidos, el alumno señalará en ellos caras que tengan forma cuadrada, rectangular o circular.

Actividades y sugerencias metodológicas

En esta actividad se utilizarán los modelos de sólidos elaborados para la actividad anterior.

El maestro les mostrará el cubo y les pedirá que señalen los bordes; luego que señalen dos bordes paralelos (en este momento recordarán que dos rectas son paralelas cuando tienen la misma dirección). Si es posible también señalarán tres bordes que sean paralelos entre sí y cuatro bordes que también sean paralelos entre sí.

Se espera que en el cubo encuentren lo siguiente:



Que el borde 1 es paralelo con el borde 2, este borde paralelo con el borde 3, y este borde es paralelo con el borde 4; es decir, los bordes 1, 2, 3 y 4 son paralelos entre sí. También encontrarán que los bordes 5, 6, 7 y 8 son paralelos entre sí y que los bordes 9, 10, 11 y 12 son paralelos entre sí.

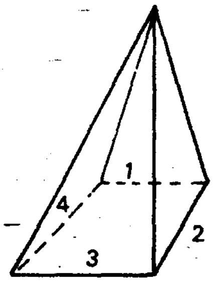
Ahora les pedirá que en el cubo busquen borde perpendiculares, es decir, bordes que al cortarse formen ángulos rectos o ángulos de un cuarto de vuelta. Encontrarán que el borde 1 es perpendicular con los bordes 5, 6, 11 y 12.

Asimismo, tomarán los demás bordes y hallarán todos los bordes que sean perpendiculares con cada uno. Cada niño dará un ejemplo de dos bordes perpendiculares, hasta que se haya sacado el mayor número posible de ejemplos.

En seguida, tomarán un prisma recto de base rectangular y uno de base cuadrangular para que señalen los bordes paralelos y los bordes perpendiculares. Podrán trabajar en la misma forma como lo hicieron en el cubo.

Después, los niños tomarán una pirámide de base cuadrada para buscar bordes paralelos y bordes perpendiculares.

Encontrarán que sólo en la base hay bordes paralelos y bordes perpendiculares así:



El borde 1 es paralelo al borde 3.

El borde 2 es paralelo al borde 4.

El borde 1 es perpendicular al borde 2.

El borde 1 es perpendicular al borde 4.

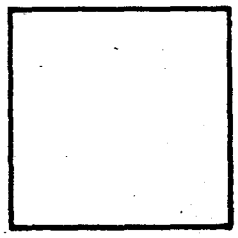
El borde 3 es perpendicular al borde 2 etc.

Después los niños tomarán el cono y el cilindro para buscar si tienen bordes paralelos; llegarán a la conclusión de que estos sólidos no los tienen. Es posible que algún niño diga que las dos bases del cilindro son paralelas; el maestro les dirá que eso es verdad y les aclarará que lo que se está buscando es segmentos de recta que sean paralelos y en el caso de las bases éstas son superficies y no segmentos de recta.

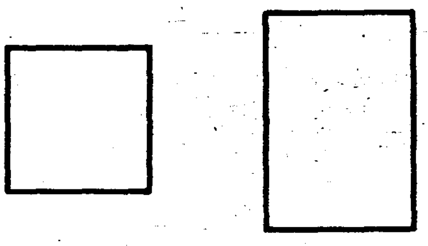
En seguida les pedirá que en estos sólidos, señalen bordes perpendiculares. También encontrarán que no tienen. Concluirán que el cubo, el prisma recto de base rectangular y el prisma recto de base cuadrangular tienen bordes paralelos y bordes perpendiculares.

El maestro organizará a los niños en cinco grupos y a cada grupo le entregará uno de los sólidos regulares; es decir, un grupo tendrá un prisma cuadrangular, otro un cubo, otro una pirámide y otro un cono. Les pedirá que observen las caras planas de estos sólidos, las toquen con la mano y hagan un dibujo de cada una de ellas. Cada grupo observará y dibujará todas las caras planas del sólido que les correspondió.

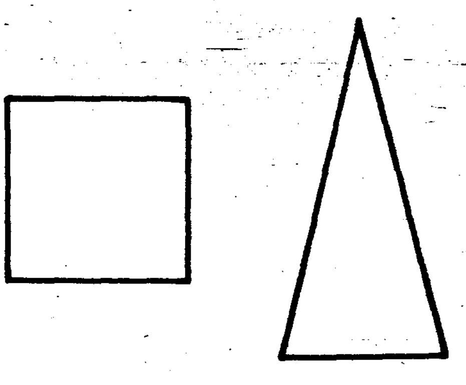
El grupo que tiene el cubo dibujará seis figuras como la siguiente:



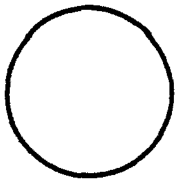
Los que tienen un prisma de base cuadrangular dibujarán figuras como las siguientes:



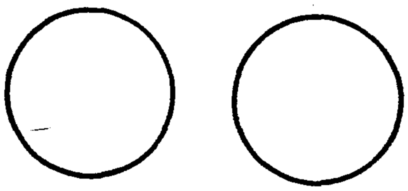
El grupo que tiene una pirámide de base cuadrada, dibujará figuras como las siguientes:



Los que tienen el cono solamente dibujarán su base.

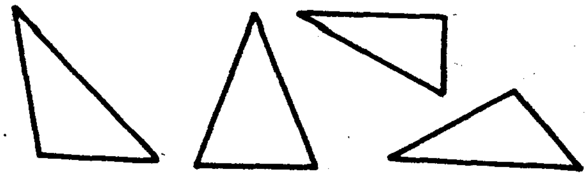


Los que tienen el cilindro harán los dibujos de sus bases:



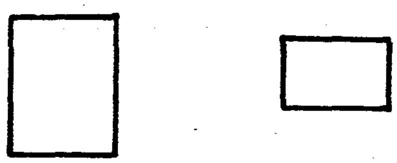
Un representante de cada grupo pasará al tablero y dibujará las figuras que hicieron. El maestro les dirá que clasifiquen esas figuras según su forma, es decir, los niños agruparán todas las figuras que tienen tres bordes; en otro grupo, estarán todas las figuras de forma redonda; en otro grupo las figuras que tienen cuatro bordes de igual longitud y en otro todas las figuras que también tienen cuatro bordes, y que, de dos en dos, tienen la misma longitud. Cada niño dibujará en su cuaderno las figuras que salieron de esta clasificación.

El maestro señalará el grupo de figuras que tienen 3 lados o bordes y les preguntará si conocen algún nombre para la forma de esas figuras. Si alguno lo sabe, lo comunicará a sus compañeros, si no, el maestro les dirá que todas esas figuras tienen forma triangular. Dibujarán algunas figuras de forma triangular como las siguientes:



Señalará las figuras que tienen cuatro bordes de la misma longitud y preguntará por el nombre de la forma de estas figuras, llegando a la conclusión que todos tienen forma cuadrada. Dibujarán figuras como estas:

Hará lo mismo con las figuras que tienen cuatro bordes cuyas longitudes son iguales de dos en dos, concluyendo que tienen forma rectangular y las dibujarán.



Las figuras que tienen forma parecida a la de las tapas, las monedas, o la que se ve cuando se corta en dos una naranja y se abren los pedazos, se dice que son de forma circular.

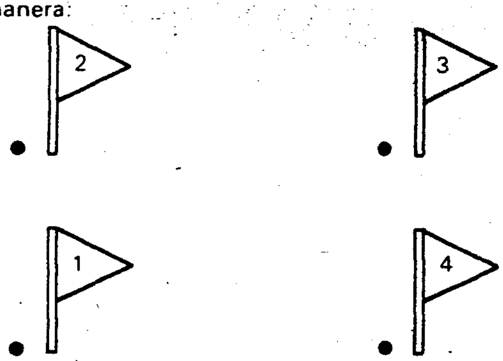
En seguida, el maestro pedirá que cada niño dibuje una figura de cada una de las cuatro formas estudiadas. También les pedirá que den el nombre de objetos que tengan caras planas con esas formas, haciendo una lista en el tablero de estos objetos. También pueden tomar objetos y señalar caras que tengan esas formas.

Objetivo específico	Indicador de evaluación
52. Reconocer caminos simples y caminos no simples	El alumno dibujará caminos simples y caminos no simples.

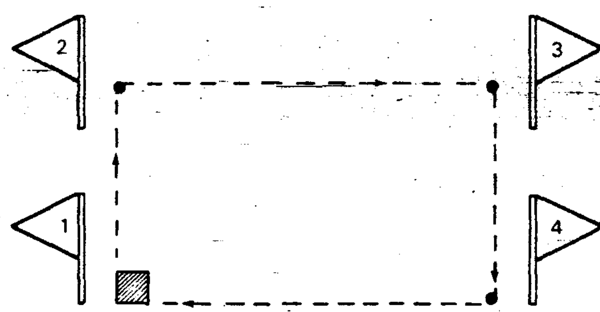
Actividades y sugerencias metodológicas

Para esta actividad los alumnos organizados en 4 grupos, elaborarán unos banderines en cartulina enumerados de 1 a 4.

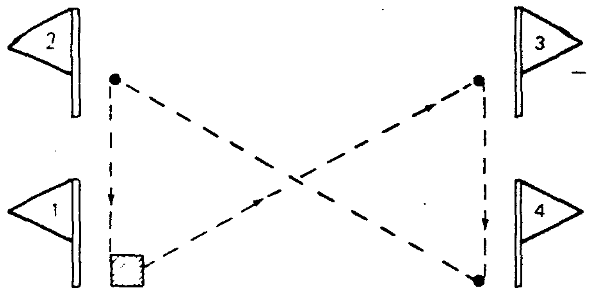
En el patio, cuatro alumnos tomarán los banderines numerados y se ubicarán en 4 puntos de la siguiente manera:



Otro alumno deberá hacer un recorrido que pase por donde están los cuatro banderines en el orden 1, 2, 3 y 4. Este recorrido podrá dibujarse, con tiza, sobre el piso.



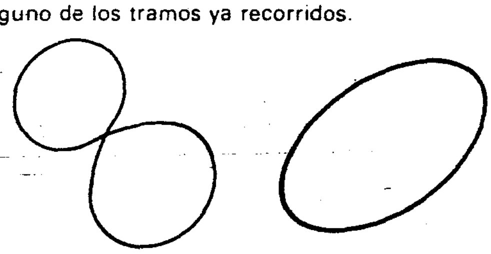
Ahora pasará otro niño que deberá hacer otro recorrido, pasando por los banderines en el siguiente orden: 1, 3, 4, 2, 1. Este nuevo recorrido podría dibujarse con tiza de otro color.

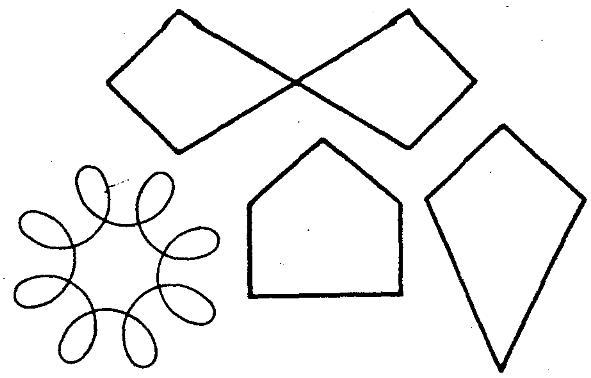


El maestro pedirá a los niños que observen los dibujos y respondan: ¿En alguno de los recorridos que hizo el niño, pasó dos veces por el mismo lugar?

El maestro los orientará para que concluyan que si hay cruces en el dibujo, quiere decir que por ese punto se pasó dos veces; por lo tanto, el primer recorrido no pasó dos veces por el mismo sitio, mientras que el segundo sí. Para comprobarlo, otros dos niños harán de nuevo los mismos recorridos. En el segundo caso, los niños identificarán en el dibujo el punto donde se cruzan el tramo de 1 a 3 y el tramo de 4 a 2 y verán cómo al realizar este recorrido el niño pasó dos veces por este lugar.

El maestro podrá trazar en el patio caminos como los siguientes; para que los niños los recorran partiendo de sitios diferentes, en sentidos diferentes, y sin repetir ninguno de los tramos ya recorridos.



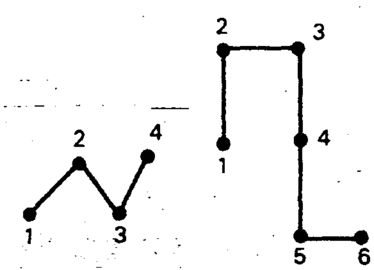
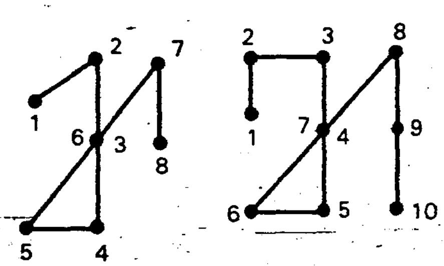
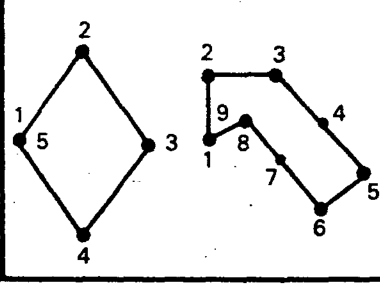
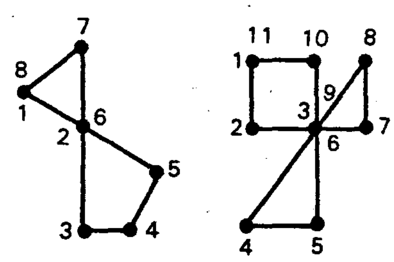


Pedirá a los niños que los recorran y los clasifiquen según si hay sitios por los que hay que pasar más de una vez, o no.

El maestro explicará a los niños que aquellos caminos en los cuales, al recorrerlos, no se pasa sino una vez por cada sitio, se llaman caminos simples, y los otros caminos se llaman no simples, y les pedirá que dibujen en sus cuadernos 3 ejemplos de caminos simples y 3 de caminos no simples.

Si los niños piensan que por el punto inicial (banderín 1) también pasan dos veces: una vez al salir y otra al llegar, el maestro les hará caer en cuenta de que en realidad no pasan por ese punto: salen de él y llegan a él, pero no pasan por él.

Puede decirles que esos caminos en los cuales hay una manera de recorrerlos comenzando y terminando en el mismo punto sin repetir ningún tramo ya recorrido, se llaman caminos cerrados y si al recorrerlos completos, sin repetir ningún tramo, terminan en otro punto diferente, se llaman caminos abiertos. Les pedirá que dibujen ejemplos de caminos abiertos simples y no simples, y de caminos cerrados simples y no simples.

CAMINOS	SIMPLES	NO SIMPLES
ABIERTOS		
CERRADOS		

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
53. Identificar el metro, como un patrón común de longitud.	El alumno explicará por qué el metro es empleado comúnmente como unidad de longitud.
54. Definir el decímetro y el centímetro como submúltiplos del metro.	El alumno explicará por qué el decímetro y el centímetro son submúltiplos del metro.
55. Hacer conversiones de metros a decímetros y de metros a centímetros.	Dadas varias longitudes en metros, el alumno las expresará en decímetros o en centímetros, según se le solicite.
56. Medir longitudes utilizando patrones estandarizados como el metro, el centímetro y el decímetro.	El alumno medirá algunas longitudes utilizando el metro, el decímetro y el centímetro.

Actividades y sugerencias metodológicas

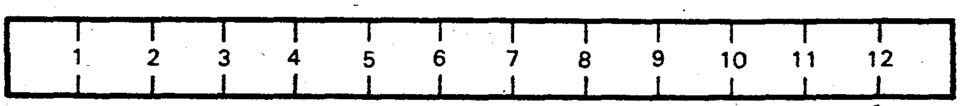
En el primer grado los alumnos midieron longitudes empleando patrones arbitrarios como: el pie, la cuarta, el jeme, el paso, el ancho de los dedos, etc., ante la dificultad que presentan tales unidades, por ser diferentes de una persona a otra, se vio la necesidad de convenir en utilizar una unidad común. Esta unidad estandarizada es el metro. Con ella trabajaron los alumnos y llegaron a establecer que a lo largo del metro se pueden colocar 10 regletas de 1 decímetro de longitud, es decir:

1 metro = 10 decímetros.

A disposición de los alumnos se tendrán varios metros para que expresen en metros y decímetros, la medida aproximada del largo y del ancho de la mesa, de los pupitres, del tablero, etc. Para que la aproximación sea mejor, los alumnos deben llegar a proponer la escogencia de una unidad de medida más pequeña que el decímetro. Esta unidad es el **centímetro.** El maestro les explicará cómo el metro está formado por 100 partecitas más pequeñas llamadas centímetros. En el tablero el maestro fijará una tira de cartulina en la cual se haya dibujado un listón de un metro con divisiones de un centímetro. Los niños podrán comprobar, contando los centímetros que, en efecto, un metro está formado por 100 centímetros. Luego, el maestro explicará a los niños la forma de hacer una medición empleando el metro y el centímetro y de leer los resultados.

Les propondrá que elaboren una tira de un metro de largo. Estas representaciones del metro podrán ser elaboradas empleando tiras de cartulina o de papel; cada metro deberá estar dividido en 100 centímetros.

Al elaborar un metro el maestro hará notar a los niños que el primer extremo izquierdo no se numera, y que los números se ponen encima de las divisiones, y no dentro de los cuadritos de los centímetros, así:



Los niños marcarán ahora sobre el metro, con un lápiz rojo, cada 10 centímetros y contarán las partes en que quedó dividido el metro; teniendo en cuenta solamente las marcas rojas, compararán los resultados y concluirán que el metro queda dividido en 10 partes, y que cada una de esas 10 partecitas se llama decímetro.

Los niños comprobarán que un metro está formado por 10 decímetros y que un decímetro está formado por 10 centímetros y escribirán las igualdades correspondientes, así:

1 metro = 10 decímetros.
1 decímetro = 10 centímetros.
1 metro = 100 centímetros.

El decímetro y el centímetro, como caben un número exacto de veces en el metro se llaman submúltiplos del metro.

Luego, medirán diferentes longitudes, empleando el metro construido, para ejercitarse en el manejo y lectura del mismo. Estos ejercicios de medición los podrán hacer de la siguiente forma:

Supongamos que un niño encuentra que el largo de la mesa mide 176 centímetros, otro niño al emplear los decímetros como base de su medición y los centímetros como medida secundaria, encuentra que esa distancia mide 17 decímetros y 6 centímetros. Un tercer niño al tomar el metro como base de su medición y el decímetro y el centímetro, como secundarios, debe expresar que esa longitud mide 1 metro, 7 decímetros, 6 centímetros.

Cuando hayan efectuado varias mediciones de esta forma, el maestro les pedirá que escriban en el tablero algunos de los resultados que obtuvieron en estas mediciones y los orientará para que deduzcan que las tres formas empleadas para expresar una longitud son equivalentes:

176 centímetros = 17 decímetros y 6 centímetros
= 1 metro, 7 decímetros y 6 centímetros.

Cuando los niños hayan presentado varios resultados de esa forma, el maestro les explicará que para facilitar la expresión de una longitud en metros, decímetros y centímetros, se puede elaborar un cuadro como el siguiente:

metro	decímetro	centímetro
1	7	6

El niño que no usó el metro como unidad de medida sino el decímetro y el centímetro, deberá leerlo como 17 decímetros y 6 centímetros y por último el niño que solo empleó los centímetros como unidad de medida deberá leer 176 centímetros.

Los niños deben realizar variados ejercicios para que aprendan a realizar conversiones empleando el cuadro de casillas anteriormente presentado, o cualquier otro medio que les facilite las conversiones

Objetivo específico

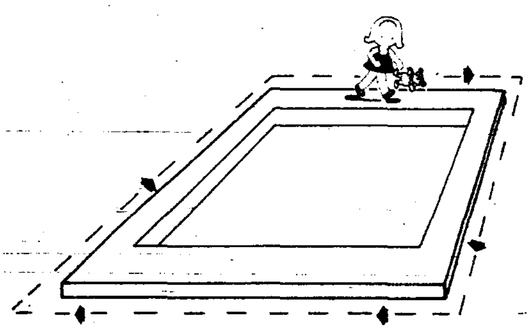
57. Identificar el perímetro de una región con la longitud de su frontera.

Indicador de evaluación

Dada una región, el niño hallará su perímetro.

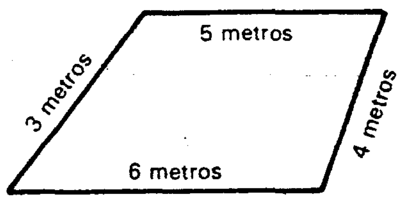
Actividades y sugerencias metodológicas

Una actividad que los niños desarrollan y puede servir como introducción para que adquieran el concepto de perímetro, es la de recorrer la frontera de una superficie haciendo equilibrio, como indica la gráfica.



Un ejercicio podrá consistir en averiguar cuántos pies de un niño, colocados uno a continuación del otro, se necesitan para recorrer toda la frontera del jardín; recorrer la frontera de una cancha de juego, o la de otra región demarcada arbitrariamente. Luego de que los niños hayan empleado la longitud del pie como unidad de medida, podrá dárseles un metro para que determinen la longitud de la frontera.

Para facilitar el trabajo se podrán formar grupos con tantos niños como lados tenga la frontera que van a medir, con el propósito de que cada niño mida un lado de la frontera; luego reuniendo los datos, puedan obtener la longitud de la frontera sumando las longitudes de los lados. A continuación los grupos intercambiarán las regiones para efectuar nuevas mediciones y comparar los resultados obtenidos con los de otros grupos, comprobando que la longitud de la frontera de una región es siempre la misma, independientemente del orden en que se midan sus lados, ejemplo:



Para obtener la longitud de la frontera de esta región un grupo pudo haber sumado:

4 metros + 6 metros + 5 metros + 3 metros = 18 metros.

Un segundo grupo pudo obtener la longitud de la frontera de la región, así:

5 metros + 3 metros + 4 metros + 6 metros = 18 metros.

Un tercer grupo pudo obtener el mismo resultado, pero sumando las longitudes en el siguiente orden:

3 metros + 6 metros + 5 metros + 4 metros = 18 metros.

El maestro explicará que la longitud total de la frontera de una región, se llama el perímetro de la región. Los niños deberán explicar cómo hicieron para obtener el perímetro de las diferentes regiones, concluyendo que en todos los casos lo obtuvieron sumando la longitud de todos los lados de la frontera de la región.

A continuación se presentarán situaciones reales donde es necesario hallar el perímetro. Ejemplos:

Cuando se va a construir un corral, encerrado en malla, es necesario conocer el perímetro de la región designada para poder calcular la longitud de la malla que se requerirá.

Cuando se va a elaborar el marco para un cuadro, es necesario conocer el perímetro del cuadro para preveer la longitud del listón necesario para construirlo.

Los niños dibujarán regiones poligonales que representan corrales o cuadros y encontrarán su perímetro.

Objetivos específicos

58. Medir áreas de superficies, por recubrimiento, con unidades arbiterias.

59. Definir el decímetro cuadrado como una unidad usual para medir áreas de superficies.

60. Emplear el decímetro cuadrado para expresar el área de algunas superficies.

Indicadores de evaluación

El estudiante medirá el área de una superficie como la tapa de un pupitre, utilizando una unidad arbitraria, como el área de una hoja de cuaderno.

El estudiante explicará por qué el decímetro cuadrado es utilizado para medir áreas de superficies.

Dada una superficie, el alumno medirá su área empleando el decímetro cuadrado.

Actividades y sugerencias metodológicas

Los niños se organizarán en 6 grupos para medir el área de una superficie, empleando unidades arbitrarias de medida, que pueden ser ideadas por los alumnos o sugeridas por el maestro. Un grupo se encargará de medir el área de la superficie de la tapa del pupitre, otro el área de la superficie del tablero, otro el área de la superficie de la mesa, otro el área de la superficie del piso, otro la de la puerta. Para hacer estas mediciones utilizarán patrones de medida diferentes como una hoja de cuaderno, una baldosa, un baldosín, hojas de papel periódico de diferentes tamaños, etc. La unidad de área será en cada caso el área que tenga la superficie del patrón de medida que se escogió.

La medición se efectuará desplazando, reiteradamente, el patrón que se va a utilizar sobre la superficie a medir, marcando con tiza o con lápiz la región que ya se midió.

El maestro tendrá en cuenta el carácter aproximado de la medida. Lo más probable es que ésta no pueda expresarse exactamente, porque el patrón no cubrió un número exacto de veces la superficie que se deseaba medir. En estos casos se aceptarán y analizarán las respuestas que den los alumnos, como: "El área de la superficie del tablero es un poquito más grande que la de 23 baldosas porque queda un pedazo sin cubrir".

Cuando estas situaciones se presenten, el maestro podrá sugerir a los alumnos que le cambien de forma a la unidad patrón pero sin variarle el área. Es decir, que, si se trata del área de la hoja de cuaderno, una de las posibilidades es que corten la hoja por la mitad, a lo largo o a lo ancho, luego peguen los dos pedazos en otra forma. Y así obtienen un patrón más alargado, pero con la misma área. Esto puede permitir colocar dicho patrón modificado por lo menos una vez más sobre la superficie, y así el área se aproximará más al área de la superficie que se mide. En cada situación son los alumnos quienes ensayarán cuál es la forma más conveniente.

Es muy posible que los niños a esta edad no acepten que los dos pedazos de hojas pegados en otra forma tengan la misma área que antes.

El maestro no debe insistir en que ellos acepten esta conservación del área a pesar del cambio de forma de la superficie. Más tarde los niños adquirirán esta conservación.

Se aceptarán como correctas las respuestas en las que ya no quepa más veces el patrón en la superficie que se quiere medir. A veces es posible reorganizar los patrones para que quepan algunas veces más, pero esto no es necesario por ahora.

Cuando cada grupo haya medido el área de la superficie, un representante explicará a los demás cómo se midió, y qué resultados obtuvieron con cada uno de los patrones utilizados. Los resultados se pueden ir anotando en el tablero.

Supongamos que se midió el área de la superficie de la mesa, y:

Un niño encontró que para cubrir la superficie de la mesa se necesitaron 4 hojas dobles de papel periódico (u 8 sencillas).

Otro niño halló que para cubrir la superficie de la mesa se necesitaron 24 baldosas.

Otro niño cubrió la superficie de la mesa, se necesitaban 77 baldosines.

Otro niño encontró que para cubrir la superficie de la mesa se necesitaron 36 hojas de cuaderno.

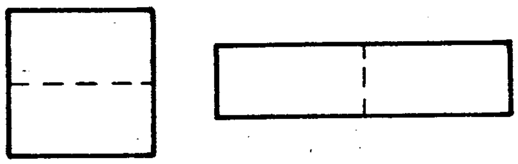
Los niños deben encontrar la razón por la cual, aunque las mesas eran muy parecidas, las medidas resultaron tan diferentes. Como la causa es que cada niño empleó un patrón de medida con área diferente, el maestro les explicará los inconvenientes que se presentarían si cada persona escogiera una unidad de medida arbitraria, y la necesidad de llegar a un acuerdo para escoger una unidad de medida de área común. Después les dirá que existe una unidad de medida de área que es muy empleada, y hará que observen una superficie que tenga un decímetro cuadrado de área. Esa superficie puede ser observada en una cartulina o dibujada en el tablero.

Cada grupo construirá este patrón en cartulina o en una hoja de cuaderno, recortando un cuadrado de 10 cm por cada lado. Luego determinarán, aproximadamente, cuántas unidades de área tiene la superficie que se midió anteriormente, cubriéndola con la superficie patrón cuya área es de un decímetro cuadrado.

El área de la superficie de la mesa está dada por el número de patrones de un decímetro cuadrado necesarios para cubrirla, pues el decímetro cuadrado se escogió como unidad de área.

Si queda una franja sin cubrir, se aceptará la respuesta de que el área es un poco mayor que la de los cuadritos que se usaron para cubrir la mesa.

Es posible también recortar los cuadritos al través y pegarlos en una tira, así:



En esa forma puede caber más veces el patrón. Pero es posible que muchos niños no acepten que el área de la tira es la misma que la del cuadrito. El profesor no insistirá en esta conservación, que los niños irán adquiriendo por sí mismos, con este tipo de ejercicios.

Ahora utilizarán el decímetro cuadrado para medir, aproximadamente, el área de otras superficies; lo harán colocando el patrón sobre la superficie, para determinar cuántas veces cabe. Se puede ir marcando con tiza las regiones que ya se han medido para diferenciarlas de las regiones que no se han medido.

Ejemplo:

Si el cuadrito cuya área es de un decímetro cuadrado se colocó 24 veces sobre la superficie del tablero, y la cubrió totalmente, entonces se puede decir que el área de la superficie del tablero es de 24 decímetros cuadrados.

Pueden obtener otras respuestas como las siguientes:

El área de la superficie de la mesa es de 18 decímetros cuadrados aproximadamente.

El área de la superficie del pupitre es un poco más de 10 decímetros cuadrados.

Objetivo específico

61. Identificar en el reloj horas y minutos del día terrestre.

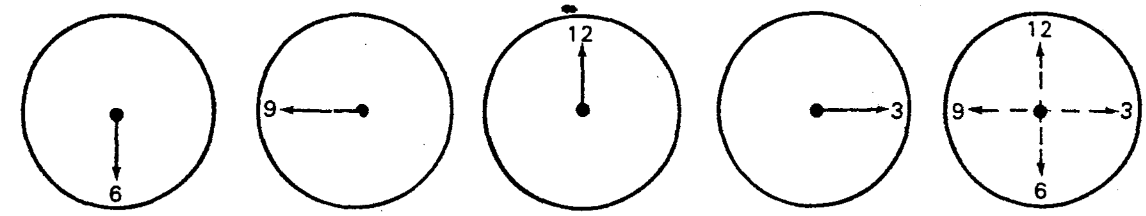
Indicadores de evaluación

El alumno señalará en el reloj algunas horas como: las tres y media, las cuatro y 45 minutos.

El alumno leerá algunas horas que el maestro le señalará en el reloj.

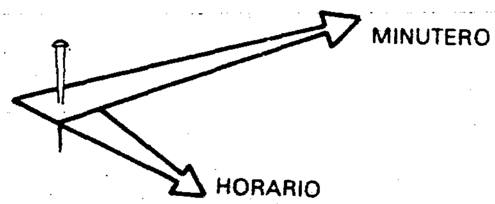
Actividades y sugerencias metodológicas

Se comenzará la actividad recordando las posiciones del sol en el horizonte mientras transcurre el período de claridad, también recordarán que el reloj sirve para medir la duración de los eventos. Dibujarán en el tablero un reloj indicando el amanecer (6 de la mañana), otro indicando la media mañana (9 de la mañana), otro indicando el mediodía (12 del día), otro indicando la media tarde (3 de la tarde) y otro señalando el anochecer (6 de la tarde)



En seguida, dialogará con los niños sobre las actividades que ellos realizan durante el tiempo transcurrido entre el amanecer y la media mañana, entre la media mañana y el mediodía, entre el mediodía y la media tarde y entre la media tarde y el anochecer.

Luego hará que los alumnos tomen dos palillos, uno más largo que el otro, unidos y atravesados por un alfiler en uno de sus extremos.



El maestro dirá que el palillo más largo se llama minutero y el más corto se llama horario.

Los estudiantes tomarán el minutero y el horario y los clavarán en el centro del círculo, en forma que el minutero quede sobre el horario y ambos señalen el número 12. El maestro dirá que cuando ambos palitos queden en esa posición, son las 12. Luego pedirá que los estudiantes hagan girar lentamente, hacia la derecha el minutero hasta que llegue nuevamente el punto de partido, o sea, a las ~~12. Al~~ mismo tiempo, el horario debe ir girando más lentamente, de tal manera que mientras el minutero da una vuelta completa, el horario se desplace de las 12 a la 1. Esto es una simulación de lo que pasa en la realidad.

El maestro explicará a los alumnos que este desplazamiento corresponde a una hora. Los niños marcarán en el reloj las horas que corresponden al período de claridad y las que corresponden al período de oscuridad.

Posteriormente, el maestro explicará que durante el recorrido del minutero de un número a otro, por ejemplo, de las 12 a la 1, transcurren 5 minutos.

Con base en esta explicación, los alumnos calcularán cuántos minutos emplea el minutero para dar una vuelta completa.

El maestro motivará a los estudiantes para que nombren cinco actividades de la vida diaria en las cuales se utiliza el reloj.

Luego, en el salón, los niños pintarán en sus cuadernos el reloj y señalarán algunas horas que el maestro les indique. También por parejas los niños podrán jugar a que uno señale en el reloj una hora y el otro lea dicha hora, o que uno diga una hora y el otro la señale en el reloj.

Objetivo específico

62. Representar datos en un diagrama de barras.

Indicador de evaluación

Dado un conjunto de datos, el alumno los representará en un diagrama de barras.

Actividades y sugerencias metodológicas

El maestro organizará una actividad que consista en contar o registrar el número de veces que se presenta algún hecho. Por ejemplo, en pequeños grupos, contarán cuántas volquetas, camiones, buses, taxis y motos pasan por la vía, durante media hora o 45 minutos.

Cada grupo puede llevar la cuenta de dos de esos vehículos; no importa que grupos diferentes cuenten los mismos vehículos; esto ayudaría a precisar el conteo.

Para ello pueden elaborar de antemano en su cuaderno unas tablas como:

Volquetas	
Camiones	

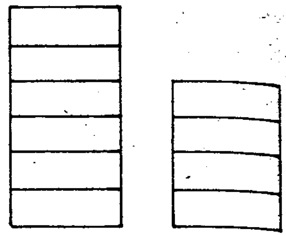
Buses	
Taxis	

Motos	
Camiones	

Por cada vehículo que pase harán una señal en la casilla correspondiente. Luego representarán estos datos mediante torres o simplemente rellenando cuadritos de cuadrículas, o dibujando tantos cuadritos como señales o rayitas tengan en la tabla.

Ejemplo:

<table><tr><td>Buses</td><td>||||||</td></tr><tr><td>Taxis</td><td>||||</td></tr></table>



Buses Taxis

Cuando todos hayan trabajado en su cuaderno, el maestro les pedirá que copien las tablas en el tablero y realicen los diagramas correspondientes, teniendo en cuenta de que utilicen cuadritos que tengan las mismas dimensiones para que los diagramas resulten comparables. Así, si la torre más alta es la de las volquetas, quiere decir que éste fue el vehículo que pasó con mayor frecuencia..

Objetivos específicos	Indicadores de evaluación
63. Distinguir una pareja de elementos en la que se considere el orden, de otra, en la que éste no se considere.	Dados dos elementos y una situación, los niños determinarán si el orden importa o no.
64. Formar parejas ordenadas con los elementos de dos conjuntos.	Dados dos conjuntos de 3 o 4 elementos cada uno, el alumno escribirá parejas ordenadas que puede formar con los elementos.

Actividades y sugerencias metodológicas

El trabajo podrá iniciarse con una charla sobre las actividades que los niños desarrollan en un día corriente o con las que desarrollaron en el fin de semana, etc. Uno de los apartes de esta charla podrá ser sobre las actividades que desarrollan al levantarse. El maestro pondrá especial cuidado en el orden que se narren las acciones y hará énfasis en la importancia que éste tiene: por ejemplo, primero deben bañarse y luego vestirse. Al vestirse primero se colocan las medias y luego los zapatos; si lo hacen en orden contrario no quedan bien vestidos, etc.

Para recordar los ejemplos analizados se podrán escribir algunos en el tablero:

media - zapatos
desayuno - almuerzo
camisa - saco
despertarse - levantarse

También se podrán estudiar situaciones en las que el orden no sea importante; por ejemplo, al caminar no es importante con qué pie se inicia; el derecho o el izquierdo. Al colocarse la camisa no es importante qué manga se coloque primero, la derecha o la izquierda, etc.

Esta charla podrá ser útil para hablar a los niños sobre ciertos hábitos de higiene como el de bañarse antes de vestirse y el lavarse las manos antes de comer. También se podrán estudiar situaciones como cruzar una calle; primero se debe mirar a lado y lado de la calle y luego cruzar si es posible; en el tablero se podría escribir.

mirar - cruzar

Los niños podrán plantear otras situaciones en las cuales el orden tenga importancia. Cuando se tenga un buen número de situaciones, el maestro dirá a los niños que, en matemáticas se ha adoptado una forma de indicar el orden entre los objetos. Por ejemplo, para simbolizar que primero son las medias que los zapatos, se escribe:

(medias, zapatos)

O sea, que se escriben los elementos en el orden que se ha elegido, entre paréntesis, y separados por una coma.

Para simbolizar que primero se pone la camisa y luego el saco, se escribirá:

(camisa, saco)

En los ejemplos anteriores en los que se ha establecido un orden entre dos objetos, se dice que éstos forman parejas ordenadas. Generalizando, podemos decir que si tenemos dos objetos a y b y queremos indicar que primero está a y luego b escribimos:

(a, b)

que podemos leer: pareja ordenada de elementos a, b. Con base en lo anterior, los niños deberán identificar, como diferentes, la pareja ordenada (medias, zapatos) y la pareja ordenada (zapatos, medias). La idea de que esas parejas son diferentes se puede expresar así:

(medias, zapatos) ≠ (zapatos, medias)

A continuación el maestro propondrá a los niños ejercicios como los siguientes para que los desarrollen en grupos:

Un niño tiene un conjunto de cuatro camisas: una azul, una blanca, una roja y una lila. También tiene tres sacos: uno gris, uno verde y uno negro. De cuántas formas diferentes se puede vestir, recordando que primero se coloca la camisa y luego el saco. Cada grupo debe ir escribiendo las posibilidades que encuentre recordando el orden.

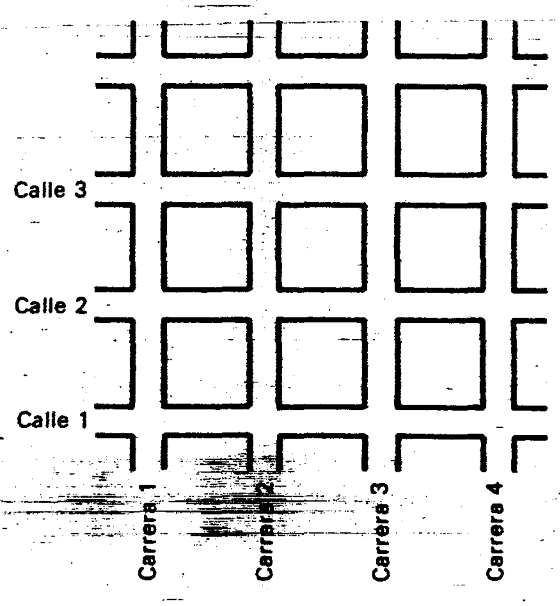
Las diferentes formas de combinarlos son las siguientes:

camisa	saco	camisa	saco	camisa	saco
azul	gris	azul	verde	azul	negro
blanca	gris	blanca	verde	blanca	negro
roja	gris	roja	verde	roja	negro
lila	gris	lila	verde	lila	negro

En un pueblo hay 4 carreras y 3 calles. ¿Cuántos cruces de las calles con las carreras, habrá?

El maestro orientará a los niños para que al ubicar los cruces, lo hagan mediante parejas ordenadas, colocando como primera componente la carrera y como segunda componente la calle, así, el cruce de la carrera 3 con calle 2 se representará de la siguiente manera: (carrera 3, calle 2) o (3, 2); este cruce es diferente del cruce de la carrera 2 con la calle 3 que se representa así: (carrera 2, calle 3) o (2, 3).

Harán un dibujo representando horizontalmente las calles y verticalmente las carreras como el siguiente:



Así se obtienen dos conjuntos, uno el de las carreras, que simbolizamos con C y otro el de las calles, que simbolizamos con A.

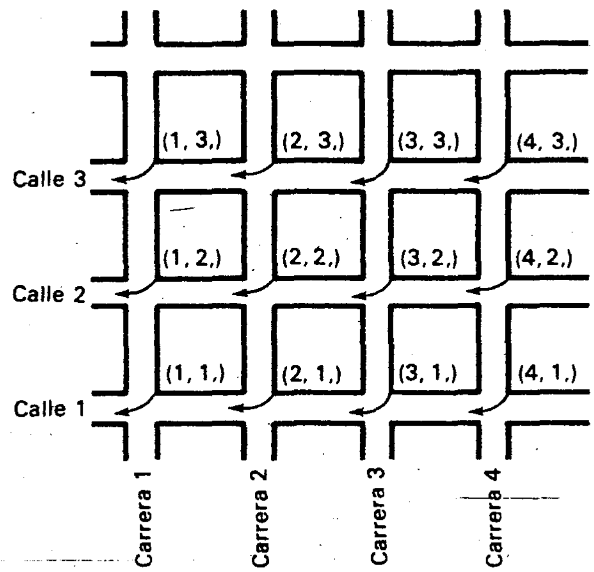
C = {1, 2, 3, 4,}

A = {1, 2, 3,}

Al simbolizar los diferentes cruces, recordarán que primero está la carrera y luego la calle. Con la lista de los cruces encontrados, se obtiene el siguiente conjunto:

{(1, 1,), (2, 1,), (3, 1,), (4, 1,), (1, 2,), (2, 2,), (3, 2,), (4, 2,), (1, 3,), (2, 3,), (3, 3,), (4, 3,)}

Los cruces los representarán en el diagrama que elaboraron mediante puntos de la siguiente manera:



Los alumnos señalarán, en el diagrama, el cruce representado por la pareja (3, 2) y comprobarán que efectivamente está ubicado en otro sitio, que es diferente al cruce representado por la pareja (2, 3).

Nota: Al hacer la representación de las calles y de las carreras, se ha de tener en cuenta el pueblo donde esté ubicada la escuela, pues mientras que en algunos pueblos las carreras van en la dirección norte-sur y las calles en la dirección oriente-occidente, en otros pueblos las carreras van en la dirección oriente-occidente, y las calles en la dirección norte-sur. De todas maneras se debe tener cuidado que al representar los cruces mediante parejas ordenadas, la primera componente al dibujar en el tablero sea la horizontal y la segunda componente sea la vertical, y en el papel, que la primera componente sea la que va cambiando al correr el dedo de izquierda a derecha sobre el dibujo.

Para reforzar las ideas expresadas en esta actividad, sobre pares en los cuales es importante el orden, puede analizarse algunas palabras en las cuales, al cambiar el orden de las sílabas, cambia el significado.

Ejemplo: la palabra **saco** tiene un significado; si cambiamos el orden de las sílabas obtenemos la palabra **cosa** que tiene un significado diferente. Asimismo sopa es diferente a paso, tapa es diferente a pata, malo es diferente a loma, gato es diferente a toga.

Se puede resolver un ejercicio teniendo en cuenta la ubicación del pupitre de cada niño en el salón de clase. Supongamos que hay 30 pupitres y están colocados en esta forma:

		FILA 1	FILA 2	FILA 3	FILA 4	FILA 5
P	PUESTO 6	Luis	Gloria	Ricardo	Rosita	Víctor
U	PUESTO 5	María	Juan	Irma	Roberto	Nubia
E	PUESTO 4	Carolina	Germán	Manuel	Carmenza	Jairo
R	PUESTO 3	Pedro	Rafael	Alfonso	Jorge	Alberto
T	PUESTO 2	Martha	Ana	Néstor	Patricia	Beatriz
A	PUESTO 1	Teresa	Camilo	Bertha	Jaime	Isabel

Frente (Tablero)

Del frente hacia atrás hay 5 filas de pupitres y en cada fila hay 6 pupitres. El ejercicio consiste en que cada alumno marque su pupitre mediante una pareja ordenada en la cual la primera componente sea la fila en donde está ubicado el pupitre y la segunda componente sea el puesto del pupitre en esa fila.

Así el pupitre de Carolina está en la primera fila y en esa fila ocupa el cuarto puesto, por tanto este pupitre se marcará con (1, 4). El pupitre de Ricardo está en la tercera fila a partir de la puerta y en esa fila ocupa el sexto puesto a partir del frente, este pupitre se marca con (3, 6).

Así los niños se darán cuenta de que la pareja ordenada (1, 3) es diferente de la pareja ordenada (3, 1), pues la primera representa el pupitre de Pedro y la segunda el pupitre de Bertha.

Se puede pedir a un niño que pase al tablero y escriba la marca del pupitre de algún compañero:

También se puede dar la pareja ordenada que representa la marca del pupitre de algún niño, para que digan el nombre del niño que está sentado en ese pupitre. Así: (4, 6): Esta marca corresponde al pupitre de Rosita. ¿De quién es el pupitre que está marcado con (3, 4)? ¿De quién el que tiene la marca (5, 5)?

O también se puede jugar a que un niño llame a otro, por medio de la ubicación del pupitre donde está sentado, éste a su vez llamará a otro y así, hasta que llamen el mayor número de niños sin equivocarse.

Ejemplo: (3, 4) llama a (2, 5).

El niño que está sentado en el pupitre marcado con la pareja (2, 5), debe llamar a otro niño, puede ser a (3, 2) diciendo (2, 5) llama a (3, 2), a su vez (3, 2) debe llamar a otro diciendo: (3, 2) llama a (5, 6). Ahora (5, 6) llamará a otro y así se seguirá hasta que alguno se equivoque y pague la penitencia que ordene el grupo.