

Concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y sus cambios en estudiantes para profesor en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas

Luis Ángel Bohórquez Arenas

9

COLECCIÓN
TESIS
DOCTORAL



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS



**CONCEPCIONES SOBRE LA GESTIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y
SUS CAMBIOS EN ESTUDIANTES PARA PROFESOR EN AMBIENTES DE APRENDIZAJE
FUNDAMENTADOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

CONCEPCIONES SOBRE LA GESTIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y
SUS CAMBIOS EN ESTUDIANTES PARA PROFESOR EN AMBIENTES DE APRENDIZAJE
FUNDAMENTADOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

**COLECCIÓN
TESIS DOCTORAL**

TESIS
DOCTORAL
PRESENTADA POR
LUIS ÁNGEL
BOHÓRQUEZ ARENAS

DIRIGIDA POR
DR. BRUNO D'AMORE



**UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**



© Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Primera Edición 2020

ISBN Impreso: 978-958-787-204-0

ISBN Digital: 978-958-787-205-7

Sección de publicaciones

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

www.udistrital.edu.co

Carrera 24 No. 34 - 37

PBX: (57+1) 3239300, ext.6201

publicaciones@udistrital.edu.co

Preparación Editorial

Doctorado Interinstitucional en Educación

<http://die.udistrital.edu.co/publicaciones>

Sede Universidad Distrital Francisco José de Caldas

www.udistrital.edu.co

Aduanilla de Paiba, Edificio de Investigadores, calle 13 No. 31-75

Asistente editorial

Elban Gerardo Roa Díaz

eventosdie@udistrital.edu.co

PBX: (57+1) 3239300, ext.6330

Corrección de Estilo, Diseño, Diagramación e impresión

Fundación Común Presencia

Esta edición 2020 y sus características son propiedad de la Universidad Distrital José Francisco Caldas, por lo que queda prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio, sin la autorización previa por escrito de los editores.

Impreso en Bogotá, Colombia, 2020

Bohórquez Arenas, Luis Ángel

Concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y sus cambios en estudiantes para profesor en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas / Luis Ángel Bohórquez Arenas. -- Bogotá : Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2020.

172 páginas ; 24 cm. -- (Colección Doctorado)

ISBN 978-958-787-204-0

1. Matemáticas - Investigaciones 2. Matemáticas -Enseñanza
3. Resolución de problemas 4. Métodos de enseñanza I.. Tít. II. Serie.
510.7 cd 22 ed.

A1661632

CEP-Banco de la República-Biblioteca Luis Ángel Arango

UD
Editorial

Este libro fue sometido a un proceso de evaluación por pares.



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Comité Editorial CADE

Harold Andrés Castañeda-Peña
Presidente CADE

Adela Molina Andrade

*Representante grupos de investigación:
Investigación en Didáctica de las Ciencias,
Interculturalidad, Ciencia y Tecnología-
INTERCITEC, GREECE y del Grupo Didáctica
de la Química-DIDAQUIM, del Énfasis de
Educación en Ciencias*

Juan Carlos Amador Baquiro

*Representante de los grupos de investigación:
Moralía, Estudios del Discurso, Filosofía y En-
señanza de la Filosofía, Grupo de investigación
Interdisciplinaria en Pedagogía de Lenguaje y
las Matemáticas-GIIPLyM y Jóvenes, Culturas y
Poderes, del Énfasis en Lenguaje y Educación*

Rodolfo Vergel Causado

*Representante de los grupos de investigación:
Grupo de Investigación Interdisciplinaria en
Pedagogía de Lenguaje y las Matemáticas
GIIPLyM, Matemáticas Escolares Universidad
Distrital-MESCUUD y EDUMAT, del Énfasis en
Educación Matemática*

Diego Hernán Arias Gómez

*Representante del grupo de investigación:
Formación de Educadores, Emilio, Educación
y Cultura Política, del Énfasis de Historia de la
Educación, Pedagogía y Educación Comparada*

Pilar Méndez Rivera

*Representante de los grupos de investigación:
Aprendizaje y Sociedad de la Información y
Formación de Educadores, del Énfasis en
ELT Education*

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Ricardo García Duarte
Rector

William Fernando Castrillón Cardona
Vicerrector Académico

Comité Editorial Interinstitucional-CAIDE

Henry Giovany Cabrera Castillo
Director Nacional

Augusto Maximiliano Prada Dussán
Director DIE
Universidad Pedagógica Nacional

Harold Andrés Castañeda-Peña
Director DIE
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Henry Giovany Cabrera Castillo
Director DIE
Universidad del Valle



Tabla de contenido

Tabla de contenido	7
Tabla de figuras	9
Prólogo	15
Introducción	19
Capítulo 1	21
Sobre la investigación	21
Planteamiento del problema	21
Capítulo 2	27
Marco conceptual	27
Conocimiento del profesor de matemática	28
Conocimiento del estudiante para profesor	32
Sobre la competencia	34
La práctica de enseñar matemática y la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje	39
Sobre la gestión en el aula	40
Creencias y concepciones	50
Las creencias	50
Aspectos ontológicos	53
Aspectos enumerativos	53
Aspectos normativos	54
Aspectos afectivos	54
Las concepciones	56
De las concepciones de los profesores sobre las matemáticas	57
Concepciones de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas	59
Cambio de creencias y concepciones	60
El ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas	63

Capítulo 3	75
Diseño de la investigación	75
Participantes y contexto	76
Participantes	76
Contexto	78
Sobre los problemas propuestos	83
Problema 1: Vigas paralelepípedas	84
Problema 2: Almacenamiento de aceites	84
Recolección de información	84
Análisis de los datos	87
Capítulo 4	95
Desarrollo de la investigación	95
Viñeta 1: Concepciones iniciales sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas de estudiantes para profesor	95
Viñeta 2: Concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas de estudiantes para profesor al finalizar el trabajo en el espacio de formación	103
Contraste entre los resultados de la viñeta 1 y la viñeta 2	114
Viñeta 3: Sobre los factores que apoyan o limitan cambios en las concepciones de un grupo de estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas	117
Capítulo 5	141
Resultados de la investigación	141
Caracterizaciones teóricas establecidas en esta investigación	141
Respuestas a las preguntas de investigación	143
Síntesis y observaciones finales	145
Referencias bibliográficas	147

Tabla de Figuras

Figura 3.1. Ciclo de resolución de problemas. Adaptación de los “itinerarios de reproducción” propuestos por García (2000, 2005).	80
Figura 3.2. Diseño general del espacio de formación didáctica de la variación.	81
Figura 3.3. Dibujo que representa las condiciones dadas en el problema 1.	83
Figura 4.1. Dibujo hecho por el estudiante E33 con la información dada.	119
Figura 4.2. Dibujo hecho por el estudiante E30 con la información dada.	120
Figura 4.3. Dibujo hecho por el estudiante E32 con la información del problema 1.	131
Figura 4.4. Magnitudes establecidas por E32 en su dibujo sobre las condiciones del problema.	132

Dedicatoria

A mi madre, por su infinito apoyo, amor y paciencia en cada uno de los proyectos que emprendo.

A mi esposa, por llenar de ilusión mi vida.

Agradecimientos

A Bruno, maestro y amigo, que me acogió, me tuvo paciencia y me enseñó una multiplicidad de cosas. En particular, a vivir y disfrutar el trabajo académico con pasión.

Al Dr. Salvador Llinares, por asesorarme en los momentos cruciales de este trabajo y darme la oportunidad conocer de cerca su trabajo en investigación. Asimismo, por los valiosísimos comentarios en la evaluación de este informe final de tesis.

Al profesor Carlos Eduardo Vasco, por sus valiosas observaciones en el proceso de esta investigación.

A Martha Bonilla, por brindarme la oportunidad de dedicarme al trabajo en la educación matemática.

A la profesora Martha Fandiño-Pinilla, por confiar en mis decisiones sobre el desarrollo de esta investigación.

A la Universidad Distrital, por apoyarme durante el desarrollo de este doctorado.

A los estudiantes que participaron en esta investigación.

A los miembros del grupo de investigación Mescud, por brindarme espacios para profundizar en la investigación.

Al Dr. Pedro Javier Rojas, por sus valiosas observaciones y comentarios en la evaluación de este informe de tesis.

Al Dr. Gilberto Obando por las oportunas y muy buenas observaciones en la evaluación de este informe final de tesis.

A todas aquellas personas que de alguna u otra manera aportaron en el desarrollo este trabajo.

La formación de los docentes de Matemática siempre ha sido un problema teórico e institucional, debatido tanto a nivel académico como a nivel ministerial. Las personas reconocidas por varios motivos como expertas eran convocadas a expresar su opinión por los responsables institucionales de estos temas (por ejemplo, políticos). Se inició banalmente con pretender una formación profesional idónea en el aspecto matemático, después se difundió la idea de la necesidad que los futuros docentes siguieran cursos de pedagogía y/o psicología. Hasta cuando, en los años 80, nació la disciplina académica Didáctica de la Matemática. Llegados a este punto, los expertos fueron los estudiosos de didáctica (confundiendo, en ocasiones, la Didáctica de la Matemática con la Didáctica general).

A nivel mundial, una de las discusiones frecuentes a este respecto se centraba en el hecho de que dicha formación debería ser adquirida después de obtenido un título idóneo de estudio, y solo en un segundo momento se debería seguir una formación específica de como mínimo dos años en Didáctica de la Matemática (incluyendo laboratorios experimentales en aulas reales, seguidos por docentes seleccionados sobre la base de su experiencia profesional y conocedores de la Didáctica de la Matemática entendida como disciplina científica). Recordamos explícitamente que la Didáctica de la Matemática haya incluido dentro de sí aquellos elementos de base de la pedagogía, psicología, semiótica, filosofía, entre otras disciplinas, necesarios a quien debe enseñar matemática. Algunos países optaron por esta línea, como Francia, Italia y España; otros prefirieron modificar la formación misma de los docentes, desde los exordios de base, cambiando la estructura de los cursos universitarios, pasando de un título en Matemática que forma matemáticos a las "Licenciaturas en Matemática", 10 semestres de estudio, que incluyen tanto la formación matemática como la reflexión continua sobre los aspectos didácticos de esta, línea adoptada por países como México y Colombia.

Pero la base de todo esto, en cada una de las dos direcciones, siempre fue la experiencia, el sentido común, los resultados de algunas investigaciones: los expertos, es decir los estudiosos de Didáctica de la Matemática, partiendo de su sentido común, de su buena fe, crearon recorridos pero sin tener

una base sólida de investigación específica en el sector de la formación de los docentes.

Desde hace algunos años, por el contrario, la voz “Formación de los docentes de Matemática” se convirtió en un tema de investigación científica específica para constituir una de las bases epistemológicas de investigación en la formación doctoral. Esta línea fue la que llevó al doctor Luis Ángel Bohórquez Arenas a elegir precisamente este tema de investigación, que le implicó varios años de estudio y de investigación, y que le permitieron obtener el título de doctorado, presentando una tesis específica y al final a escribir este libro que ofrece un interesante testimonio sobre su actividad de investigación, fuertemente relacionada con la experiencia de docente universitario en una “licenciatura”.

Como en toda actividad de investigación científica, preliminar a la presentación es entender bien el ámbito en el cual se desarrolló.

Luis Ángel es profesor titular de un curso en el programa de la “Licenciatura en Matemática”. El ámbito en el cual enseña se llama “Resolución de problemas”, por tanto, sus estudiantes son todos inseridos en este contexto. Él actúa proponiendo problemas (no ejercicios) con un cierto grado de complejidad, de forma tal que el estudiante se vea obligado a poner en acto estrategias resolutivas pero, en particular, es el grupo de sus estudiantes quienes discuten precisamente sobre estas, de las estrategias resolutivas propuestas, analizadas, aceptadas, en fin, puestas en acto. Se supone que un futuro docente de Matemática debe saber dominar y evaluar las propuestas que un día emergerán del trabajo de sus estudiantes en aula, con profesionalismo y no solo por intuiciones, es decir, que haya alcanzado una verdadera competencia plena. ¿Qué mejor manera de proponer, sino iniciando con examinar las propias propuestas personales de manera crítica?

Pero Luis Ángel no se limita a esto; seguidor de la escuela de Alicante, creada por el colega y amigo Salvador Llinares (a quien Luis Ángel visitó durante su permanencia de estudio e investigación en el exterior, participando en las actividades del grupo alicantino y sometiendo a su juicio los resultados experimentales y teóricos de su misma investigación), propone explícitamente a sus estudiantes un metaanálisis, aquella del papel del docente en aula y, en particular, sobre la gestión del aula cuando el objeto de estudio es la Matemática; aún más, de forma específica, la resolución de problemas de Matemática. No se habla aquí de gestión desde un punto de vista burocrático

o formal, obviamente, sino de gestión como actividad profesional, considerando el docente como un profesional que actúa en una minisociedad que, de alguna forma, no solo institucional sino también humanamente, depende de él, de su gestión, de su sensibilidad, de su cultura.

La gestión del aula es un tema no del todo nuevo, dado que, por ejemplo, precisamente la escuela de Alicante tiene propuestas temáticas de análisis y de investigación en esta dirección, muy bien conocidas en el contexto internacional de la investigación en Didáctica de la Matemática (de aquí la obvia elección del lugar de permanencia de estudio en el exterior).

Pero las cosas no terminan aquí. Luis Ángel indagó si y como los estudiantes, futuros docentes de Matemática, gracias a la propia experiencia personal autorreflexiva, estén en grado de describir, en vía preliminar, lo que entienden inicialmente con la expresión “gestión de la clase en las horas de Matemática”; y si, gracias a la actividad didáctica que viven, como estudiantes a lo largo del curso seguido, estén en grado de reflexionar e incluso metarreflexionar y cambiar de opinión sobre el tema de la gestión, hasta llegar a tomar conciencia de su importancia. Luis Ángel aprovecha a este propósito investigaciones efectuadas sobre temas similares, la idea formidable de competencia propuesta por Llinares y las metodologías de análisis típicas de la escuela de Alicante. Para la metodología de investigación, se basa en la de D’Amore-Fandiño de la pareja de cartas “antes – después” escritas por cada uno de los estudiantes, antes y después de haber seguido el seminario semestral, instrumento que obliga al estudiante (futuro docente) a reflexionar sobre sus propios cambios.

El resultado alcanzado y descrito en este libro es excelente y constituirá, a partir de este momento, una pieza de gran importancia en el campo de la construcción de estrategias (académicas e institucionales) para la formación de los futuros docentes de Matemática.

Los estudiantes aceptan la evidencia: siguiendo el camino elegido por su docente Luis Ángel, logran hacer análisis introspectivos sobre los cambios sucedidos en sí mismos; por ejemplo, una definición personal de gestión de la clase cuando el tema es el aprendizaje a través de la resolución de problemas de Matemática, y sobre los cambios en ocasiones menos evidentes, como entre aquellos que eran antes y ahora son sus convicciones personales.

Llegar a transformar lo que parece un recorrido puramente experimental en una verdadera investigación científica, y también teórica, llevó a Luis Ángel a una difícil sucesión de elecciones, definiciones, análisis, toma de posiciones personales, por ejemplo aquellas relativas a la idea aún debatida a gran escala de competencia y a la pareja creencias/concepciones que, hasta hace poco tiempo, se afrontaba de forma superficial por los investigadores y que, por el contrario, constituye en esta investigación una piedra angular de gran interés.

Auspicio que este libro pueda llegar a las manos de quienes institucionalmente se ocupan de la formación de los futuros docentes (de Matemática, pero no solo) con el objetivo de que las elecciones, incluso administrativas, puedan tomarse en función de los sorprendentes y profundos resultados de investigación de este trabajo.

Bruno D'Amore

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

En las últimas décadas se han realizado múltiples estudios desde los cuales se ha indagado sobre el cambio de creencias y concepciones de los profesores, como lo afirman Pehkonen, Ahtee, Tikkanen y Laine (2011). Sin embargo, desde lo reportado por Bobis, Way, Anderson y Martin (2016), la pregunta: ¿bajo qué condiciones se producen cambios en las creencias y concepciones del maestro?, formulada hace una década por Pehkonen (2006), aún permanece vigente. Por tal razón, desde esta investigación se considera pertinente establecer una caracterización de creencia, concepción y gestión, de tal forma que se pueda presentar una descripción de los cambios logrados por estudiantes para profesor y lograr identificar los factores que apoyan o limitan dichos cambios.

Este libro se ha dividido en cinco capítulos: 1. Planteamiento del problema; 2. Marco conceptual; 3. Diseño de la investigación; 4. Desarrollo de la investigación y 5. Resultados de la investigación. En el primer capítulo, este planteamiento del problema, en un primer momento, se plantean algunas consideraciones sobre el conocimiento del profesor, la gestión y las competencias. En un segundo momento, se describen algunas investigaciones sobre creencias y concepciones. Finalmente, se da cuenta de informes de investigación que presentan resultados sobre cambios de las concepciones de los profesores de matemáticas.

En este primer capítulo se formulan, en concordancia con los objetivos, dos preguntas de investigación original:

1. ¿Qué cambios se han producido, al finalizar un curso de formación de profesores, en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas?
2. ¿Qué factores apoyan o limitan este cambio de concepciones de los estudiantes para profesor?

El segundo capítulo de este libro contiene el desarrollo de los elementos que conforman la fundamentación teórica del estudio. En esta fundamentación se planteó una caracterización del conocimiento del profesor. También, después de una extensa revisión, se presenta una caracterización sobre la idea de competencia. Finalmente, luego de presentar diferentes posturas sobre la gestión del aula y la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje se establece una definición de estos términos.

Posteriormente, se presentan elementos que constituyen un andamiaje para comprender la caracterización que se establece sobre las creencias y concepciones. Finalmente, se explican los aspectos más relevantes de un ambiente fundamentado en la resolución de problemas y se presentan algunas actividades de la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en este tipo de ambientes.

En el tercer capítulo, se presenta el diseño de la investigación, en el cual se define el tipo de investigación y las características fundamentales de la misma. También, se describe en detalle el espacio de formación en donde se llevó a cabo la investigación y las características de la población. Se presentan los medios de recolección de información que se consideraron pertinentes para dar respuesta a las preguntas de investigación. En la parte final de este capítulo se exponen los elementos relacionados con la constitución de los datos y la descripción de cómo se hizo el análisis de los mismos, acudiendo a viñetas (Gavilán, García y Llinares, 2007a) y a la reducción del volumen de información.

El desarrollo de la investigación y la construcción de las viñetas se presentan en el cuarto capítulo. En este, se aprovecha el recurso de la viñeta para exponer los resultados de esta investigación.

Por último, en el Capítulo 5, se condensan los resultados de la investigación.

Capítulo 1

Sobre la investigación

Planteamiento del problema

Tomando como base los trabajos de Ball y Cohen (1999), Llinares (2000) considera que el conocimiento profesional del profesor de matemáticas está integrado por diferentes dominios (conocimiento sobre la organización del currículo, los modos de representación y ejemplos más adecuados en cada momento, las destrezas de gestión y comunicación matemática en el aula). D'Amore (2004, 2007) agrega a estos dominios el conocimiento en epistemología de la matemática con dos motivaciones, una cultural y otra profesional. Asimismo, estos conocimientos se relacionan y complementan con el conocimiento en didáctica de la matemática (D'Amore, 1999, 2002, 2006, 2007; D'Amore y Fandiño-Pinilla, 2013). Sin embargo, para Llinares (2008a), el rasgo que caracteriza el conocimiento del profesor no está solo en lo que conoce (dominios de conocimiento), sino en lo que hace con lo que conoce (uso del conocimiento, Eraut, 1998).

El uso del conocimiento del profesor de matemáticas en la resolución de las situaciones problemáticas generadas en su actividad profesional es de trascendente importancia para Llinares (2004, 2008b). En otras palabras, este autor subraya como fundamental el uso del conocimiento por parte del profesor en la práctica de enseñar matemáticas. Esta práctica es entendida como: 1) realizar unas tareas (sistema de actividades) para lograr un fin; 2) hacer uso de unos instrumentos, y 3) justificar su uso (Llinares, 2004, p. 11). Además, este autor considera la enseñanza de las matemáticas como una práctica que tiene que ser comprendida y aprendida, en la cual identifica tres "sistemas de actividad" que la articulan y los componentes del conocimiento profesional que permiten realizarlas (Llinares, 2004, 2008b).

Según Llinares (2004, 2008b), para desarrollar cada uno de estos "sistemas de actividad", el estudiante para profesor debe llegar a ser competente en los diferentes aspectos que los definen y, por tanto, "conocer" lo que los

fundamenta generándose de esta manera la competencia¹ docente respectiva (Llinares, 2004, 2008b). En síntesis, el estudiante para profesor debe lograr ser competente en varios y diferentes aspectos que definen la práctica de enseñar matemáticas.

Jackson (1975) señaló tres distintos momentos en los que se desarrolla la práctica de ser profesor: fase preactiva, fase interactiva y fase posactiva. Llinares (2000), tomando como base el trabajo de Jackson (1975), estableció que la primera fase es la fase de planificación y organización de las matemáticas que se van a estudiar; que la segunda fase es la fase de gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y que la tercera fase es la fase de reflexión y nueva comprensión (Llinares, 1991). Esta última fase tiene como propósito aprender de la propia experiencia.

En la segunda fase, es decir, la fase de gestión² del proceso de enseñanza-aprendizaje, Llinares (2000) identificó varias actividades del profesor de matemáticas. Estas actividades son: 1) la gestión de los distintos momentos o secciones que conforman cada clase, lección, tema o unidad de enseñanza y de aprendizaje que constituyen la lección de matemáticas; 2) la presentación de la información; 3) la gestión del trabajo y la discusión en grupo; 4) la interpretación y respuesta a las ideas de los estudiantes; 5) la gestión de la discusión en gran grupo; 6) la construcción y uso de representaciones; 7) la introducción de material didáctico o de entornos informáticos, y 8) la gestión de la construcción del nuevo conocimiento matemático desde la interacción profesor-alumno-tarea, etc. (p. 16).

Sobre la gestión de situaciones de enseñanza-aprendizaje, Niss (2003) consideró que esta era una competencia didáctica y pedagógica del profesor de matemáticas. Por su parte, Rico (2004) estableció que la gestión del contenido matemático en el aula es una de las competencias básicas del profesor de matemáticas. En otras palabras, para estos autores, cuando se habla de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, se está haciendo alusión a una competencia específica y fundamental del profesor, la cual se debe desarrollar en el estudiante para profesor.

Desarrollar estos conocimientos en estudiantes para profesor requiere, según Llinares (2006), que las “oportunidades” de aprendizaje permitan que

1 El término “competencia” se explicará con detenimiento en el Capítulo 2 de este libro.

2 Sobre la caracterización de la gestión y la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, se hará precisión en el Capítulo 2.

dichos estudiantes identifiquen aquello que es relevante para un cierto objetivo y establezcan conexiones con principios teóricos de la didáctica de la matemática, la historia y la epistemología de la matemática (Rico, 1997; Castro, 2001; Chamorro, 2003; D'Amore, 2006, 2007). Los estudiantes para profesor deben aprender a analizar cuál es el papel que desempeñan los problemas matemáticos y cuál es la gestión del profesor en la interacción de los alumnos con dicho problema. De esta manera, podrá determinar las características del problema que lo convierten en un medio adecuado para el aprendizaje de las matemáticas (Llinares, 1998, 2004, 2006). En otras palabras, se espera que los estudiantes para profesor acudan a la resolución de problemas³ en sus prácticas de enseñanza-aprendizaje de la matemática, en donde la resolución de problemas es entendida como una metodología de enseñanza- aprendizaje o el fundamento de un ambiente de aprendizaje.

Llinares (1998, 2006), Bonilla, Sánchez y Vidal (1999), D'Amore (2002) y Bonilla *et al.* (2002) consideraron que, si se espera que el futuro profesor utilice la resolución de problemas en sus prácticas, es conveniente que los ambientes de aprendizaje de estos se fundamenten en la resolución de problemas. Según Bohórquez, Bonilla, Narváez y Romero (en prensa), en la formación de profesores la resolución de problemas debe ser entendida como una actividad ligada a aprender a pensar matemáticamente (Stanic y Kilpatrick, 1989). Asimismo, Bohórquez *et al.* (en prensa) consideran que la participación de los estudiantes para profesor en estos ambientes de aprendizaje propicia la reflexión sobre los problemas matemáticos y la gestión del profesor para que estos problemas se conviertan en instrumentos de aprendizaje. Sin embargo, estas reflexiones se ven afectadas por las creencias y concepciones⁴ que los estudiantes para profesor o profesores tengan sobre la matemática, la enseñanza de la matemática y la didáctica de la matemática (Ernest, 1988; Thompson, 1992; Ponte, 1992; Furinghetti y Pehkonen, 2002; Lesh y Doerr, 2003; D'Amore y Fandiño-Pinilla, 2004 y Santos-Trigo, 2007).

Thompson (1992) señaló que las concepciones sobre la enseñanza de la matemática son también probablemente reflejo de los puntos de vista, aunque tácitos, del conocimiento matemático de los estudiantes, de cómo ellos aprenden matemáticas, y de los roles y objetivos de la escuela en general. Una fuerte relación ha sido observada entre las concepciones de los maestros

3 En el Capítulo 2 de este escrito se profundizará sobre caracterización de la resolución de problemas y el ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas.

4 La caracterización sobre creencias y concepciones que se asume en esta investigación se presenta en el Capítulo 2.

sobre la enseñanza y sus concepciones sobre el conocimiento matemático de los estudiantes. A mediados de la década de los ochenta, Kuhs y Ball (1986) identificaron en las concepciones de los profesores cuatro modelos de enseñanza de la matemática asociadas a formas de actuación en el aula (gestión del aula). Para estos autores, cada modelo está relacionado con una manera de concebir la matemática y determina la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje que allí se le atribuye al profesor.

Ernest (1989) también encontró que las creencias y concepciones de un profesor regulan su práctica de enseñanza en el aula. De esta manera, si se desean cambios en las prácticas de enseñanza de los profesores de matemáticas, al parecer deben cambiar las creencias y concepciones de estos. Al respecto se generó la pregunta: ¿es posible cambiar las creencias y concepciones de los profesores? (Thompson, 1991). Las investigaciones de Senger (1999), Borko, Davinroy, Bliem y Cumbo (2000), Wood (2001), Hart (2002), D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004) y Pehkonen (2006), entre otras, han arrojado resultados positivos acerca de que las creencias y concepciones de los profesores pueden cambiar.

Pehkonen (2006) afirma que en los resultados de investigación sobre el cambio de creencias y concepciones de los profesores se observa que son, en parte, contradictorios. Por un lado, dice este autor, uno puede encontrar informes que muestran que el cambio docente es un proceso largo. Por ejemplo, en la investigación de Becker y Pence (1995) se obtuvo que “el verdadero cambio llega lentamente con un profundo compromiso en el desarrollo del personal durante un largo periodo de tiempo” (p. 260). Por otro lado, sostiene Pehkonen (2006), hay resultados que demuestran todo lo contrario, por ejemplo, Sparks (1994 citado en Pehkonen, 2006) informó que “los maestros pueden hacer cambios significativos en su comportamiento docente solamente después de 10 horas de entrenamiento”. En el caso de D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004), se requirió seis meses.

Dada la situación anterior, Pehkonen (2006) se pregunta: ¿en qué condiciones se producen cambios en las creencias y concepciones del maestro? Este autor encontró la respuesta en sus investigaciones de años anteriores, pues observó en los resultados de las mismas que los programas de formación de profesores que privilegiaban el desarrollo de metacognición generaron condiciones ideales para que se produjeran cambios en sus creencias y concepciones (Pehkonen, 1994; Pehkonen y Törner, 1999). En la mayoría de los

casos, se utilizó un curso de enseñanza de las matemáticas de formación de profesores con un enfoque innovador (Pehkonen, 1994).

Otra investigación que arroja cambios radicales de convicciones (creencias) y de concepciones como consecuencia de los cursos de formación de profesores, es la efectuada por D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004). En esta investigación, los autores presentan una caracterización de los cambios logrados por profesores en condiciones de formación, en tres ámbitos principalmente: concepciones sobre la matemática, concepciones sobre la didáctica de la matemática y concepciones sobre el papel del docente de matemáticas. Además, estos investigadores plantean que estos cambios se deben, en gran medida, al trabajo en el programa de formación de los profesores de matemática en didáctica de la matemática. Pekohnen (2006) concluye, dada la revisión de resultados de sus investigaciones y las de otros que, si queremos cambios en la visión personal de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, es conveniente que el estudiante para profesor experimente una formación similar a la que se espera haga en sus clases.

Sobre el cambio de las concepciones de los profesores de matemáticas, Pehkonen (2006) asegura que, aunque con diferencias, las investigaciones han demostrado que las concepciones de los profesores pueden cambiar y también bajo qué condiciones estos cambios se producen. Sin embargo, Bobis, Way, Anderson y Martin (2016) señalan que el problema sobre el cambio de las concepciones de profesores es vigente y abierto en la investigación internacional sobre educación matemática.

En un programa de formación de profesores, denominado proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (Universidad Distrital Francisco José de Caldas) de Colombia se llevó a cabo una investigación sobre el cambio de las concepciones. Este programa de formación adoptó la resolución de problemas como posibilidad de construcción de conocimiento matemático y como metodología de trabajo en el aula, al mismo tiempo que ha propuesto una estructura curricular en la que los diferentes tipos de pensamiento matemático y su didáctica tengan un lugar explícito en la formación planteada (Lebem, 1999). Bajo el marco de este proyecto curricular y teniendo en cuenta las consideraciones expuestas por D'Amore (1999, 2006), Rico (1997), Castro (2001), D'Amore (1991, 2006, 2007), Llinares (1998, 2000, 2004, 2008), Mescud (2007), Bohórquez *et al.* (en prensa) y Bonilla, Bohórquez, Narváez y Romero (2015) se diseñó una nueva versión del espacio de formación denominado didáctica de la

variación. En este espacio de formación de estudiantes para profesor se les proponen problemas matemáticos que les permitan aprender el concepto de variación y reflexionar sobre el proceso de aprendizaje de este concepto. Este proceso busca que los estudiantes reflexionen, aún más, sobre la posibilidad de la resolución de problemas como ambiente de aprendizaje y la manera como debe ser su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en este ambiente.

Sobre esta gestión, los estudiantes para profesor tienen unas concepciones iniciales, las cuales se determinarán en un primer momento. En este libro se presentarán las siguientes preguntas de investigación:

¿Qué cambios se han producido, al finalizar un curso de formación de profesores, en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas?

¿Qué factores apoyan o limitan este cambio de concepciones de los estudiantes para profesor?

Capítulo 2

Marco conceptual

En este capítulo se presentarán y desarrollarán las ideas teóricas que dan sustento a la investigación. En su estructura se decidió hacer una evolución cronológica de cada uno de los términos presentados. Al finalizar cada apartado, se presenta la caracterización del concepto que se consideró más vigente, acertada y lo más completa posible. En muchos casos, dicha caracterización se construyó teniendo en cuenta las demás presentadas a lo largo de la revisión.

En esta revisión, en primer lugar, se presentan las diversas caracterizaciones que sobre el conocimiento del profesor han presentado diferentes autores, iniciando por la establecida por Shulman (1986, 1987), hasta llegar a las propuestas de Delaney, Ball, Hill, Schilling y Zopf (2008a). Es decir, en este apartado se recogen las posturas sobre conocimiento del profesor de varios investigadores que han trabajado sobre este concepto. En segundo lugar, se presentarán informes que revelan cómo las consideraciones sobre el conocimiento del profesor inciden en las características y exigencias que se hacen a los programas de formación de profesores de matemáticas, en particular en el desarrollo de las competencias como parte fundamental del conocimiento del profesor en formación.

En el apartado siguiente se presentan documentos teóricos, artículos e informes de investigación en los cuales se evidencian diferentes acepciones del término competencia, iniciando con la misma etimología de la palabra. Finalmente, se presentan informes de investigación y documentos que caracterizan la práctica del profesor de matemática, la gestión y en particular la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

Conocimiento del profesor de matemática

Desde hace algunos años se han presentado una diversidad de respuestas a la pregunta: ¿cuál debe ser el conocimiento y las destrezas de los profesores de matemáticas? Una de las primeras respuestas es la propuesta por Shulman (1986), quien considera que las categorías para hablar del saber de un profesor como mínimo deberían incluir: el conocimiento del contenido, el conocimiento pedagógico general, el conocimiento del currículo, el conocimiento pedagógico del contenido, el conocimiento de los contextos educativos y el conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educativos, y de sus fundamentos filosóficos e históricos.

Shulman (1986) consideró que el conocimiento pedagógico del contenido adquiere particular interés porque identifica los cuerpos de conocimiento distintivos para la enseñanza. Según este autor, el conocimiento representa la mezcla entre contenido y didáctica por la que se llega a una comprensión de cómo determinados temas y problemas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses y capacidades de los alumnos y se exponen para su enseñanza.

Bromme (1998), siguiendo en parte lo propuesto por Shulman (1986) sobre los conocimientos profesionales del profesor de matemáticas, consideró conveniente diferenciar entre: 1) conocimientos de matemáticas, los cuales abarcan, entre otras cosas, principios matemáticos, reglas y modos de pensar y técnicas matemáticas; 2) conocimientos curriculares, los cuales están descritos en los planes de estudios, codificados en libros de texto y otras herramientas didácticas; 3) conocimientos sobre la clase, los cuales aparecen mediante el establecimiento de relaciones y un especial equilibrio a la medida de las específicas circunstancias de la clase, y 4) conocimientos sobre lo que los alumnos aprenden, esto es el profesor debe tener conocimiento sobre la comprensión de sus alumnos de las matemáticas.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, Bromme (1988) se interroga sobre qué permite que tan diferentes tipos de conocimientos como los mencionados se mantengan con coherencia en los maestros. Es decir, se pregunta sobre el conocimiento, sobre la naturaleza de los conocimientos con relación a la escuela y la asignatura, todo esto acorde con los fines y objetivos que han de conseguirse. Al respecto, este autor respondió que son precisamente los metaconocimientos los que permiten establecer cierta coherencia entre los diferentes conocimientos, pues definen el marco de

orientación en el que se valoran los conocimientos y su relación con la propia profesión. Bromme (1988) definió el metaconocimiento como la filosofía del profesor en cuanto a las matemáticas y la enseñanza, pero que, a pesar de su carácter filosófico, tiene muy concretos efectos sobre la práctica didáctica.

Sobre la práctica didáctica del profesor de matemáticas, Bromme (1988) consideró otros conocimientos que el profesor de matemáticas debe tener, a saber: 1) los conocimientos sobre la didáctica de la asignatura, los cuales tienen un carácter especial en cuanto a las informaciones psicológico-pedagógicas y experiencias del propio profesor se añaden con los conocimientos matemáticos, y 2) conocimientos pedagógicos, los cuales hacen referencia a los conocimientos que son válidos con relativa independencia de la asignatura. Esto es, los profesores comprenderían determinados aspectos metodológicos de la clase, el proceso con niños de educación difícil y, asimismo, la organización del centro escolar.

Las clasificaciones de Bromme (1988) y de Shulman (1986) sobre el conocimiento del profesor implican necesariamente una separación (al menos analítica) entre los diferentes conocimientos del profesor. Esto, según Gómez (2007), genera dificultades, pues, por ejemplo, resulta muy difícil imaginar cómo un profesor puede comprender cómo se organizan, representan y adaptan temas, problemas o cuestiones particulares a los diversos intereses y capacidades de los estudiantes, sin tener en cuenta el conocimiento que él tiene de los aprendices. En otras palabras, el conocimiento sobre los aprendices debería incluirse dentro del conocimiento pedagógico de contenido, aunque Shulman (1986) los presenta como independientes. Para Gómez (2007), Simon (1997) resuelve parcialmente estas dificultades al identificar los conocimientos que se ponen en juego cuando, basado en la evaluación del conocimiento de los estudiantes, el profesor formula la trayectoria hipotética de aprendizaje.

Simon (1997) menciona los siguientes conocimientos del profesor de matemáticas: 1) conocimiento de las matemáticas; 2) conocimiento de las actividades matemáticas y las representaciones de los diversos conceptos; 3) hipótesis sobre el conocimiento de los estudiantes, es decir, consideraciones acerca de los conocimientos o preconcepciones que tienen los estudiantes; 4) concepciones de los profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, y 5) conocimiento sobre cómo aprenden los estudiantes un tema específico. Según Gómez (2007), aunque Simon (1997) pretende definir una estructura de la relación entre estos conocimientos y los componentes de la trayectoria hipotética de aprendizaje, esta no se logra, puesto que sugiere

que todos los tipos de conocimiento, excepto el de las actividades matemáticas y sus representaciones, afectan todos los componentes de la trayectoria hipotética de aprendizaje.

Simon (1997) no logra establecer la relación entre los conocimientos y los componentes de la trayectoria de aprendizaje. Sin embargo, Gómez (2007) considera que la taxonomía del conocimiento del profesor expuesta por este autor es funcional, a diferencia de las taxonomías de Shulman (1986) y Bromme (1988), pues se asume una posición con respecto al aprendizaje de los escolares, se propone un esquema de enseñanza compatible con esa postura y se identifican los conocimientos que se consideran necesarios para realizar esa enseñanza.

Gómez (2007) encuentra que, en la mayoría de las taxonomías del conocimiento del profesor estudiadas por él, incluyendo aquellas asociadas en la enseñanza de las ciencias, se aprecia un núcleo común: conocimiento de la disciplina, de cómo “representarla en el aula” (hace referencia a cómo presentar estos conocimientos en el aula), de los estudiantes y de estrategias de instrucción (enseñanza). Según este autor, estas explicaciones buscan caracterizar en cierta forma la integración entre los conocimientos de contenido y de pedagogía. En otras palabras, se trata de esfuerzos por caracterizar la noción de conocimiento pedagógico del contenido.

Como se puede observar, las caracterizaciones sobre el conocimiento del profesor de matemáticas no hablan explícitamente de la didáctica de la matemática como parte fundamental de este conocimiento. Esto puede deberse, entre otras cosas, porque por ese entonces la didáctica de la matemática era poco conocida y se confundía con la pedagogía, la educación general, con las ciencias de la educación, entre otras (D’Amore, 1999). D’Amore (1999) definió la didáctica de la matemática como la disciplina científica y el campo de investigación que tiene por objetivo identificar, caracterizar y comprender los fenómenos y procesos que condicionan la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Desde esta perspectiva, para este autor el profesor de matemática debe tener un conocimiento en didáctica de la matemática, pues desde esta disciplina se estudia las condiciones de aprendizaje en situaciones reales del aula, a cualquier nivel, cuando los conceptos a desarrollar son específicos de la matemática (D’Amore, 2002).

Para D’Amore (1999), la didáctica de la matemática proporciona claves para la comprender e interpretar lo que ocurre en el aula. Esto se debe, en

esencia, porque el conocimiento en didáctica de la matemática va más allá de una competencia puramente matemática (o puramente pedagógica), por no hablar de la experiencia y el sentido común (D'Amore, 1999). Según este autor, estas comprensiones e interpretaciones se pueden dar porque hay diferentes perspectivas dentro de la didáctica de la matemática que permiten mirar las situaciones desde los enfoques que en cada una de ellas se prioriza. Algunas de estas perspectivas son: 1) contrato didáctico; 2) teoría de situaciones; 3) las barreras para el aprendizaje; 4) las imágenes y patrones; 5) conceptos figúrales; 6) ingeniería didáctica, y 7) transposición didáctica, entre otras (D'Amore, 1999).

Posterior a los trabajos de Shulman (1986), Bromme (1988), Simon (1997) y en paralelo con D'Amore (1999), Ball y Cohen (1999) hacen una caracterización más explícita del conocimiento de la disciplina del profesor de matemáticas y señalan que conocer las “matemáticas que se van a enseñar” supone mucho más que la idea de “conocer las matemáticas del currículo”. Supone llegar a conocer el contenido matemático desde la perspectiva de que dicho contenido debe ser aprendido por alguien. Esta condición se apoya en el reconocimiento de que, llegar a “conocer las matemáticas que deben ser enseñadas para que alguien aprenda”, supone un conocimiento de las matemáticas específico y vinculado a la tarea profesional de enseñar matemáticas.

El equipo de Ball (Ball y Cohen, 1999; Adler, Ball, Krainer, Lin y Novotna, 2005; Delaney, Ball, Hill, Schilling y Zopf, 2008a; Hill, Ball y Schilling, 2008) propone cuatro categorías para el conocimiento del profesor: 1) Conocimiento común del contenido, como el conocimiento y la habilidad matemática que se espera tenga cualquier adulto educado; 2) Conocimiento especializado del contenido, como el conocimiento que el profesor requiere en su trabajo, y que va más allá de aquel que tiene un adulto educado; 3. Conocimiento del contenido y de los estudiantes, y 4. Conocimiento del contenido y de la enseñanza. Estas cuatro categorías recogen y complementan las presentadas por Shulman (1986), Bromme (1988) y Simon (1997).

En esta investigación se asume la postura que adopta Adler *et al.* (2005) y Ball *et al.* (2005) sobre el conocimiento del profesor de matemáticas. Sin embargo, en esta investigación, cuando se hace referencia al conocimiento sobre el contenido y de los estudiantes y al conocimiento del contenido y de la enseñanza, se asume que se está hablando de un conocimiento asociado a la didáctica de la matemática.

Conocimiento del estudiante para profesor

Tomando como base lo expuesto por Ball y Cohen (1999), Llinares (2000, 2004) considera que la manera como los estudiantes para profesor y los profesores de matemáticas necesitan conocer las matemáticas difiere de la manera en la que otros profesionales necesitan conocerlas. Por tanto, Llinares sostiene que en un programa de formación de profesores, el contenido matemático debe ser “diferente” de las matemáticas en otros diferentes perfiles profesionales (arquitectos, matemáticos profesionales, ingenieros, economistas). Asimismo, otro aspecto que profundiza la diferencia entre la formación de profesores con relación a otros perfiles profesionales, es que los futuros profesores de matemática deben prepararse en epistemología de la matemática y en didáctica de la matemática y que, esta última, se considera la disciplina fundante del profesor de matemáticas (D’Amore, 1999, 2002, 2007; D’Amore y Fandiño-Pinilla, 2002, 2013).

Teniendo en cuenta las consideraciones sobre la formación de profesores, para Llinares, Valls y Roig (2008) se genera la necesidad de que los estudiantes para profesor y los profesores investiguen el potencial de las “situaciones matemáticas”, viéndolas como instrumentos de aprendizaje matemático. Una tarea previa de los estudiantes para profesor para ver las situaciones matemáticas como instrumentos de aprendizaje es explorar las posibilidades matemáticas del problema, identificar posibles objetivos por conseguir con la resolución de esta tarea en un contexto de enseñanza e intentar prever posibles estrategias de los estudiantes (Llinares *et al.*, 2008).

Según Llinares *et al.* (2008), para realizar un análisis de la situación de enseñanza, los estudiantes para profesor necesitan comprender la tarea y las matemáticas implicadas. Además, estos autores consideran que estas situaciones no solo implican resolver el problema diseñando estrategias, conjeturando relaciones que deben ser probadas o generalizando mediante la modificación de la presentación del problema, sino también pensar en el problema como un instrumento con el cual es posible generar aprendizaje matemático. De esta manera, según estos autores, la introducción de “lo didáctico” en el análisis de las tareas matemáticas, cuando se ven como instrumento de aprendizaje, se convierte en sí mismo en un objetivo didáctico para el formador de profesores.

De acuerdo con lo anterior, para dichos autores el conocimiento profesional del profesor de matemáticas se considera integrado por diferentes

dominios (conocimiento sobre la organización del currículo, los modos de representación y ejemplos más adecuados en cada momento, las destrezas de gestión y comunicación matemática en el aula, conocimiento en epistemología de la matemática, didáctica de la matemática, etc.) (García, 1997; D'Amore, 2004, 2007; Escudero y Sánchez, 2007; Gavilán, García y Llinares, 2007a, 2007b; Llinares, 2000). Sin embargo, para Llinares (2008), el rasgo que caracteriza el conocimiento del profesor no está solo en lo que conoce (dominios de conocimiento), sino en lo que hace con lo que conoce (uso del conocimiento) (Eraut, 1998).

Llinares (2008a) subraya la importancia del uso del conocimiento en la resolución de las situaciones problemáticas generadas en su actividad profesional. Es decir, la práctica de enseñar matemáticas entendida como: 1) realizar unas tareas (sistema de actividades) para lograr un fin; 2) hacer uso de unos instrumentos, y 3) justificar su uso (Llinares, 2008). Al considerar la enseñanza de las matemáticas como una práctica que tiene que ser comprendida y aprendida, Llinares (2004) identifica tres sistemas de actividades que la articulan y los componentes del conocimiento profesional que permiten realizarlas, a saber: 1) analizar, diagnosticar y dotar de significado a las producciones matemáticas de sus alumnos, y comparar estas producciones con lo que él pretendía (objetivos); 2) planificar y organizar el contenido matemático para enseñarlo (determinar planes de acción), y 3) dotar de sentido y gestionar la comunicación matemática en el aula. Estos componentes están vinculados al conocimiento en didáctica de las matemáticas que debe tener el profesor.

Para desarrollar cada uno de estos “sistemas de actividad”, el estudiante para profesor debe llegar a ser competente en los diferentes aspectos que definen estos sistemas, y, por tanto, “conocer” lo que los fundamenta, generándose de esta manera la competencia docente respectiva (Llinares, 2004, 2008a). Desde esta consideración, aparece de manera natural un llamado a hablar de la competencia como parte fundamental del conocimiento del profesor de matemáticas y del estudiante para profesor de matemáticas.

Sobre la competencia

El concepto de competencia posee un doble significado, según el diccionario de la Real Academia Española (2001); el primer significado proviene del latín *competent a*, asociada con el verbo *compet re*, que significa competir. Desde este significado, es posible encontrar las siguientes acepciones: disputa o contienda entre dos o más personas sobre algo; competencia como oposición o rivalidad entre dos o más que aspiran a obtener la misma cosa; la tercera acepción hace referencia a la situación de empresas que rivalizan en un mercado, ofreciendo o demandando un mismo producto o servicio y, por último, como competencia deportiva.

El segundo significado ha dado origen a la palabra “competente”, en el cual se establecen tres acepciones: competencia como incumbencia, como pericia, aptitud, idoneidad para hacer o intervenir en un asunto determinado, y como atribución legítima de un juez u otra autoridad para el conocimiento o resolución de un asunto. Se tiene entonces dos verbos, “competir” y “competere” que provienen del mismo verbo latino *compet re*, pero que se diferencian sustantivamente. Sin embargo, estos dos verbos dan origen al sustantivo “competencia”, lo que dificulta enormemente su comprensión, pudiendo dar lugar a posibles confusiones.

Gómez (2007), Rico y Lupiáñez (2008), y Lupiáñez (2010) manifiestan que comúnmente se ha aceptado que uno de los primeros significados concretos asignados al término competencia se atribuye a los trabajos en lingüística de Chomsky (1957, 1965, 1980). Según estos autores, desde la perspectiva lingüística de Chomsky, se define la competencia como el dominio de los principios que gobiernan el lenguaje; y la actuación como la manifestación de las reglas que subyacen al uso del lenguaje. Según Puig (2008), la competencia lingüística se presenta en oposición a las actuaciones (“performances”, en inglés) concretas en que esa competencia se actualiza, y esta oposición la sustenta en el hecho de que Chomsky afirma con contundencia que la “teoría lingüística se interesa principalmente por un hablante oyente ideal ... que conoce su lengua perfectamente... y que no se ve afectado por condiciones gramaticalmente irrelevantes... al aplicar su conocimiento de esta lengua en actuaciones concretas” (p. 3).

Hymes (1971) propone trascender las definiciones de competencia y actuación establecidas por Chomsky (1957, 1965), pues considera que estas se sostienen en una idea de actuación privada de significación sociocultural.

Hymes (1971) establece la competencia como capacidades de una persona, pero que no dependen exclusivamente del conocimiento, sino también de la habilidad para el uso. Como partes de la competencia, Hymes (1971) define el conocimiento, la habilidad para el uso y los modelos de actuación.

Según Bustamante (2003), caracterizaciones de competencia como la de Hymes tienen puntos comunes con la definición de Chomsky (1957, 1965, 1980), pues la competencia es personal, la posibilidad sistemática le pertenece a la estructura, el sistema sobrepasa al individuo, la habilidad para el uso incorpora elementos cognoscitivos. A pesar de las similitudes, Bustamante (2003) destaca aspectos que hacen que las definiciones de Hymes (1971) difieran de las expuestas por Chomsky (1957, 1965, 1980), a saber: la posibilidad sistemática también tiene que ver con la estructura de otros sistemas de signos; el conocimiento varía de un individuo a otro, la habilidad para el uso incorpora aspectos no cognoscitivos, la actuación no es realización imperfecta de la competencia, las competencias de los individuos se sobredeterminan y el contexto es una clave de interpretación.

Las diferencias y similitudes presentadas entre las definiciones de Chomsky (1957, 1965, 1980) y Hymes (1971) son un ejemplo de lo expuesto por Weirner (2001), pues para este autor existen muchos enfoques teóricos diferentes y los significados varían según el punto de vista y los objetivos subyacentes asociados al uso del término competencia, tanto en el debate científico como en el discurso político. En esta revisión se mostrarán múltiples significados que se atribuyen al concepto de competencia.

Braslavsky (1993) considera que una competencia es un saber hacer con saber y con consciencia respecto del impacto de ese hacer. Para Coolahan (1996), la competencia es la capacidad general basada en los conocimientos, experiencias, valores y disposiciones que una persona ha desarrollado mediante su compromiso con las prácticas educativas. Por su parte, Perrenoud (1997) también habla de la competencia en términos de la capacidad, pero entendida como la capacidad de actuar eficazmente en un número determinado de situaciones, capacidad basada en los conocimientos, pero que no se limita a ellos. A principios del siglo XXI, Roegiers (2000) considera la competencia como la posibilidad de movilizar un conjunto integrado de recursos con el fin de resolver una situación problema que pertenece a una familia de situaciones. Prieto (2002) retoma la idea de competencia en términos de capacidad y considera que las competencias tienden a transmitir

el significado de lo que la persona es capaz o es competente para ejecutar, el grado de preparación, suficiencia o responsabilidad para ciertas tareas.

Beckers (2002) señala que la competencia moviliza diversos recursos al servicio de una acción con finalidad precisa. Según esta autora, la competencia es la capacidad que permite al sujeto movilizar, de manera integrada, sus recursos internos (saberes, saber hacer y actitudes) y externos, a fin de resolver eficazmente una familia de tareas complejas para él. También, en el 2002 la red educativa de la Comisión Europea (Eurydice, 2002) consideró la competencia como la capacidad o potencia para actuar de manera eficaz en un contexto determinado.

En vista de los problemas conceptuales y los debates sobre las definiciones, Rychen y Tiana (2004) proponen un enfoque funcional de las competencias, como el adoptado para la iniciativa de Definición y Selección de Competencias: Bases teóricas y conceptuales (DeSeCo) y llevada a cabo conjuntamente por la Oficina Federal Suiza de Estadísticas y la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE-Suiza). Esta conceptualización es holística, en el sentido de que integra y relaciona demandas externas, atributos individuales (incluida la ética y los valores) y el contexto como elementos esenciales del desempeño competente.

En este contexto, una competencia se define como “la habilidad para satisfacer exigencias complejas de manera satisfactoria o para llevar a cabo una tarea o una actividad” (p. 21). Desde esta perspectiva, estos autores definen la competencia como: “una combinación de habilidades prácticas y cognitivas interrelacionadas, conocimientos, motivaciones, valores y ética, actitudes, emociones y otros componentes sociales y comportamentales que pueden mobilizarse conjuntamente para una acción eficaz en un contexto particular” (Rychen y Tiana, 2004, p. 22).

De acuerdo con lo anterior, es posible dar mayor sentido a lo dicho por Weinert (2004) quien afirma que si restringía nuestro enfoque al uso del término competencia en filosofía, psicología, lingüística, sociología, ciencia política y economía, se seguía teniendo una amplia variedad de definiciones. No obstante, afirma este autor, que en todas estas disciplinas se interpreta la competencia como un sistema bastante especializado de habilidades y capacidades necesarias o suficientes para alcanzar una meta específica.

En Rico y Lupiáñez (2008) se encuentran recogidos y analizados diferentes acercamientos a la caracterización de competencia, en donde se establecen tres ideas centrales (invariantes) que, de manera más o menos explícita, intervienen en cada una de las caracterizaciones presentadas: a) componentes cognitivos o de otros tipos que entran en la caracterización que cada autor hace de la competencia; b) finalidad o finalidades que se le asignan, y c) contexto en que se sitúa o desempeña la competencia” (p. 138).

Con relación al significado de competencia en educación, Rico y Lupiáñez (2008) extraen tres ideas importantes, a saber:

- La competencia sirve para y se manifiesta mediante la acción, lo cual se expresa de diversos modos, genéricos o específicos como actuar, interpretar y resolver problemas, enfrentar demandas complejas o aplicar conocimientos a la práctica.
- La competencia se muestra mediante el desarrollo personal y social del sujeto competente, lo cual también se expresa de diversas maneras como vivir, desarrollar capacidades, tomar decisiones, continuar aprendiendo, trabajar o mejorar la calidad de vida.
- La competencia siempre hace referencia a un contexto de aplicación. Hay un claro énfasis en que la acción y el desarrollo, que se derivan de las componentes cognitivas y actitudinales, tienen lugar en un marco concreto, de manera contextualizada. Las menciones son amplias y, a veces, imprecisas, pero no dejan lugar a dudas.

En el análisis anterior se mencionan situaciones determinadas o definidas, y las referencias a contextos tienen mayor diversidad y transmiten más precisión: contextos académicos, profesionales o sociales en una variedad de áreas, en la práctica educativa o en la sociedad. Rodríguez (2007) presenta una concepción de competencia en la que se aprecian los tres componentes de los que hablan Rico y Lupiáñez (2008), pues este autor considera que la competencia es una noción que integra:

[...] el saber –conocimiento teórico o proposicional [...] derivado de las afirmaciones empíricas o lógicas sobre el mundo–, saber hacer –conocimiento práctico o desarrollo de las habilidades y destrezas necesarias para obrar en el mundo– y saber ser –conocimiento experiencial, también denominado saber del “saber estar” –, del conjunto de normas, valores, actitudes y circunstancias que permiten interactuar con éxito en el medio social. (p. 146).

Los aspectos de las competencias referidas al saber que menciona Rodríguez (2007), se pueden identificar, en gran medida, en la caracterización que hace Vasco (2011) de este término, pues para Vasco (2011), la competencia:

...puede describirse más precisamente como un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, metacognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad o de cierto tipo de tareas en contextos relativamente nuevos y retadores. (p. 21).

La caracterización hecha por Vasco (2011), es posible relacionarla con la caracterización de competencia presentada por D'Amore, Godino y Fandiño-Pinilla (2008), quienes establecen que la competencia es un concepto complejo y dinámico:

Complejo: Porque se trata del conjunto de dos componentes: uso (exógeno) y dominio (endógeno). Incluso de elaboración cognitiva, interpretativa y creativa, de conocimientos que relacionan contenidos diferentes.

Dinámico: el uso y el dominio no son las únicas expresiones de la competencia. La competencia como objeto engloba en sí misma no solo conocimientos que se requieren, sino también factores metacognitivos. Por ejemplo, la aceptación del estímulo para usarlos, el deseo de hacerlo, el deseo de completar los conocimientos que se revelan a la prueba de los hechos, insuficientes y, por lo tanto, el deseo mismo de aumentar la propia competencia.

Tomando como base lo expuesto por Rodríguez (2007) y D'Amore, Godino y Fandiño-Pinilla (2008), en esta investigación se entenderá la competencia como un conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes donde se vinculan tres tipos de saberes: 1) un saber asociado a conocimientos teóricos o proposicionales que relacionan contenidos diferentes; 2) un saber relacionado con un conocimiento práctico que permita el desarrollo de las habilidades y destrezas necesarias para ejecutar diferentes acciones y, finalmente, 3) un saber asociado a un conocimiento del conjunto de normas, valores, actitudes y circunstancias que permitan interactuar con éxito en el medio social. El vínculo entre estos saberes debe permitir que se identifiquen debilidades en relación con los conocimientos involucrados y el deseo de aumentar la competencia.

Como se mencionó con anterioridad, para Llinares (2008a) es importante que tanto el profesor como el estudiante para profesor usen efectivamente su conocimiento en la resolución de las situaciones problemáticas generadas en la práctica de enseñar matemáticas. Esto hace, sin lugar a duda, que en este documento se reflexione y profundice sobre las características fundamentales de esta práctica.

La práctica de enseñar matemática y la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje

Jackson (1975) señaló distintos momentos en los que se desarrollan las actividades de la práctica del profesor. Estos momentos los denominó fase preactiva (antes de la clase), fase interactiva (durante la clase) y fase posactiva (después de la clase). Da Ponte (1995) hace alusión a la práctica del profesor cuando considera que el conocimiento en acción es visto en relación con tres áreas: la práctica lectiva, la práctica no lectiva y el desarrollo profesional. Este conocimiento está estrechamente relacionado con el conocimiento de referencia (que incluye el conocimiento del contenido de la enseñanza, la pedagogía y el currículo). Asimismo, con varios procesos de reflexión (por, en y sobre la acción).

Sobre la acción en la práctica lectiva, Ponte (1995) presenta dos dominios distintos; el primero es el conocimiento sobre gestión del aula y el segundo el conocimiento didáctico. Estos dos dominios están profundamente interrelacionados, pues todo lo que sucede en cada uno de estos dominios se refleja inmediatamente en el otro (Doyle, 1986). Sin embargo, es pertinente distinguirlos en tanto el cumplimiento de objetivos, pues en cada dominio son diferentes, ambos tienen lógicas distintas y las relaciones de cada uno con los distintos ámbitos de referencia, también son diferentes.

Para Ponte (1995), el conocimiento sobre la gestión del aula incluye todo lo que le permite al profesor crear un ambiente propicio para el aprendizaje, estableciendo las reglas para su trabajo, poner en obra los métodos de organización de los estudiantes, frente a las situaciones o comportamientos acorde con sus reglas, etc. Por su parte, en el conocimiento didáctico, según este autor, se pueden distinguir cuatro aspectos fundamentales: una guía curricular, el calendario, la monitorización y la evaluación.

Las consideraciones sobre el conocimiento en acción, y en particular sobre la práctica hechas por Ponte (1995), se pueden relacionar con los momentos propuestos por Jackson (1975) en la práctica de un profesor y aún más con las fases que Llinares (2000) estableció tomando como base el trabajo de Jackson (1975). Para Llinares (2000), la primera fase es la fase de planificación y organización de las matemáticas que se van a estudiar, es decir, es el momento en el que se toman decisiones acerca de qué enseñar y cómo enseñarlo. La segunda fase es la de gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en la que se da la relación entre el problema propuesto y los estudiantes en el contexto aula. Finalmente, la tercera fase es la de reflexión y nueva comprensión (Llinares, 1991), la cual tiene como propósito aprender de la propia experiencia.

Sobre la gestión en el aula

Uno de los primeros tratados sobre gestión en el aula a principios del siglo XX fue escrito por William Chandler Bagley (Bagley, 1907). En el prefacio de su libro, escribió que sus principios de gestión deberían interpretarse a la luz de los principios psicológicos y sobre la base de los datos recogidos a partir de cuatro fuentes: 1) las observaciones de los maestros con una gestión eficiente y exitosa; 2) libros de texto sobre la gestión del aula y la enseñanza; 3) su propia experiencia personal como maestro, y 4) los principios psicológicos generales que habían sido “sometidos a prueba real antes de ser incluidos” (Bagley, 1907).

Es claro que el lenguaje utilizado por Bagley (1907) en ese entonces era muy diferente del actual. Por ejemplo, habló de “transformar lentamente al niño de un pequeño salvaje en una criatura de la ley y el orden, aptos para la vida de la sociedad civilizada” (p. 35). Sin embargo, según Brophy (2006), los supuestos básicos con relación a la disciplina, organización y orden son muy similares a lo que se desea actualmente. Esto se debe a que la escuela tiene la intención de preparar a los niños para la vida en la sociedad civilizada (Brophy, 2006) taking into account both its substance (theoretical base, questions, findings).

Brophy (2006) establece que los principios potenciales de gestión deben ser considerados no solo en términos de eficiencia a corto plazo, sino también los efectos más amplios a lo largo de la vida del estudiante en la escuela. Según este autor, para Bagley (1907) innecesariamente los métodos de castigo

(punitivos) o que inducen ansiedad no son apropiados, como tampoco lo son los métodos excesivamente orientados a la competencia que pueden hacer a los estudiantes egoístas⁵. Bagley (1907) distinguía a los “factores de rutina” (confusión, el desorden, la asistencia irregular, la mala higiene) que podría ser manejado por la formación de los estudiantes a desarrollar hábitos deseados, de los “factores de juicio” (falta de atención, de engaño, de aprendizaje lento) que requerían la atención del profesor consciente y adaptación individualizada.

Para Bagley (1907), los hábitos podían ser inculcados mediante la aplicación de la ley de creación de hábito⁶. Esto según este autor, puede requerir instrucciones detalladas a principio de año, seguido por la práctica de los procedimientos deseados. Ciertas rutinas tendrán que ser instaladas desde el primer día (patrones de tráfico, las políticas de tocador, que tiene los materiales necesarios disponibles, manteniendo las pizarras limpias). Bagley (1907) decía en su tratado: en el primer día, se adhieren a trabajar con lo que los estudiantes están familiarizados, pero hacen verdadera enseñanza en lugar de trabajo no productivo, para establecer la seriedad de propósito. Tenga todo preparado cuando lleguen los estudiantes, salúdelos gratamente y diríjalos a los asientos. Debe implementar un plan preestablecido para el manejo de los sombreros y abrigos. Si los asientos no se han asignado previamente, haga un plano de la sala y comenzar a ubicar rápidamente a los estudiantes en referencia a su nombre. Nombre a los monitores y distribuya los suministros. Según sea necesario, instruir y ejercitar a los alumnos en los procedimientos.

Bagley (1907) presentó en su tratado 15 principios para sancionar con eficacia. Según este autor, el maestro (no otra persona) debía administrar el castigo. Al respecto, afirmaba que poco tiempo debe transcurrir entre la mala conducta y el castigo. Asimismo, recomendaba que los niños no debían ser castigados en presencia de sus compañeros, que se debía castigar las faltas intencionales y premeditadas; sancionar infracciones repetidas; que no se debía castigar las faltas no aptas para ser repetidas.⁷ También, afirmaba que no

5 Cuando Brophy (2006) se refiere al egoísmo, está haciendo alusión a los momentos en donde el estudiante no comparte sus avances con relación a determinada actividad a otros compañeros y los presenta como propios.

6 Lo que debe llegar a ser una cuestión de invariable costumbre se debe hacer consciente en los estudiantes en el primer momento, y luego hacerlo siempre de manera explícita y llevar a cabo en todo momento, hasta que toda tendencia a actuar de cualquier otro modo haya sido superada (Brophy, 2006) taking into account both its substance (theoretical base, questions, findings).

7 Vale la pena aclarar que, a principios del siglo XX, hablar de castigo a los estudiantes era habitual.

todos los niños requieren la misma pena por la misma falta y recomendaba que los niños siempre debían entender por qué estaban siendo castigados. Estas y otras indicaciones eran las que Bagley (1907) consideraba importante para la buena gestión de aula de un profesor.

La gestión del aula siempre ha sido reconocida como crucial para los profesores en general. Sin embargo, hasta la década de 1950 había poco desarrollo de la teoría y la investigación sobre el tema. Esto se debió, en parte, a que la gestión en el aula no había establecido una identidad como un subcampo independiente de los estudios educativos (Brophy, 2006). En palabras de Breed (1933), la gestión en el aula se había deslizado entre las grietas de las bases de conocimiento que se estaban desarrollando en el aula (centrados en el currículo y la instrucción en las áreas temáticas) y el nivel de la escuela (centrado en la administración de la escuela en su conjunto).

Dada la situación anterior, se podría decir que la atención a la gestión se desvaneció en el primer tercio del siglo XX (Brophy, 2006). Breed (1933) es un ejemplo de este hecho, pues, aunque reconoció el problema y escribió el libro *organización y gestión de la clase*, solo se refiere a la gestión del aula en dos capítulos, uno sobre las rutinas de organización y el otro sobre reconstrucción de la conducta de los alumnos. Breed (1933) dedicó la mayor parte del texto a las pruebas, la agrupación homogénea frente a agrupación heterogénea, el tamaño de la clase, la clasificación y promoción de políticas, las cuestiones curriculares, las actividades extracurriculares, la programación de la clase y otros temas sobre todo a nivel de la escuela.

En el capítulo sobre reconstrucción de la conducta de los alumnos, Breed (1933) presenta una revisión del libro escrito por Wickman (1928) denominado *Comportamiento de los niños y actitudes de los profesores*. En esta publicación, Wickman (1928) presenta un estudio en el cual encuestó a 511 maestros de Cleveland para obtener sus niveles de preocupación por diversos problemas de comportamiento infantil y comparó sus respuestas con las respuestas de especialistas en salud mental. Los profesores expresaron que la mayor preocupación sobre conductas manifiestas que perturbaban las aulas eran aquellas asociadas a la actividad sexual, la obscenidad, el robo, la desobediencia, desafío, etc. Por su parte, los médicos hicieron hincapié, en su mayoría, a problemas asociados a acciones fuera de lo normal, sospechosas, infelices, resentidas, temerosas, demasiado sensibles o sugestionables, etc. Wickman (1928) concluyó que los profesores estaban bajo atenta a la ansiedad, la depresión y otros síntomas que indican la necesidad de la educación del carácter o tratamiento mental.

La investigación de gestión del aula durante las décadas de los años sesenta y setenta produjo un rico cuerpo de hallazgos replicados y en su mayoría complementarios. De hecho, Duke (1979) consideraba que las tareas asociadas a la gestión eran todas aquellas disposiciones y procedimientos necesarios para establecer y mantener un entorno en el que puedan darse la instrucción y el aprendizaje.

En la década de 1980, los investigadores fueron señalando un consenso emergente sobre la gestión de aula. Por ejemplo, autores como Brophy (1988, 1983), Doyle (1986) y Weber, Crawford, Roff y Robinson (1983) reconocieron que hubo un impulso para las técnicas conductuales en la gestión de aula, pero cuestionaron su idoneidad o practicidad para aplicaciones en el aula. También consideraron que se fortalecieron las técnicas destacadas por Kounin (1970) y Evertson y Emmer (1982b) con relación a la gestión. Estas técnicas, para Emmer (1987) por ejemplo, estaban asociadas a un conjunto de comportamientos y actividades del profesor encaminados a que los alumnos adoptaran una conducta adecuada y a que las distracciones se redujeran al mínimo.

Basados en las consideraciones de Duke (1979) y Emmer (1987) sobre gestión del aula, Davis y Thomas (1992) establecen recomendaciones para esta gestión, las cuales se pueden dividir en cuatro grandes categorías, a saber: aquellas recomendaciones asociadas a las normas y expectativas, otras relacionadas con la organización del aula, otras referidas a las actividades en el aula y finalmente recomendaciones para responder al mal comportamiento o a las desviaciones. Sin embargo, todas estas recomendaciones se centran básicamente en mantener el orden, la disciplina de los estudiantes, así como otras disposiciones que le permitan tener el control del aula. Sobre el control del aula, según Brophy (2006, a excepción de los estudios de algunas de las ideas de Glasser (1977), hubo poca evidencia de la investigación disponible para informar sobre la eficacia de los enfoques recomendados por Redl (1966), Morse (1976), Dreikurs (1968) y Gordon (1974) que basaban sus recomendaciones a los maestros sobre los principios desarrollados en la psicología clínica o psiquiatría.

Brophy (2006) también señala que la mayoría de las investigaciones de gestión se han hecho en las aulas de primaria y las que se realizaron en niveles superiores se han efectuado en la secundaria en lugar de los grados de preparatoria. Para este autor, Ryans y Wandt (1952) y Evertson y Emmer (1982a, 1982b) han sido los únicos autores que investigaron en primaria e

hicieron comparaciones con lo obtenido en secundaria. Sus hallazgos sugieren que los mismos principios básicos se aplican en los diferentes grados, pero que algunos son más relevantes en los grados más bajos (los que tratan de enseñar a los estudiantes para llevar a cabo rutinas deseadas), y otros más relevantes en los grados superiores (los relacionados con la provisión de la participación planes de estudio y las actividades y los procedimientos relativos a las fechas de vencimiento de asignación y clasificación).

Brophy y Evertson (1978) señalaron que los detalles de las responsabilidades de gestión de los docentes evolucionan a medida que los estudiantes avanzan en los niveles de grado. Estos investigadores identificaron cuatro patrones. En los grados de primaria, los estudiantes son nuevos en la situación escolar y requieren orientación a las normas, procedimientos y rutinas de la vida del aula. En consecuencia, los profesores de primaria pasan mucho tiempo en los aspectos didácticos de la administración (enseñar a los estudiantes qué hacer). El tiempo del profesor dedicado a estas cuestiones de la gestión del aula tiende a disminuir en los grados intermedios, porque los estudiantes saben la mayoría de los procedimientos y rutinas.

Según Brophy y Evertson (1978) entre los grados sexto y noveno los estudiantes, al entrar a la adolescencia, se identifican más con sus compañeros y se distancian de autoridad de los adultos. Esto hace que los profesores se centren nuevamente en los aspectos disciplinarios de la gestión (los estudiantes por lo general saben lo que tienen que hacer, pero a menudo necesitan ser presionados para hacerlo). Por último, en los grados de secundaria superior, la mayoría de los estudiantes han pasado por las etapas más rebeldes: cambia de la adolescencia y comienza a mostrar más interés por la materia. En este caso, según los autores, las energías de los profesores se dirigen principalmente a la enseñanza en el plan de estudios, aunque sigue siendo importante para ellos el sistema de rendición de cuentas.

Brophy (1999, 2006) consideró la mayoría de las investigaciones sobre gestión del aula que se efectuaron en aulas cuyos enfoques de enseñanza se asocian a la transmisión de conocimiento. Al respecto, este autor se pregunta si estos principios también se aplican a los salones de clase que enfatizan la comunidad de aprendizaje. Esto es, ¿estos principios de gestión se pueden aplicar a enfoques basados en teorías constructivistas sociales y socioculturales del aprendizaje? Según Brophy (1999, 2006) se pueden aplicar si se interpreta correctamente. Por ejemplo, McCaslin y Good (1992) establecieron que las prácticas de gestión deben estar alineadas para apoyar

las metas y actividades de enseñanza del profesor. Según estos autores, un maestro puede comenzar por identificar lo que los estudiantes deben hacer para participar de manera óptima en los formatos de aprendizaje previstos. Posteriormente el profesor debe, a partir de estas descripciones de los roles deseados de los estudiantes, determinar las formas necesarias de instrucción, de dirección o ayuda.

Tomando como base el análisis de McCaslin y Good (1992), Brophy (1999, 2006) afirma que en entornos de aprendizaje comunitarios el profesor identificaría un conjunto más amplio de funciones estudiantiles a las que se requieren en las aulas que acuden a metodologías más tradicionales. Muchas de estas funciones son las mismas: estar en clase, asistir en el tiempo requerido, almacenar provisiones y pertenencias personales en sus lugares designados, manejar equipos con cuidado, tener escritorio o mesa despejado, estar dispuestos a aprender cuando comienzan las lecciones, prestar atención durante las clases, participar como voluntario para responder preguntas o hacer contribuciones, trabajar con cuidado en las tareas, tratar de resolver los problemas por su cuenta, si se quedan atascados pedir ayuda si la necesita, entregar las tareas completadas y en el tiempo, limitar las conversaciones a los tiempos y las formas apropiadas y tratar a los demás con cortesía y respeto.

El aprendizaje en aulas comunitarias también requiere, según Brophy (2006), que los estudiantes aprendan en colaboración con toda la clase y en grupos pequeños. Esto encarna expectativas adicionales, como escuchar con atención no solo al maestro, sino también a sus compañeros relacionando lo que dicen a los conocimientos y experiencias previas personales, pedir aclaraciones a los demás si no está seguro de lo que significan, presentar sus propias ideas y explicar su razonamiento citando pruebas y argumentos relevantes (denominado en la teoría de situaciones didácticas: validación), desafiando y respondiendo a los retos, centrándose en las discusiones tratando de llegar a un acuerdo en lugar de participar en una sobrepuja, y ver que las ideas de todos se incluyan y que todo el mundo cumpla con el objetivo de la actividad cuando se trabaja en parejas o pequeños grupos.

Brophy (2006) afirma que los maestros que buscan establecer comunidades de aprendizaje en sus aulas se ven obligados a acudir a estrategias de gestión como las de articular todo para que se dé la participación que desea tengan sus estudiantes, el modelar o dar instrucción en los procedimientos deseados; por ejemplo, las formas de participación y de actuación de los estudiantes.

El maestro debe escuchar a los estudiantes para establecer cuándo se necesitan estos procedimientos, y la aplicación de una presión suficiente para generar cambios en el comportamiento cuando los estudiantes han fracasado al responder o enfrentar una tarea. Sin embargo, los procedimientos que se enseñan a los alumnos tendrán que incluir el conjunto completo que se aplica en comunidades de aprendizaje, no solo el subconjunto que se aplica en las aulas que acude a la transmisión de conocimientos.

Llinares (2000) propuso algunas de las actividades descritas anteriormente como necesarias dentro de la fase de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje del profesor, a saber: 1) la gestión de los distintos momentos o secciones que conforman cada clase, lección, tema o unidad de enseñanza y de aprendizaje que constituyen la lección de matemáticas; 2) la presentación de la información; 3) la gestión del trabajo y la discusión en grupo; 4) la interpretación, discusión y respuesta a las ideas de los estudiantes; 5) la gestión de la discusión en gran grupo; 6) la construcción y uso de representaciones; 7) la introducción de material didáctico o de entornos informáticos, y 8) la gestión de la construcción del nuevo conocimiento matemático desde la interacción profesor-alumno-tarea, etc.

Teniendo en cuenta lo anterior, Llinares (2000) establece que algunas de las actividades del profesor en la fase de gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje son específicas del contenido matemático y otras son de carácter general (en el sentido de Doyle, 1986) relacionadas con la organización de los estudiantes, el manejo del orden y la disciplina, las tareas propuestas, entre otras. Con relación a las actividades asociadas al contenido matemático, este autor considera que son aquellas que están vinculadas a la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto (Llinares, 2000; Perrin-Glorian, 1999; Saraiva, 1995) y en la caracterización del discurso en el aula (Hache y Robert, 1997). Esta caracterización del discurso está relacionada, según Llinares (2000), con el discurso pedagógico y la comunicación que propicia.

Para Niss (2003) la gestión de situaciones de enseñanza-aprendizaje es una competencia didáctica y pedagógica del profesor de matemáticas. Esto coincide con Rico (2004), quien estableció que la gestión del contenido matemático en el aula es una de las competencias básicas del profesor de matemáticas. En otras palabras, para estos autores cuando se habla de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje se está haciendo alusión a una competencia fundamental del profesor, la cual se debe desarrollar en el estudiante para profesor.

De acuerdo con lo anterior, Marín del Moral (1997) y Zabalza (2004) consideran que la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula es presentada como una competencia compleja del profesor que requiere considerar muchos aspectos, los cuales surgen directamente en el contexto del aula y, por tanto, no siempre se pueden planificar de antemano. Desde esta perspectiva, considerar la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje solo desde el punto de vista de la planificación (Gómez, 2007b; Lupiáñez, 2009, 2010, 2014) no es conveniente, pues muchas acciones del profesor que ocurren en el aula quedarían excluidas.

Tomando como base la revisión anterior, la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en aulas de matemáticas en esta investigación se entenderá como una competencia del profesor de matemáticas que involucra múltiples actividades, que en su mayoría, surgen en el contexto del aula y que tienen como fin primordial promover el aprendizaje y la instrucción de los estudiantes. Estas actividades, al igual que en Llinares (2000), serán divididas en dos grandes grupos: 1) las actividades de carácter general y 2) las actividades consideradas específicas del contenido matemático.

Las actividades de carácter general se asumirán desde las perspectivas de Doyle (1986), McCaslin y Good (1992) y Brophy (1999, 2006). Esto es, todas aquellas actividades relacionadas con la organización de los estudiantes, materiales, tiempo y espacio. Aquellas actividades que permitan involucrar a los estudiantes u obtener su cooperación, que establezcan y mantengan procedimientos de la clase, que permitan el seguimiento de los comportamientos de los alumnos y todas aquellas que el profesor identifique necesarias para que sus estudiantes participen de manera óptima en el ambiente de aprendizaje previsto.

Las actividades consideradas específicas del contenido matemático son aquellas que están relacionadas con la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto (Llinares, 2000; Perrin-Glorian, 1999; Saraiva, 1995). Por ejemplo, para Hersant y Perrin-Glorian (2005) una de estas actividades es identificar el conocimiento objetivo (que no siempre es explícito y no siempre es el expresado por el profesor) y la forma en que aparece en el problema a resolver. Otra actividad del maestro es identificar los datos que puedan ser utilizados por los estudiantes sin ninguna intervención de él en la resolución del problema.

Una actividad del maestro que mencionan Hersant y Perrin-Glorian (2005) considerada específica del contenido matemático es la de identificar los conocimientos previos de los estudiantes. De tal forma, que el profesor pueda prever las acciones que los estudiantes pueden llevar a cabo en este medio y cómo podrán interpretar la retroalimentación que él les pueda dar y finalmente todas aquellas actividades vinculadas con la caracterización del discurso en el aula (Hache y Robert, 1997). Esto es, con el discurso pedagógico y la comunicación que propicia.

Con relación a las actividades asociadas al contenido matemático Stein, Engle, Smith y Hughes (2008) establecen cuatro grandes grupos de actividades relevantes para gestionar discusiones matemáticas en el aula. Estas actividades son anticipar, monitorear, seleccionar, secuenciar y conectar (Stein, Engle, Smith, y Hughes, 2008). Anticipar, para estos autores, implica mucho más que evaluar si una tarea propuesta a los estudiantes estará en el nivel adecuado de dificultad o es de suficiente interés para ellos. Anticipar también implica desarrollar experticia para establecer cómo los estudiantes podrían interpretar matemáticamente un problema.

El monitoreo de las respuestas de los estudiantes es la segunda actividad, según Stein *et al.* (2008), que deben llevar a cabo los profesores de matemáticas. Esta actividad implica prestar mucha atención a la matemática desarrollada por los estudiantes a medida que trabajan en un problema, por ejemplo, durante la fase de exploración. El objetivo primordial de esta actividad consiste en identificar el potencial de aprendizaje de estrategias o representaciones particulares utilizadas por los estudiantes, de forma que el profesor pueda identificar qué respuestas de los estudiantes serían importantes para compartir con la clase en su conjunto durante la fase de discusión (Stein *et al.*, 2008).

La tercera actividad para gestionar la discusión matemática por el profesor presentada por Stein *et al.* (2008) es la selección de respuestas de los estudiantes para su exhibición pública. Estos autores sugieren que como resultado del monitoreo de las respuestas de los estudiantes durante la clase, el profesor puede a continuación seleccionar a los estudiantes que considere pertinente para compartir su trabajo con el resto de la clase y generar discusión a partir de esta exposición. Por último, según Stein *et al.* (2008), la cuarta actividad que los profesores deben hacer para gestionar la discusión matemática es la de generar conexión de las respuestas de los estudiantes. En esta actividad se espera que los profesores ayuden a los estudiantes a establecer conexiones entre la matemática, las ideas que se reflejan en las estrategias y las representaciones que utilizan.

Bohórquez *et al.* (en prensa) resaltan algunas actividades del profesor cuando se esté desempeñando en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas, algunas de las cuales coinciden con las expuestas por Stein *et al.* (2008). Bohórquez *et al.* (en prensa) consideran que gran parte de la acción del profesor debe recaer en desplazar su protagonismo hacia la búsqueda de comunicación entre los estudiantes, tanto en los grupos pequeños como en la clase en general. Al respecto, aseguran que la incorporación de dispositivos que potencien tal comunicación es trascendental para que se produzca una transformación en la manera en que se realizan clases de matemáticas. Algunos de los dispositivos y actividades que estos autores proponen son: 1) el abordaje y resolución de los problemas en pequeños grupos; 2) la exposición de presentación de avances de la resolución grupal al grupo general; 3) la participación del gran grupo en las exposiciones de otros grupos; 4) la participación grupal en el aula virtual, y 5) la construcción del “cuaderno del resolutor”, tanto individual como su uso colectivo (p. 13).

Volviendo a la formación de profesores, para Llinares (2006) las “oportunidades” de aprendizaje deben permitir que un estudiante para profesor identifique aquello que es relevante para un cierto objetivo y establezca conexiones con principios teóricos de la didáctica de la matemática, la historia y la epistemología de la matemática (Rico, 1997; Castro, 2001; Chamorro, 2003; D’Amore, 2006, 2007; Llinares, 2006). Este estudiante para profesor debe aprender a analizar cuál es el papel que desempeñan los problemas matemáticos y la gestión del profesor de la interacción de los alumnos con dicho problema, para determinar las características del problema que lo convierten en un medio adecuado para el aprendizaje de las matemáticas (Llinares y Krainer, 2006).

El papel que desempeñan los problemas matemáticos y la gestión del profesor de la interacción de los alumnos con dicho problema, se ven afectados por las creencias y concepciones que los profesores tengan sobre la matemática y la didáctica de la matemática (Ernest, 1988; Thompson, 1991; Ponte, 1992; Furinghetti y Pehkonen, 2002; Lesh y Doerr, 2003; D’Amore y Fandiño-Pinilla, 2004; Santos-Trigo, 2007).

Creencias y concepciones

En muchas de las investigaciones que hacen parte de esta revisión, algunos autores manejan los términos creencias y concepciones como sinónimos. Sin embargo, otros autores señalan que son diferentes tipos o niveles de conocimiento y que, por lo tanto, forman parte del conocimiento profesional del profesor. Para Contreras y Climent (1999), por ejemplo, el término concepciones ha tenido y tiene diferentes usos y significados: creencias, sistema de creencias, reflexiones a priori, ideologías y teorías implícitas. En los párrafos siguientes se buscará dar una definición más clara y operativa de estos dos conceptos para los fines de esta investigación.

Las creencias

Con relación al término “creencias”, en el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española (2001) se establece que proviene del latín *crēdĕre* y que se define como “tener por cierto una cosa que el entendimiento no alcanza o que no está comprobada o demostrada”. También, en este diccionario se la define como “creer que (alguien o algo) tiene verdadera existencia”, “estar convencido de la bondad o validez de algo o alguien”.

En la investigación educativa, para Shulman, Grossman y Wilson, (1989) las creencias son más discutibles que el conocimiento (concepciones), están más abiertas al debate. Estos autores afirman que las creencias del profesor son de dos tipos, dependiendo de si se refieren a las matemáticas como disciplina científica o a las matemáticas como objeto de enseñanza-aprendizaje. Las primeras influyen en el contenido que se enseña y en la forma de enseñarlo. Las segundas influirán en la orientación que el profesor da a la materia que enseña (Shulman *et al.*, 1989).

Thompson (1992) señala que una de las características de las creencias es que pueden ser consideradas con variación del grado de convicción. El creyente puede estar pasionalmente entregado a su punto de vista o en el otro extremo podría considerar una afirmación de un asunto como más probable o no. Además, esta autora afirma que las creencias a menudo incluyen sentimientos afectivos y evaluaciones, memorias de experiencias personales vividas, supuestos sobre la existencia de entidades y mundos alternativos los cuales no son abiertos a la evaluación externa o examen crítico. Otras

características de las creencias que presenta esta autora es que no están consensuadas, son independientes de su validez y que están caracterizadas por una falta de acuerdo sobre cómo son evaluadas y juzgadas.

Por su parte Pajares (1992) considera que las creencias están conformadas de tres componentes: el cognitivo (conocimiento), el afectivo (emoción) y el conductual (acción). Además, señala que las creencias son un tipo de conocimiento basado en evaluaciones y juicios ligados a la componente afectiva, mientras que el conocimiento se basa en hechos objetivos. Asimismo, este autor considera que la forma de inferir las creencias es a través de la palabra de las personas sobre lo que dicen que pretenden y hacen (Pajares, 1992).

Ponte (1994), por el contrario, toma las creencias en el sentido de proposiciones no demostradas, y aunque hace una diferenciación entre creencias y conocimiento, considera a las primeras como una parte del conocimiento del sujeto. Al respecto, este autor afirma que las creencias se pueden ver como una parte del conocimiento relativamente “poco elaborado”, en lugar de ver los conocimientos y las creencias como dos dominios distintos.

Para Ponte (1994), en las creencias predominaría la elaboración, más o menos fantástica, y no confrontada con la realidad empírica. En cambio, en el conocimiento predominarían los aspectos experienciales o la argumentación racional. Este autor establece que las creencias personales no requieren, incluso, consistencia interna. Esto implica que las creencias son a menudo discutibles, más inflexibles, y menos dinámicas que otros aspectos del conocimiento. Las creencias juegan un papel más importante en aquellos dominios del conocimiento en los que la verificación es difícil o imposible.

Vicente (1995) establece que el uso lingüístico del término creencias puede reducirse a tres significados principales, cada uno de los cuales precisa más el campo de uso. En primer lugar, está el uso en sentido amplio, impreciso, que incluye a cualquier tipo de conocimiento o noticia. En lugar de “yo pienso”, suele decirse frecuentemente “yo creo”. En segundo lugar, estaría una definición que tendría un sentido un poco más preciso, pues se establece la creencia como el conocimiento del que no tenemos plena evidencia ni certeza, pero que es compatible con un saber probable, basado en algunos indicios o pruebas razonables. En este segundo significado, “creer” equivale a “tener opinión” sobre algo; es decir, poseer un conocimiento basado en algunas pruebas, datos o comprobaciones.

Un tercer significado de “creer” todavía más estricto, según Vicente (1995), es aquel asociado a confiar en alguien; prestar nuestro crédito a otras personas “a las que creemos”. En este sentido, “creer” significa asentir, aceptar como verdadero aquello que se nos comunica. De esta manera, el “creer” se diferencia netamente del “saber”, si por esto se entiende el conocimiento de algo bajo una verificación y comprobación personal (Vicente, 1995). Desde esta perspectiva, para Vicente (1995) las creencias son ideas u opiniones que la gente tiene, pero sin haber comprobado ni haberse detenido a examinar si se trata de algo fundado o sin fundamento; simplemente se limita a “creerlo” por haberlo recibido de los mayores, del ambiente cultural o social, porque “siempre se ha entendido así” o “todo el mundo lo dice”. En otras palabras, las creencias no son propiamente ideas, sino “algo en lo que se está” y de lo que ni siquiera nos permitimos dudar.

Moreno (2000) considera que las creencias son conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y profesionales vividas. Las creencias no se fundamentan sobre la racionalidad, sino más bien sobre los sentimientos, las experiencias y la ausencia de conocimientos específicos del tema con el que se relacionan, lo que las hacen ser muy consistentes y duraderas para cada individuo. Esta postura coincide con la de García, Azcárate y Moreno (2006), quienes señalan que las creencias del profesor son ideas poco elaboradas, generales o específicas, las cuales forman parte del conocimiento que posee el docente, pero carecen de rigor para mantenerlas.

Goldin, Rösken y Törner (2009) concluyen que, a muy poco de finalizar la primera década del siglo XXI, no se podía establecer una aceptación universal de los investigadores en educación matemática de una definición de creencias que pudiese conectar las diversas teorías. Esta situación aún hoy se mantiene. Por esta razón, estos autores sugieren la introducción de elementos constitutivos de un marco estructural que permita la comprensión de las creencias desde un enfoque diferente al de adoptar una definición. Este enfoque sería, según Goldin *et al.* (2009), compatible con varias definiciones posibles y permitirá representar explícitamente aspectos de las creencias relevantes y diversos como los cognitivos y los afectivos.

Goldin *et al.* (2009) manifiestan que este enfoque, en cierto sentido, es paralelo a un desarrollo en la historia de la geometría. Hilbert (1899) dejó claro que, en un enfoque axiomático de la geometría, las antiguas palabras

punto y línea proporcionadas por Euclides realmente no son definiciones, pero delimitan posibles percepciones de los lectores al hablar o pensar en aquellos objetos. Del mismo modo, los elementos constitutivos de un marco de creencias pueden adaptarse a distintas percepciones de ellos. Törner (2002), por ejemplo, distingue diferentes aspectos vinculados a las creencias, los cuales se presentan a continuación:

Aspectos ontológicos

En este caso, las creencias siempre están asociadas a los objetos de la creencia (Törner, 2002). Esto quiere decir que, frente a una creencia, uno tiene que identificar el objeto de la creencia correspondiente, por ejemplo, “la filosofía de las matemáticas” o “el papel de la integral”. El término “objeto” entendido en la perspectiva de Ajzen y Fishbein (2005). Según Törner (2002), los objetos de creencia pueden ser de dominio específico, y pueden ser personales, sociales o epistemológicos en la naturaleza. Para Goldin *et al.* (2009), casi cualquier cosa puede servir como un objeto con el que se asocian las creencias. En la discusión de las creencias, los objetos relevantes deben ser nombrados explícitamente. Cuando los objetos de creencia no se explicitan, la discusión a veces puede ser caracterizada como resbaladiza (Hofer y Pintrich, 1997).

Aspectos enumerativos

Las creencias pueden considerarse como agregados de los estados mentales. Objetos de creencias se pueden asignar a un conjunto de contenidos de diversas percepciones posibles, características, suposiciones, filosofías o ideologías, a los que a menudo se hace referencia simplemente como creencias o mejor, estados de creencias (Törner, 2002). Este conjunto puede contener uno, pocos, o muchos elementos (creencias), dependiendo del objeto respectivo y el portador y el tiempo de la discusión. Con respecto a un objeto de creencia específica en discusión, el portador podrá en cualquier momento reducir o ampliar el conjunto de estados de creencias.

Aspectos normativos

Los elementos del conjunto, según Törner (2002), poseen contenidos de diferentes pesos que se atribuyen a diversas percepciones o supuestos. Esta función de pertenencia se puede considerar como una medida del nivel de la conciencia y la certeza del portador creencia, o el grado de activación de la creencia. Esto quiere decir para Goldin *et al.* (2009) que los elementos de un conjunto de creencias específicas no son intercambiables.

Aspectos afectivos

Por último, pero no menos importante, las creencias se entrelazan con los sentimientos, las emociones, las actitudes y los valores. De este modo, los elementos del conjunto de contenidos llevan una dimensión afectiva, incluyendo algún tipo de medida de evaluación que expresa (por ejemplo) el grado de aprobación o desaprobación emocional asociado con la creencia. Al respecto, Goldin *et al.* (2009) encontraron que son muy pocas las investigaciones en didáctica de la matemática en donde las creencias no tengan una carga afectiva.

Las creencias son muy subjetivas y varían de acuerdo con los diferentes portadores. Por lo tanto, los observadores de una situación específica pueden referirse a muy diferentes creencias.

El marco descrito anteriormente es aplicable a individuos, a objetos de creencias, o para los complejos que comprenden diversas facetas (por ejemplo, dominios). Esto quiere decir que este marco puede incluir teorías o convicciones individuales y subjetivas acerca de las características centrales relacionadas con un objeto específico (Goldin *et al.*, 2009). También, este marco es aplicable a aquellas creencias que un sujeto tiene sobre las personas, de sí mismo o de los seres humanos en general. Desde este marco, se podrían estudiar las creencias de los sujetos acerca de un dominio de interés, como el entorno natural o social. Finalmente, también este marco es aplicable al estudio sobre las convicciones epistemológicas de un sujeto (Köller, Baumert y Neubrand, 2000).

El objetivo de Goldin *et al.* (2009) es aplicar el constructo flexible de las creencias a las diversas situaciones relacionadas con la educación matemática. Estos autores buscan identificar y comprender las influencias positivas y las negativas de las creencias; si bien las creencias pueden servir como

estímulo, también pueden presentar o crear barreras. Estos investigadores establecen que algunas definiciones o interpretaciones de creencias, con repercusiones para su papel en la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje, se pueden entender mediante la exploración de las consecuencias psicológicas o epistemológicas de las metáforas o analogías utilizadas para describirlos.

Abelson (1986) desarrolló la idea sobre las creencias como posesiones, lo cual se puede usar para ilustrar lo expuesto por Goldin *et al.* (2009) en el párrafo anterior. Abelson (1986) respecto a las creencias dijo:

Vamos a explorar varios aspectos semánticos de las posesiones de propiedad [...] hay expresiones tales como “para adquirir una creencia”, “para heredar un punto de vista”, y así sucesivamente, como si las creencias fuesen cosas que figuraban en algún tipo de proceso de transferencia social o física. Por el aspecto de mantenimiento, uno se encuentra con frecuencia en la redacción de que “alguien tiene una creencia” o “se aferra a una creencia”. Se hace referencia a la valoración por expresiones tales como “apreciar una creencia” y “estoy revaluando mi posición”. El aspecto “perder” es especialmente rico en fraseos metafóricos, incluyendo “perder su creencia en...”, “abandonar su creencia”, “entregar sus principios”, y así sucesivamente. Cada una de estas categorías da cierto apoyo a la metáfora de la “posesión” (p. 230).

Pehkonen, Ahtee, Tikkanen y Laine (2011) encontraron que las creencias pueden ser consideradas para formar una parte de la metacognición de un individuo (por ejemplo, en Schoenfeld, 1983). También, encontraron que se han hecho intentos para definir las creencias a través de las actitudes (situación que ya se explicó en este documento). Una conclusión importante de la investigación de Pehkonen *et al.* (2011) es que se estableció que las diferentes definiciones suelen atribuir un valor de verdad a una creencia. Es decir, las creencias son un tipo de conocimiento y en sus definiciones incluyen un componente emocional (Pehkonen *et al.*, 2011).

En algunos casos, las definiciones también dicen algo acerca de la estabilidad y la intensidad de las creencias y sobre la naturaleza de su origen o de garantía. Teniendo en cuenta la revisión anterior y el constructo de Goldin *et al.* (2009), en esta investigación las creencias de un individuo se entienden en un sentido bastante amplio, pues se entienden como la experiencia basada en el conocimiento subjetivo, a menudo implícito de las emociones y sobre algún asunto o estado de cosas. Esta caracterización es similar a la expuesta

por Lester, Garofalo y Kroll (1989a), Pehkonen (1994), Furinghetti y Pehkonen (2002), Pehkonen *et al.* (2011) y Pehkonen, Ahtee y Hart (2014). Desde esta perspectiva, el individuo puede considerar que sus creencias son verdad, no siendo necesariamente así en la realidad objetiva (Brophy y Evertson, 1978).

Las concepciones

Sfard (1991) establece que las concepciones pueden ser consideradas el lado personal/privado del término “concepto”. Para Ruiz (1994), las concepciones se sitúan en dos dimensiones. Por una parte, se diferencian las concepciones subjetivas o cognitivas de las epistemológicas; y, por otra, las concepciones locales de las globales. Este autor establece que las concepciones subjetivas son mantenidas por cada sujeto, de manera individual y se refieren al conocimiento y creencias de los sujetos. En cambio, las concepciones epistemológicas se refieren a tipologías de conocimiento existentes en un cierto periodo histórico, o circunscrito a los textos o programas de cierto nivel de enseñanza. Ahora bien, sobre las concepciones globales, este autor señala que son aquellas que describen holísticamente las concepciones ligadas a un concepto u otro objeto a diferencia de las locales que tienen en cuenta aspectos parciales de los sistemas anteriores.

Ruiz (1994) afirma que la concepción se caracteriza por la presencia de invariantes que el sujeto reconoce como notas esenciales que determinan el objeto, por el conjunto de representaciones simbólicas que le asocia y utiliza para resolver las situaciones y problemas ligados al concepto y por el conjunto de situaciones, problemas, etc., que el sujeto asocia al objeto, es decir, para las cuales encuentra apropiado su uso como herramienta.

Ponte (1994) señala que las concepciones pueden verse como el plano de fondo organizador de los conceptos. Ellas constituyen como “miniteorías”, o sea cuadros conceptuales que desempeñan un papel semejante a los presupuestos teóricos de los científicos. Las concepciones condicionan la forma de abordar las tareas y ligadas a ellas están las actitudes, las expectativas y el entendimiento que cada uno tiene de lo que constituye su papel en una situación dada.

Azcárate, García y Moreno (2006) señalan que las concepciones de los docentes consisten en la estructura que cada profesor de matemáticas da a sus conocimientos para posteriormente enseñarlos o transmitirlos a sus

estudiantes. De hecho, consideran que algunas características de las concepciones del profesor son: 1) forman parte del conocimiento; 2) son producto del entendimiento; 3) actúan como filtros en la toma de decisiones, y 4) influyen en los procesos de razonamiento (Azcárate, García y Moreno, 2006).

D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004) vinculan el significado de concepción a la idea de creencia, afirmando que la creencia (convicción) es una opinión, conjunto de juicios/expectativas, aquello que se piensa a propósito de algo y que el conjunto de las convicciones de alguien (A) sobre un determinado aspecto (T) forma la concepción (K) de A relativa a T. Además, estos autores establecen que "si A pertenece a un grupo social (S) y comparte con los demás miembros de S el mismo conjunto de convicciones relativas a T, entonces K es la concepción de S relativa a T" (p. 26).

Otro autor que relaciona las creencias con las concepciones es Pehkonen (2006), pues utiliza el término concepción en paralelo a las creencias. En este caso, define las concepciones como un subgrupo de las creencias.

Como se observó, es usual que en la literatura el término concepción se utilice a menudo en paralelo con las creencias, razón por la cual en esta investigación las concepciones harán hincapié en el componente cognitivo de las creencias. Esto quiere decir que las concepciones de un individuo son generalmente conscientes y él/ella es capaz de razonar acerca de estas (Furinghetti y Pehkonen, 2002; Pehkonen, 1994, 2006). En esta investigación, las concepciones, al igual que Pehkonen (2006), se describen como un subconjunto de las creencias, es decir, como creencias conscientes.

De las concepciones de los profesores sobre las matemáticas

Thompson (1992) señala que existe una visión de la matemática como una disciplina caracterizada por resultados precisos y procedimientos infalibles cuyos elementos básicos son las operaciones aritméticas, los procedimientos algebraicos, los términos geométricos y teoremas. Desde esta concepción, según la autora, saber matemática es equivalente a ser hábil en desarrollar procedimientos e identificar los conceptos básicos de la disciplina, lo cual genera la concepción de enseñanza de la matemática como aquella que debe poner énfasis en la manipulación de símbolos cuyos significados son raramente comprendidos. Esta investigadora también presenta en sus trabajos una visión alternativa a la anteriormente descrita sobre el significado y la naturaleza de la matemática.

Según la misma Thompson (1992), esta visión alternativa acerca del significado y la naturaleza de la matemática consiste en considerarla como una construcción social y cultural. En donde, la idea que subyace en esta visión es que “saber matemática” es “hacer matemática”. De esta manera, lo que caracteriza la matemática es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos. Desde esta concepción, según Thompson (1992), surge la idea de enseñanza de la matemática en donde el estudiante debe comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas.

Ejemplo de la visión de considerar el significado y la naturaleza de la matemática como una construcción social se encuentra en el trabajo de Ernest (1988), quien ve la matemática como un campo de la creación y la invención humana en continua expansión, en el cual los patrones son generados y luego convertidos en conocimiento. De esta manera, este autor asegura que la matemática es un proceso de conjeturas y acercamientos al conocimiento, conducida por la resolución de problemas.

Ernest (1988) presenta una tercera concepción que los profesores tienen de las matemáticas, la cual denomina concepción instrumentalista de las matemáticas, que Thompson (1992) caracteriza como aquella en donde las matemáticas se conciben como una caja de herramientas que están formadas de una acumulación de hechos, reglas y destrezas para ser usadas por expertos en la consecución de un fin externo. Así, las matemáticas son un juego de efectivas y útiles reglas y hechos. Desde esta perspectiva, según Carrijo (1997), las matemáticas son un conjunto de resultados de marcado carácter utilitario, cuyas veracidad y existencia no están sujetas a discusión o revisión. Los elementos que conforman su núcleo son los resultados, entendidos como un conjunto de reglas y herramientas, sin una vinculación teórica (conceptual) ni práctica determinada; el fin que persigue es el desarrollo de otras ciencias y técnicas (Carrijo, 1998).

En 1992, Thompson informaba que los investigadores reportaban variados desacuerdos o inconsistencias entre las concepciones y creencias de los profesores sobre la naturaleza de las matemáticas y la práctica instruccional. Por ello, recomendaba que se analice si en las explicaciones ofrecidas por los profesores es posible revelar varias fuentes de influencia de su práctica instruccional, causando una subordinación de sus creencias.

Concepciones de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Las concepciones de los profesores sobre la enseñanza están conformadas, según Thompson (1992), por aspectos muy diversos. Por ejemplo, lo que considera un profesor como objetivos deseables del programa de matemáticas, su propio rol en la enseñanza, el rol de los estudiantes, las actividades apropiadas del salón de clases, la aproximación a la práctica instruccional deseable, la legitimación de los procedimientos matemáticos y los resultados aceptables de la instrucción. Diversos estudios han encontrado que las diferencias en las percepciones de los profesores del propósito de la planificación de las lecciones están sujetas a las diferencias en los puntos de vista predeterminados de los profesores sobre las matemáticas. Esto mismo ocurre con las diferencias en sus opiniones acerca de qué constituye evidencias de la comprensión de las matemáticas de sus estudiantes.

Asimismo, Thompson (1992) señala que las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas son también probablemente reflejo de los puntos de vista, aunque tácitos, del conocimiento matemático de los estudiantes, de cómo ellos aprenden matemáticas, y de los roles y objetivos de la escuela en general. Una fuerte relación ha sido observada entre las concepciones de los maestros sobre la enseñanza y sus concepciones sobre el conocimiento matemático de los estudiantes. Al respecto, Clark (1988) había afirmado que las concepciones sobre el aprendizaje y enseñanza tienden a estar eclécticamente agrupadas en creencias que parecen ser más el resultado de sus años de experiencia en el salón de clase que de algún tipo de estudio formal.

Ya a mediados de la década de los ochenta, Kuhs y Ball (1986) identificaron cuatro modelos de enseñanza de las matemáticas asociadas a formas de actuación en el aula (gestión del aula) en las concepciones de los profesores. El primer modelo considera que la enseñanza de las matemáticas se centra en la construcción personal del conocimiento matemático por el aprendiz; estos autores afirman que este es un punto de vista constructivista. El segundo modelo está centrado en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual, el cual se caracteriza porque la enseñanza de las matemáticas es conducida por el contenido en sí, pero enfatizando la comprensión conceptual. El tercer modelo está centrado en el contenido con énfasis en el desempeño, en donde la enseñanza de las matemáticas enfatiza el desempeño de los estudiantes y el dominio de las reglas y procedimientos matemáticos.

Finalmente, el cuarto modelo está centrado en el aula, en el cual la enseñanza de las matemáticas se basa en el conocimiento del aula efectiva.

Para Kuhs y Ball (1986) cada uno de estos modelos están relacionados con una manera de concebir las matemáticas y determinan las funciones que allí se le atribuyen al profesor. Por ejemplo, en el primer modelo el profesor es visto como un facilitador del aprendizaje del estudiante, planteando interesantes preguntas y situaciones de investigación, desafiando al estudiante a pensar y ayudándolo a descubrir inadecuaciones en sus propios pensamientos. El segundo modelo de enseñanza se deriva directamente desde la concepción de la naturaleza de las matemáticas que Ernest (1988) lo identificó con el pensamiento platónico. En este modelo, la instrucción hace del contenido matemático el centro de la actividad en el aula, mientras se enfatiza en el entendimiento de las ideas y procesos de los estudiantes. El tercer modelo también hace del contenido matemático su punto central. Este modelo de enseñanza está estrechamente relacionado con el punto de vista instrumentalista de la naturaleza de las matemáticas. Para finalizar, en el cuarto modelo lo fundamental de este punto de vista es la noción de que la actividad del aula debería estar bien estructurada y eficientemente organizada de acuerdo con conductas efectivas del profesor, identificadas en los estudios proceso-producto.

Las investigaciones de Martínez (2003), Ramos y Font (2004), y McGraw, Arbaugh, Lynch y Brown (2003) realizadas tanto en el ámbito de la educación media como de la primera y superior, han mostrado la coexistencia de las concepciones descritas anteriormente acerca de la enseñanza de las matemáticas entre los profesores de esta disciplina. Sin embargo, según estas investigaciones, aseguran una preponderancia de la concepción algorítmica de la enseñanza de las matemáticas, la cual coincide plenamente con la expuesta por Ernest (1998) como platónica, en donde se promueve una enseñanza de las matemáticas fundamentalmente de tipo memorístico y algorítmico; se proporciona al estudiante definiciones y reglas de procedimiento particulares para ser aplicadas en situaciones dadas.

Cambio de creencias y concepciones

Según Martínez (2003), existen algunos informes que reportan éxitos en el cambio de concepciones y creencias de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo, los estudios adelantados por Peterson, Fennema y Carpenter (1989), fueron considerados muy valiosos por

los cambios de concepciones y creencias que lograron en los profesores. Estos estudios se diseñaron para investigar los efectos que la información tiene sobre el pensamiento de los niños en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción simple, que tendría en la práctica instruccional de maestros de educación primaria.

Carpenter *et al.* (1989) observaron importantes cambios en las decisiones sobre la instrucción que realizan los profesores; según estos autores, los profesores pasan más tiempo durante la clase escuchando las explicaciones de sus estudiantes de las estrategias de resolución de problemas, y menos tiempo abordando actividades que priorizaran las memorizaciones de términos por parte de sus estudiantes.

Por otro lado, el estudio realizado por Abreu, Bishop y Pompeu (1997) reporta cambios en las creencias de los profesores sobre varios aspectos de la enseñanza de las matemáticas. Estos autores investigaron cómo los profesores cambiaron sus actitudes, creencias y conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas como resultado de su creciente involucramiento con la aproximación etnomatemática del currículum (Abreu *et al.*, 1997). Al final de la investigación, establecieron que los puntos de vista preferidos por los profesores fueron, entre otros, que las matemáticas deben de ser un tema exploratorio y explicativo, investigando en situaciones medioambientales, que deben enseñar matemáticas como un tema discutible donde el conocimiento matemático es discutido entre los profesores y los alumnos, y que los alumnos deben de ser capaces de analizar y entender la estructura de los problemas.

Para D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004) el cambio de creencias es posible entenderlo como la "modificación de las convicciones en el transcurso del tiempo" (p. 49). El estudio de estos cambios se ha centrado en las concepciones asociadas a las matemáticas principalmente. Sin embargo, estos investigadores aportan en su estudio una caracterización de los cambios logrados por profesores en condiciones de formación en tres ámbitos principalmente: concepciones sobre la matemática, concepciones sobre la didáctica de la matemática y concepciones sobre el papel del docente de matemáticas, los cuales sin lugar a dudas influyen en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

Para hacer evidentes los cambios, D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004) proponen un esquema de presentación que consiste en relacionar la concepción precedente (P) con la concepción sucesiva (S), declaradas por los estudiantes en un cuestionario, las frases tomadas directamente de sus respuestas, que

eran alusivas a concepciones precedentes y sucesivas, iban acompañadas de un comentario (C) de los investigadores, que enfatizaban e interpretaban dicho cambio.

Pehkonen (2006) asegura que para estudiar el cambio de convicciones del profesor o del estudiante para profesor, hay algunas consideraciones teóricas en la literatura que parecen tener más conexiones que otras con el cambio a un nivel profundo. Según este autor, la autorreflexión parece ser un método poderoso para el cambio en el nivel de profundidad y presenta como ejemplo el trabajo de Hart (2002). Para este autor, un profesor o estudiante para profesor debe ser consciente de sus acciones y reflexionar sobre ellas, pues cuando esto ocurre, se produce aprendizaje. De tal autorreflexión surge la conciencia de las propias creencias y concepciones. Pehkonen (2006) afirma que hacer que los estudiantes para profesor sean conscientes de sus convicciones, parece ayudarles a desarrollar cambios en estas (p. 83).

Cambios de convicciones culturales como la idea de problema de matemáticas, el uso escolar dado a la resolución de problemas de matemáticas, entre otros y cambios de estructuras y formas organizativas de instituciones educativas, según Bohórquez *et al.* (en prensa), son necesarios para que los profesores de matemáticas acepten la sugerencia de convertir la resolución de problemas en el eje organizador del currículo de matemáticas. Una de las entidades que a finales de los ochenta efectuó esa sugerencia fue el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1989), pues consideraba que la resolución de problemas era el objetivo fundamental de la enseñanza de las matemáticas.

El hecho de que la resolución de problemas sea el eje central del currículo, según Bosch y Gascón (2004), hace que los interrogantes formulados por los profesores de matemáticas sobre “¿qué se debe enseñar y cómo enseñarlo?” se transformen en: “¿qué problemas matemáticos enseñar, cómo enseñar a resolverlos y cómo conseguir que los alumnos elaboren por sí mismos estrategias de resolución de problemas no rutinarios?”. En otras palabras, se convirtió en un problema de la práctica del profesor de matemáticas, pues este debe analizar cuál es el papel que desempeñan los problemas matemáticos y cuál es su gestión de la interacción de sus estudiantes con dicho problema, de tal forma que así pueda determinar qué características debe tener el problema para convertirse en un medio adecuado para el aprendizaje de las matemáticas. Estos es precisamente una de las cosas que Llinares (2006) considera debe aprender un estudiante para profesor de matemáticas.

Es decir, se pretende que los futuros profesores desarrollen la resolución de problemas como estrategia metodológica en el currículo de matemáticas de formación primaria y secundaria.

Teniendo en cuenta la pretensión de que los futuros profesores utilicen la resolución de problemas en sus prácticas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, ya a finales de la década de los noventa y principios del siglo XXI, autores como Llinares (1998), Bonilla, Sánchez y Vidal, (1999), Bonilla *et al.* (2002) y D'Amore (2002) consideraron conveniente que los espacios de formación de los estudiantes para profesor se fundamentaran en la resolución de problemas.

El ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas

Sobre la resolución de problemas, se ha dicho que es un término del cual no existe una caracterización universalmente aceptada (Kilpatrck y Stanic, 1989; Pérez, 1993; Tortosa, 1999; Santos-Trigo, 2007 y Schoenfeld, 1985, 2007). De hecho, en los trabajos de Kilpatrck y Stanic (1989), Pérez (1993), Schoenfeld (1985) y Bohórquez y Sanjuán (2009) se han recopilado más de catorce significados diferentes de este término. Esta situación generó la intención de varios autores, por ejemplo, Schoenfeld (1985, 2007), de agrupar por enfoques o tendencias los trabajos asociados a la resolución de problemas.

Los enfoques de los trabajos sobre resolución de problemas que Schoenfeld (1985, 2007) identificó a mediados de los ochenta fueron cuatro. En el primer enfoque, este autor ubicó los trabajos donde los problemas son presentados en forma escrita y que, a menudo, son problemas que ponen la matemática en el contexto del "mundo real". En el segundo ubicó aquellos trabajos donde se privilegia el uso de matemáticas sofisticadas para tratar los problemas que se reflejan en el "mundo real". El tercer enfoque lo conforman aquellos trabajos alrededor del estudio de los procesos cognitivos, que consisten en realizar intentos de exploración detallada de aspectos del pensamiento matemático en relación con problemas más o menos complejos. Finalmente, en el cuarto grupo se encuentran las propuestas que tienen por propósito la determinación y la enseñanza de los tipos de habilidades requeridas para resolver problemas matemáticos complejos (Schoenfeld, 1985). El enfoque de este último grupo se basa, en su mayoría, en la obra de Polya (1945).

La obra de Polya (1945) también es base fundamental de uno de los enfoques que identificaron Stanic y Kilpatrick (1989) sobre las formas de trabajar la resolución de problemas. Estos autores señalaron que la resolución de problemas se ha empleado en la escuela de tres maneras. La primera como contexto de aplicación, con fines recreativos o para propiciar la motivación; la segunda como un tema específico del currículo, esto es, para desarrollar la habilidad de resolver problemas [aquí el trabajo de Polya (1945) es de vital importancia dada su importancia histórica]; la tercera, como aquella en donde la resolución de problemas se identifica con la actividad matemática, es decir, en donde hacer matemáticas es resolver problemas.

Dadas las diferentes formas de trabajar la resolución de problemas, Codina y Rivera (2000) y Santos-Trigo (2007) recomiendan que los profesores de matemáticas reflexionen sobre lo que consideran debe ser una enseñanza-aprendizaje basada en la resolución de problemas antes de decidirse trabajar con esta metodología e incluso Codina y Rivera (2000) y Codina (2000) consideran conveniente que se discutan los términos problema, resolución y solución.

El término problema, al igual que la resolución de problemas, no está definido de una manera única. En la literatura se encuentran autores como Kilpatrick (1985), Castro (1991), Schoenfeld (1992), Puig (1996), Codina y Rivera (2000), Santos-Trigo (2007) y Bohórquez y Sanjuán (2009) que han efectuado recopilaciones de los diferentes significados del término problema, así como de los términos solución y resolución. De hecho, Kilpatrick (1985), Schoenfeld (1992), Puig (1996) y Santos-Trigo (2007), además de presentar diferentes significados de estos términos, proponen definiciones sobre los mismos. Otro autor que propuso una caracterización de problema fue D'Amore (1997), quien sugirió una distinción, en sus palabras muy usual, algo trivial y sin embargo útil, entre problemas y ejercicios.

Para D'Amore (1997), tanto ejercicios como problemas se refieren a situaciones problemáticas debidas a varios factores. Los ejercicios pueden ser resueltos utilizando reglas ya aprendidas o en vías de consolidación y, por tanto, entran en la categoría de refuerzo o aplicación inmediata de conceptos. Por su parte los problemas, implican o bien el uso de más reglas (algunas incluso explícitas, en ese momento), o bien una sucesión de operaciones cuya elección implica un acto estratégico, quizás creativo, del propio estudiante. Esto es, según D'Amore, Fandiño-Pinilla y Marazzani, (2004) y (Fandiño

Pinilla, 2010), el ejercicio se desarrolla en la zona efectiva de Vygotsky, en la zona proximal.

En la caracterización de problema que presenta D'Amore (1997) se hace explícito el hecho de que debe haber una relación de interés y creatividad por parte de quien lo aborda. Para Bohórquez *et al.* (en prensa), el requerimiento de la presencia del resolutor y de su implicación con el problema acarrea que, sus conocimientos previos, sus intereses, sus experiencias, entre otros aspectos, entran a ser parte de lo que se considera un problema. De esta manera, los problemas se caracterizan porque implican una relación de problematización entre quien percibe la situación y la situación percibida. Santos-Trigo (2007) había hecho alusión a esta relación por medio del listado de criterios que consideró deben intervenir en el diseño de problemas para que estos tengan potencial matemático en el aula de clase, a saber:

1. Los problemas deben ser accesibles a los estudiantes.
2. Los problemas deben exigir a los estudiantes un proceso de reflexión e inserción.
3. Los problemas deben posibilitar acercamientos a su solución a través de emprender caminos diversos, que impliquen el uso de ideas matemáticas ricas y que permitan involucrar aspectos diferentes de la disciplina.
4. Las soluciones de los problemas deben posibilitar que emerjan ideas matemáticas, sin que para ello los estudiantes sientan que requieren usar trucos sofisticados.

El diseño de problemas, con las características anteriores, para el profesor de matemáticas se facilitaría si en su formación estos se hubiesen utilizado como instrumentos de aprendizaje, en donde los mismos buscaran potenciar las prácticas de matematización, modelación, conjeturación y demostración de propiedades matemáticas (Bohórquez *et al.*, en prensa). En otras palabras, se requiere que en la formación de profesores la resolución de problemas sea entendida, en la clasificación de Stanic y Kilpatrick (1989), como una actividad ligada al aprender a pensar matemáticamente.

Desde la perspectiva de la resolución de problemas como actividad ligada a pensar matemáticamente, Lesh y Zawojewski (2007) definen la resolución de problemas como “el proceso de interpretar una situación matemáticamente,

la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones, y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas". Para Santos-Trigo (2008), "lo relevante en esta visión es que el estudiante desarrolle recursos, estrategias y herramientas que le permitan recuperarse de dificultades iniciales y robustecer sus formas de pensar acerca de su propio aprendizaje y la resolución de problemas" (p. 3). De hecho, para este autor, un aspecto importante de la caracterización de resolución de problemas de Lesh y Zawojewski (2007) es que la comprensión o el desarrollo de las ideas matemáticas conllevan un proceso de reflexión donde el estudiante constantemente refina o transforma sus ideas y formas de pensar como resultado de participar activamente en una comunidad de práctica o aprendizaje.

El conocimiento que se genera en una situación de aprendizaje, para Llinares (2008b) y Penalva, Rey y Llinares (2011), está relacionado con la forma en la que los individuos interaccionan y con la manera en la que negocian significados para dotar de sentido a las situaciones planteadas y a las tareas que deben resolver. Este hecho, según estos autores, hace que cobre gran importancia la generación de comunidades de aprendices o de práctica (Wenger, 1998). Participar activamente en una comunidad de práctica o aprendizaje implica para Bohórquez *et al.* (en prensa) que en el ambiente de la clase está incorporada la intencionalidad de que toda producción matemática que el estudiante o el grupo realice dentro o fuera de la clase será objeto de análisis y contrastación con las de los otros (estudiantes o grupos).

El sentirse parte de un grupo u otro determinará lo que se hace y cómo se interpreta lo que se hace (Llinares, 2008b; Penalva *et al.*, 2011). En palabras de Wenger (1998), la participación en una comunidad de práctica implica la formación de una identidad común y propia como miembros de dicha comunidad. Desde esta perspectiva, la descripción de la dimensión social en el proceso de construcción de conocimiento matemático o didáctico puede usar las características de una comunidad de práctica o de aprendizaje (Wenger, 1998; Llinares, 2008b) adaptadas a fin de describir la emergencia y sostenibilidad de una comunidad de aprendices en un contexto de formación de profesores de matemáticas (Bonilla *et al.*, 2015). Estas características, según Bonilla *et al.* (2015) son:

1. El proceso por el cual los estudiantes para profesor construyen dominios comunes de interés para hacer emerger significados compartidos sobre los diferentes elementos del concepto matemático o didáctico.

2. La manera en la que se implican en la realización de actividades, discusiones y el contexto interactivo para compartir información.
3. La manera en la que desarrollan un repertorio de recursos para la resolución de los problemas, por ejemplo, el uso de sistemas de símbolos para representar relaciones funcionales y la manera en la que el discurso elaborado puede ser entendido como un discurso matemático dirigido a los demás con intención de generar posibilidades de acción en sus compañeros.

Teniendo en cuenta lo anterior, el ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas para formación de profesores se puede caracterizar por la conformación de una comunidad de aprendizaje que involucra al profesor, a los estudiantes y al objeto matemático o didáctico que tiene como meta común compartida la resolución de un problema matemático y sus transformaciones, acompañado de momentos de metacognición colectiva y de procesos de socialización de la fase de resolución del problema.

El espacio de formación donde se realizó la investigación de esta tesis doctoral toma como base perspectivas socioculturales de aprendizaje, las cuales asumen, como ya se mencionó, que la cognición no es un asunto solamente individual, sino que está distribuida entre las personas (la comunidad de aprendices) y en los instrumentos (conceptuales y físicos) que son utilizados en tal comunidad. Por lo tanto, aprender a enseñar se entendió en este curso como un proceso en el que los estudiantes para profesor dotan de significado y usan instrumentos para realizar las actividades que definen la práctica del profesor, es decir, para resolver problemas profesionales (Llinares, 2008a).

Se espera que estos estudiantes para profesor, formados en un ambiente de aprendizaje con las características descritas, sean capaces de generar ambientes de aprendizaje similares con la comunidad formada por sus futuros estudiantes. También, se busca contribuir al desarrollo de su competencia para gestionar el proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas.

Gestionar el proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas, teniendo en cuenta las características de este ambiente y la definición de gestión presentadas en esta tesis, involucra múltiples actividades que, en su mayoría, surgen en el contexto del aula. Estas actividades están divididas en dos grandes grupos,

al igual que en Llinares (1998), como se mencionó con anterioridad algunas de las cuales se presentan a continuación:

1. Actividades de carácter general

- a. Verificar la asistencia de los estudiantes a la clase.
- b. Solicitar y buscar que los equipos y materiales de trabajo sean tratados con cuidado.
- c. Lograr que sus estudiantes estén dispuestos a aprender cuando comienzan las lecciones, que presten atención durante las clases y que participen como voluntarios para responder preguntas o hacer contribuciones.
- d. Lograr que los estudiantes traten de resolver los problemas por su cuenta, que entreguen las tareas completas y a tiempo.
- e. Establecer pautas que tengan en cuenta el hecho de escuchar con atención no solo al maestro, sino también a sus compañeros.
- f. Propiciar un ambiente en donde los estudiantes pidan aclaraciones a los demás, si no está seguros de lo que significan.
- g. Generar que sus estudiantes presenten sus propias ideas y expliquen sus razonamientos citando pruebas y argumentos relevantes.
- h. Lograr que los estudiantes se centren en las discusiones y traten de llegar a acuerdos en lugar de imponer sus ideas.
- i. Generar un ambiente en donde los estudiantes velen porque las ideas de todos se incluyan y que todo el mundo cumpla con el objetivo de la actividad cuando se trabaja en parejas o pequeños grupos.
- j. El profesor debe velar porque ocurra lo anterior y, en general, articular todo para que se dé la participación que desea tengan sus estudiantes.
- k. El maestro debe escuchar a los estudiantes para establecer cuándo debe intervenir para que sus estudiantes generen los comportamientos o procedimientos de participación que se requieren.

- I. Debe saber cuándo debe aplicar presión para generar cambios en el comportamiento en sus estudiantes, cuando así lo requiera la situación.

2. Actividades consideradas específicas del contenido matemático

- a. Identificar el conocimiento objetivo (que no siempre es explícito y no siempre es el expresado por el profesor) y la forma en que aparece en el problema a resolver.
- b. Identificar los datos que puedan ser utilizados por los estudiantes sin ninguna intervención de él en la resolución del problema.
- c. Identificar los conocimientos previos de los estudiantes.
- d. Caracterizar el discurso en el aula y el tipo de interacción que tienen los estudiantes con el contenido matemático.
- e. Incorporar dispositivos que potencien la comunicación y la interacción con el conocimiento.
- f. Establecer tipos de orientación y preguntas que permitan a los estudiantes determinar tipos de caminos de solución a las situaciones propuestas.
- g. Sus intervenciones deben tener en cuenta el desarrollo y los procesos que los estudiantes han llevado a cabo para dar respuesta a las tareas o problemas planteados.
- h. Observar el tipo de interacción que tienen los estudiantes con el contenido matemático y establecer cuál y cómo debe ser su participación.
- i. Prever las acciones que los estudiantes pueden llevar a cabo en este ambiente de aprendizaje y establecer cómo podrán interpretar la retroalimentación que él les pueda dar.

Prever, aunque pareciera una acción exclusiva de la fase de planificación, es de gran importancia en la fase de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, pues le permite al docente interactuar con los estudiantes de manera efectiva. Esta efectividad en realidad hace referencia a la habilidad que tiene el profesor de orientar a los estudiantes teniendo en cuenta, entre otras cosas, las anticipaciones que hicieron sobre lo que podrían pensar y lo que encontrarían

confuso. De esta manera, cuando el profesor da un ejemplo en clase, debería predecir lo que los estudiantes podrían encontrar interesante y motivador. Asimismo, cuando un profesor asigna una tarea, tiene que prever lo que los estudiantes son propensos a hacer con ella y si la encontrarán fácil o difícil.

En el desarrollo de la clase, los profesores deben ser capaces de escuchar e interpretar de manera emergente el pensamiento de los estudiantes, básicamente teniendo en cuenta las formas en que los alumnos utilizan el lenguaje. Cada una de estas tareas requiere, por parte del profesor, una interacción entre la comprensión matemática específica y la familiaridad con los estudiantes y su pensamiento matemático. En otras palabras, prever le permite al profesor interactuar con sus estudiantes teniendo en cuenta sus conocimientos y sus comprensiones con relación al concepto a desarrollar. Al respecto, Ball y Forzani (2009) establecen que el profesor tiene que decidir en el transcurso de la clase, ¿qué tono de voz a emplear?, ¿por dónde caminar alrededor en el aula?, ¿a quién va a llamar cuando lo requiera? y ¿qué frases utilizar para formular su pregunta?

Las preguntas y las frases utilizadas en las mismas deben, según estos autores, comprobar la comprensión de los estudiantes. Ya a principios del siglo XXI, Ball (2000) consideraba muy útil que el profesor estableciera qué podría hacer que un problema fuese complejo y cómo sus estudiantes podrían atascarse. De esta manera, el profesor podría prever qué hacer en caso de que esto ocurriera y así lograr enganchar nuevamente a los estudiantes con el problema o qué podrían encontrar interesante en el desarrollo del mismo. Este tipo de trabajo puede hacer que el profesor pueda aceptar, durante el desarrollo de la clase, nuevos caminos de solución que el estudiante proponga, así él no lo haya contemplado con anterioridad.

Al respecto, König y Kramer (2015) expresan que una característica fundamental de los profesores expertos es que reconstruyen y anticipan el contexto de enseñanza y participan en la reflexión de estrategias alternativas de resolución de los problemas. Por el contrario, según estos autores, los profesores principiantes o en formación, son propensos a experimentar dificultades en la reconstrucción del contexto de enseñanza. Esto se debe, entre otras cosas, a la estructura fragmentada del conocimiento sobre la matemática, didáctica, etc. que tienen los profesores novatos (König y Kramer, 2015). Por esta razón, es conveniente que los profesores sean formados en ambientes de aprendizaje que acudan a los problemas de la profesión del docente de

matemáticas que les permitan tomar experiencia en la gestión del conocimiento matemático en donde se vean obligados a prever.

Prever o anticipar las estrategias de un estudiante, incluso tener en cuenta las estrategias usuales de los mismos para orientarlos, es un componente importante de la competencia “mirar profesionalmente” propuesta por Jacobs, Lamb y Philipp (2010). La competencia docente “mirar profesionalmente” es aquella que permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas integrando tres destrezas. La primera consiste en identificar los aspectos relevantes de la situación de enseñanza; la segunda en usar su conocimiento para razonar sobre los aspectos relevantes identificados y, la tercera, en realizar conexiones entre aspectos específicos de las situaciones de enseñanza-aprendizaje y principios e ideas más generales sobre la enseñanza-aprendizaje para tomar decisiones de acción (Jacobs *et al.*, 2010).

La competencia docente “mirar profesionalmente”, según Llinares (2013a), como una componente de la práctica profesional del profesor de matemáticas, permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza-aprendizaje de una manera que lo diferencia de la manera de mirar de alguien que no es profesor de matemáticas. Mason (2002) indica que un aspecto fundamental de esta competencia docente es que el profesor de matemáticas sea consciente de cómo interpreta las situaciones de enseñanza-aprendizaje mirando de una manera estructurada lo que puede ser relevante. Una característica de esta perspectiva interpretativa es la relación con el conocimiento de matemáticas del profesor, es decir, la interdependencia de la comprensión matemática del profesor con la competencia “mirar profesionalmente” (Fernández, Llinares y Valls, 2013). Desde esta perspectiva, el análisis de la enseñanza de las matemáticas está relacionado con el aprendizaje del estudiante para profesor y el aprendizaje a lo largo de su vida (Llinares, 2015b).

Sobre la formación de los estudiantes para profesor y los profesores en ejercicio, Jacobs *et al.* (2010) establecieron indicadores de crecimiento que pueden ayudar a los formadores de profesores de matemáticas a identificar y celebrar los cambios con relación a la competencia “mirar profesionalmente”. En concreto, estos autores llaman la atención sobre los siguientes cambios:

- cambio de estrategia general para las descripciones de las clases que incluyen los detalles importantes matemáticamente;

- cambio de los comentarios generales sobre la enseñanza y el aprendizaje que abordan específicamente la comprensión de los niños;
- cambio sobre su manera de generalizar la comprensión de sus estudiantes teniendo en cuenta interpretaciones y detalles específicos de la situación;
- cambio cuando el docente deja de considerar a los estudiantes solo en grupo para considerarlos individualmente, tanto en términos de sus acuerdos como en los problemas sobre su comprensión;
- cambio de la manera de razonar del docente acerca de los próximos pasos a seguir; esto es, cambios en su razonamiento con relación a la consideración sobre la comprensión de los estudiantes y la previsión de las futuras estrategias que pueden proponer los mismos, y
- cambio porque no solo el docente proporciona sugerencias para próximos problemas de carácter general (por ejemplo, problemas de práctica), sino que también hace sugerencias con relación a problemas específicos (por ejemplo, la construcción del concepto de número).

Para Jacobs *et al.* (2010) se debe tener en cuenta que algunos de estos cambios pueden ser mínimos en un primer momento. Razón por la cual, para estos investigadores, los formadores de profesores tienen que ser pacientes y esperar inicialmente una limitada, en lugar de una robusta, evidencia de los cambios. De hecho, estos autores concluyen que esta competencia es compleja y que puede requerir años desarrollarla.

Jacobs *et al.* (2010) establecen que existe una relación anidada entre las tres habilidades o destrezas que conforman la competencia “mirar profesionalmente”. Por ejemplo, decidir cómo responder sobre la base de la comprensión de los estudiantes puede ocurrir solo si los profesores interpretan correctamente la manera como están entendiendo los alumnos. Estas interpretaciones se harán solo en el caso de que los maestros observen atentamente los detalles de las estrategias utilizadas por los estudiantes en la resolución de un problema o actividad. De acuerdo con lo anterior, se podría concluir que el desarrollo profesional debe centrarse exclusivamente en observar antes de interpretar e interpretar antes de decidir cómo responder (Jacobs *et al.*, 2010).

Una preocupación que hacen explícita Jacobs *et al.* (2010) es que en la formación de profesores de matemáticas se aborde cada una de estas habilidades

de forma independiente y secuencial, lo cual puede alejarse del trabajo diario de los profesores. En su lugar, consideran conveniente que los formadores de profesores se centren en las tres habilidades de manera integrada, estando al tanto de los componentes de las mismas y de sus indicadores de crecimiento.

Amador (2016) considera que al iniciar los cursos de formación de profesores es muy probable que estos educadores en formación carezcan de la competencia “mirar profesionalmente”. Sin embargo, esta autora establece que los futuros profesores pueden desarrollar alguna capacidad para “mirar profesionalmente” en tan solo un semestre de trabajo en cursos de formación. Este hecho lo habían planteado Star y Strickland (2008), quienes afirmaron que “los formadores de docentes probablemente deben considerar cuidadosamente las maneras por las cuales futuros profesores pueden mejorar sus habilidades de observación” (p. 124).

En los hallazgos de una investigación desarrollada por Amador y Carter (2016) se estableció la importancia de considerar el papel del formador en el desarrollo y/o restricción de la competencia “mirar profesionalmente” de los futuros profesores. Concluyeron que, en la comprensión de los estímulos, las indicaciones del facilitador dieron lugar a la explicitación de la habilidad de observar (darse cuenta) de los futuros profesores. Observaron, por ejemplo, que las preguntas que el formador hacía, relacionadas directamente con el pensamiento de sus futuros alumnos provocaban respuestas centradas en el razonamiento matemático de los estudiantes. Es decir, se alentaron conversaciones y reflexiones que se centraron en observar, interpretar y responder sobre la base del pensamiento de los estudiantes (Jacobs *et al.*, 2010).

Amador y Carter (2016) establecen que mientras que los formadores de profesores estén trabajando para alentar la competencia “mirar profesionalmente”, es fundamental que se estén dando cuenta de lo que sus estudiantes (los futuros profesores) están haciendo y diciendo para hacer cambios en el desarrollo del curso como consecuencia (Amador y Weiland, 2015). Amador y Carter (2016) consideran que los formadores de profesores de matemáticas deben ser conscientes de los cambios que hacen en sus espacios de formación y cómo los mismos influyen en las oportunidades para que los futuros maestros puedan expresar explícitamente aspectos asociados a la competencia “mirar profesionalmente” el pensamiento matemático de los estudiantes. En otras palabras, los formadores de docentes deben ser conscientes de su función y las contribuciones en el desarrollo de esta competencia.

Lo expuesto por Star y Strickland (2008), Amador y Weiland (2015), Amador y Carter (2016) y Amador (2016) permite concluir que en los espacios de formación de profesores de matemáticas se puede contribuir al desarrollo de algunos aspectos de la competencia “mirar profesionalmente”. En particular, por ejemplo, se podría lograr que los futuros maestros tomaran conciencia de la importancia de prever y observar a sus estudiantes que, como se ha mencionado anteriormente, es muy importante en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Capítulo 3

Diseño de la investigación

En esta investigación se desea dar respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Qué cambios se han producido, al finalizar un curso de formación de profesores, en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas?
- ¿Qué factores apoyan o limitan este cambio de concepciones de los estudiantes para profesor?

Asociados con estas preguntas de investigación, se establecieron dos objetivos fundamentales. El primero busca identificar y caracterizar cambios en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas. El segundo objetivo busca caracterizar y explicar factores del ambiente que pueden apoyar o limitar el cambio de estas concepciones. Con base en estas preguntas y los objetivos, se estableció un estudio de carácter cualitativo, de naturaleza descriptiva, exploratoria e interpretativa porque, entre otras razones, la investigación cualitativa proporciona nuevas intuiciones sobre los fenómenos que se están estudiando que no pueden ser obtenidas por otros medios (Teppo, 1997, 2015).

El método empleado en esta investigación será descrito en detalle en este capítulo, incluyendo algunas definiciones conceptuales que, aunque estén presentes en el marco conceptual, se explicitarán aún más para dar mayor claridad de los análisis. En principio, se describirán los participantes incluyendo características de su nivel de formación, el tipo de trabajo académico que han desarrollado en su programa de formación y la estructura curricular del programa en el que se formaron como futuros profesores. En segundo lugar, se describirá en detalle el ambiente de aprendizaje en el cual se formaron estos estudiantes. En esta descripción, se presentarán los objetivos de formación del curso, el número de sesiones por semana, la estructura del

curso, las tareas propuestas y otros aspectos que fueron considerados relevantes para comprender el contexto donde se efectuó este estudio.

En un tercer momento se describirán los instrumentos de recolección de las informaciones, los datos obtenidos y el análisis que se hizo de los mismos. En relación con los análisis, se presentarán detalladamente los diferentes niveles de análisis que se realizaron y también cómo se efectuó la triangulación de los datos. En este capítulo se considera necesario hacer aclaraciones sobre la triangulación de los datos, dada la importancia de la misma en las investigaciones de carácter cualitativo (Schoenfeld, 2002; Ah, Mok y Clarke, 2015) "title" : "Research Methods in (Mathematics. La triangulación se establece, primordialmente, de tres maneras: 1) diferentes fuentes de datos (Schoenfeld, 2002; Ah *et al.*, 2015) "title" : "Research Methods in (Mathematics; 2) múltiples líneas de evidencia o argumentos que apuntan a las mismas interpretaciones o conclusiones (Schoenfeld, 2002), y 3) "múltiples ojos" en los mismos datos (Schoenfeld, 2002; Ah *et al.*, 2015) "title" : "Research Methods in (Mathematics.

Participantes y contexto

Participantes

Los participantes en esta investigación fueron estudiantes de sexto semestre de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM), el cual es un programa de formación de profesores de matemáticas en Colombia. En esta licenciatura de diez semestres de duración, usualmente, en sexto semestre se ofrecen los siguientes espacios de formación: Matemática del movimiento I, Extensiones numéricas, Educación cultura y política, Práctica intermedia III y Didáctica de la variación. Es precisamente en el espacio Didáctica de la variación en donde se realizó esta investigación en el periodo académico 2012-I con un total de 36 estudiantes para profesor.

La edad de los participantes en esta investigación oscilaba entre los 19 y 23 años. Estos estudiantes para profesor, dada la estructura curricular de la licenciatura, en paralelo a los cursos de formación matemática tomaban cursos de formación didáctica. Por ejemplo, cuando tomaban el curso Problemas de la aritmética I en paralelo se formaban en el curso Didáctica de la aritmética I. Estos espacios de formación se distribuyen en cuatro núcleos.

Bajo esta estructura, los futuros profesores, para ese entonces, habían participado en los espacios de formación que se presentan en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Espacios de formación tomado por los estudiantes hasta el quinto semestre de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas.

Núcleo temático: contextos profesionales	Núcleo problemático: práctica docente	Núcleo problemático: pensamiento matemático avanzado		Núcleo problemático: matemáticas escolares
Realidades escolares	Investigación en el Aula I	Didáctica de la geometría	Problemas del continuo	Didáctica de la aritmética I
Ambientes y mediaciones I	Investigación en el Aula II		Seminario de problemas	Didáctica de la aritmética II
Ambientes y mediaciones II Educación Matemática	Investigación en el Aula III			Transición de la aritmética al álgebra
Ambientes y mediaciones III Educación, cultura y política	Práctica intermedia I			Didáctica del álgebra
Ambientes y mediaciones II	Práctica intermedia II			Problemas de la aritmética I
				Problemas de la aritmética II
				Problemas de la aritmética III
				Problemas del álgebra y la geometría

Fuente: Tabla elaborada por el autor

Además de participar en los espacios presentados en la Tabla 3.1, los estudiantes para profesor habían tomado, hasta ese momento, cursos de segunda lengua y cursos electivos. Todos los que participaron en la investigación estaban viendo, por primera vez, el curso de formación didáctica de la variación (en el cual se desarrolló la investigación). Simultáneamente, estos estudiantes tomaban el curso Matemática del movimiento I, cuyo objetivo primordial es trabajar el concepto de función y de límite. También, tomaban el curso extensiones numéricas que tenía como propósito fundamental hacer uso de elementos formales de argumentación en matemáticas para la caracterización y la comprensión de situaciones geométricas desde el álgebra abstracta.

Antes del desarrollo de la investigación, estos estudiantes nunca habían trabajado la variación en matemáticas vinculada al concepto de derivada, integral o programación lineal. En el periodo académico en el que se desarrolla la investigación, los estudiantes para profesor están realizando su tercera práctica docente asumiendo cursos de noveno grado de la educación secundaria en colegios de carácter oficial en Bogotá.

Contexto

Como se mencionó, la intervención se desarrolló en el programa de formación de maestros LEBEM, ofrecido por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. En particular, como se indicó, la investigación se llevó a cabo en el espacio de formación denominado didáctica de la variación. Este espacio de formación tenía dentro de sus propósitos fundamentales construir el concepto de variación, asociado a contextos continuos y discretos. Además, se buscaba que los estudiantes para profesor identificaran, comprendieran y analizaran las variables didácticas de un problema matemático de variación. De igual manera, se esperaba que los estudiantes en este espacio de formación construyeran conocimiento sobre la resolución de problemas de variación como contextos para el aprendizaje de los procesos de cambio y variación, a partir de situaciones problema.

Otro de los propósitos establecidos para el curso de didáctica de la variación era que los estudiantes fuesen capaces de caracterizar los problemas o situaciones problema para que se convirtieran en medios apropiados de aprendizaje de la actividad matemática y, finalmente, que pudiesen analizar la función de los problemas y de la gestión que el profesor realiza de las interacciones de aula al abordar la resolución de estos.

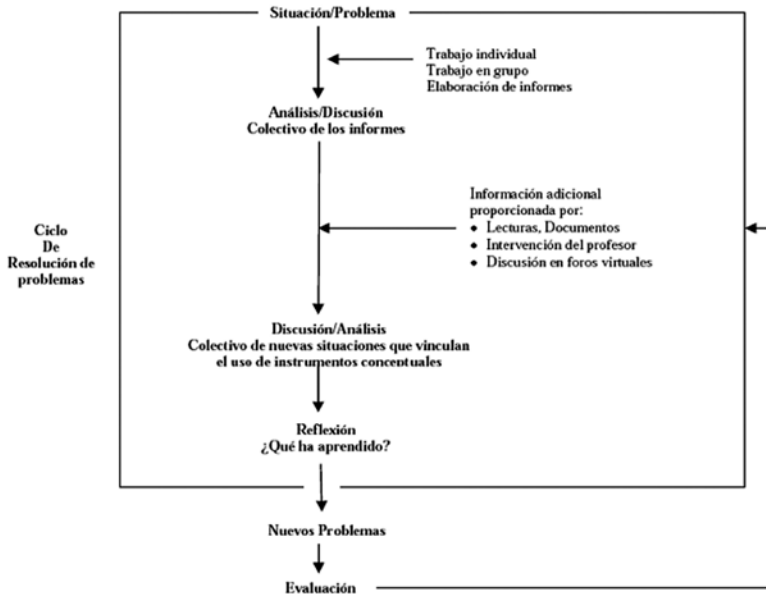
El espacio de formación didáctica de la variación se diseñó teniendo en cuenta perspectivas socioculturales de aprendizaje en donde se asume que la cognición no es un asunto solamente individual, sino que está distribuida entre las personas (la comunidad de práctica) (Bonilla *et al.*, 2015; Wenger, 2000) y en los instrumentos (conceptuales y físicos) que son utilizados en tal comunidad (Bonilla *et al.*, 2015; Llinares, 2008a). Por lo tanto, aprender a enseñar se entendió en este curso como un proceso en el que los estudiantes para profesor dotan de significado y usan instrumentos para realizar las actividades que definen la práctica del profesor, es decir, para resolver problemas profesionales (Llinares, 2008).

Teniendo en cuenta la perspectiva de aprendizaje anterior, se asumió que el conocimiento es inseparable de los contextos y las actividades en las que se desarrolla. En palabras de Bohórquez *et al.* (en prensa), la situación en la que alguien aprende es parte fundamental del cómo aprende. Por esta razón, este espacio de formación de profesores se diseñó de tal forma que las actividades incorporaran la idea de que se aprende a partir de la participación y negociación de significados, involucrándose en procesos de reflexión y razonamiento sobre la práctica de enseñar.

De acuerdo con lo anterior, este espacio de formación asumió la participación de los estudiantes en ciclos de resolución de problemas de variación, los cuales toman como base las nociones de “ciclos de reproducción” e “itinerarios de formación” (García, 2000, 2005). En otras palabras, los ciclos de resolución de problemas de variación son una forma de llevar a la práctica las implicaciones derivadas de considerar el aprender a enseñar como una “práctica social” y, por tanto, como el “desarrollo de las formas de participar en una comunidad” (Llinares, 2002). En la Figura 3.1 se ilustra la forma de poner en práctica la formación de profesores de matemáticas con la idea de ciclo de resolución de problemas.

En este ciclo se abordaron paralela y secuencialmente el aprendizaje y el uso de instrumentos conceptuales -matemáticos y didácticos- que permitieron a los estudiantes para profesor resolver problemas asociados a la variación. Además, este tipo de trabajo también buscaba que los estudiantes reflexionaran sobre los significados de la idea de variación, las características que definen que un problema sea considerado de variación y la resolución de problemas como ambiente de aprendizaje.

Figura 3.1. Ciclo de resolución de problemas. Adaptación de los “itinerarios de reproducción” propuestos por García (2000, 2005).



Fuente: Adaptada por Bohórquez, Bonilla y Romero (2009) de García (2005, p. 162).

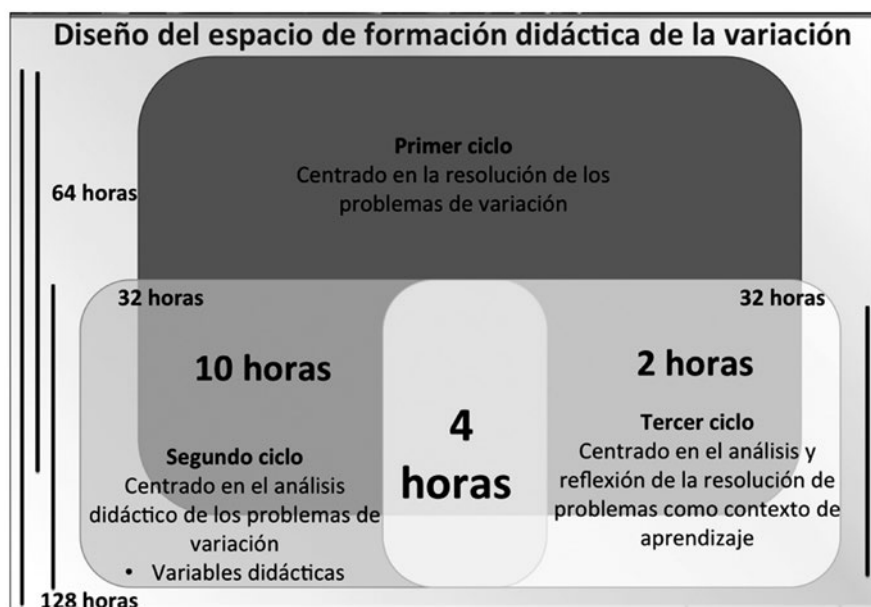
En la Figura 3.1 se observa el comportamiento de un ciclo de resolución; por ejemplo, en el espacio de formación didáctica de la variación el primer ciclo se centró en la resolución de los problemas de variación. En este primer ciclo, se esperaba que los estudiantes para profesor se convirtieran en resolutores de problemas y que, activando sus procesos de reflexión colectiva (metacognición), pudiesen construir de manera individual y colaborativa una idea compleja de variación, usando para ello la derivada o la integral, en el caso continuo y la programación lineal en el caso discreto, en un contexto de optimización (Bohórquez *et al.*, en prensa).

El segundo ciclo de didáctica de la variación estaba centrado en el análisis didáctico de los problemas de variación. En este ciclo, se esperaba que los estudiantes para profesor comprendieran que el problema resuelto es un representante de una clase de problemas. Además, se esperaba que establecieran que la construcción de diversas heurísticas generaba procesos de aprendizaje, enmarcados en la actividad matemática. Todo esto acudiendo a la identificación de variables didácticas establecidas en Brousseau (1983) (Bohórquez *et al.*, en prensa).

El tercer ciclo estaba centrado en el análisis y reflexión de la resolución de problemas como contexto de aprendizaje. En este ciclo, se esperaba que los estudiantes, al resolver los problemas y relacionarlos con el contexto de aprendizaje, explicitaran cómo fue posible que la resolución de problemas se constituyera en un ambiente de aprendizaje. También se esperaba que, producto de la reflexión sobre su proceso de resolución, los estudiantes generaran un diseño de clase que tomara como base los nuevos problemas obtenidos en la modificación de variables didácticas y establecieran la planificación de cada una de las situaciones o actividades propuestas para el desarrollo de un concepto asociado a la variación.

Vale la pena aclarar que, a pesar de estar trabajándose en un ciclo en particular en el curso, los estudiantes podían hacer labores de otro ciclo. Por ejemplo, podían estar estableciendo variables didácticas para un problema en particular y darse cuenta de que el proceso de solución establecido al problema no era el correcto (Figura 3.2).

Figura 3.2. Diseño general del espacio de formación didáctica de la variación.



Fuente: Tomada del diseño del curso didáctica de la variación.

Con la participación en los tres ciclos, se esperaba que los estudiantes para profesor aprendieran el significado de la variación, del problema de variación, así como aspectos de la resolución de problemas como ambiente en los que se promueve el aprendizaje matemático y didáctico.

Los ciclos de resolución de problemas tuvieron la siguiente estructura: el profesor presentó a los estudiantes la situación problema a realizar (tres problemas de variación en el primer ciclo, problemas asociados a la identificación de variables didácticas en el segundo ciclo y problemas vinculados al diseño de ambientes de aprendizaje en el tercer ciclo). Una vez los estudiantes recibieron los problemas o situaciones, hicieron una primera aproximación, individual, a la resolución de estas. Posteriormente, organizados en grupos de máximo 4 estudiantes, compartían sus aproximaciones y emprendían la solución conjunta a los problemas propuestos y decidían el uso de recursos, como los libros de texto, software, entre otros, para generar dicha solución.

Pasado un tiempo de trabajo, y cuando el profesor observaba que había un conjunto de soluciones posibles, solicitaba a los estudiantes de cada grupo preparar una exposición para presentar al gran grupo. Los estudiantes que no exponían, podían intervenir y preguntar sobre aspectos que consideraran importantes y que tuviesen como objetivo comprender lo expuesto por los demás. Estos espacios de socialización se denominaron en el desarrollo del curso “sesiones plenarias”.

La intervención del profesor en cada pequeño grupo se daba, en esencia, por solicitud de los integrantes. Muchas de las interacciones del profesor con los miembros de los grupos buscaban ayudarles a fijar, establecer y comprender distintos puntos de vista propuestos por los miembros del mismo grupo o de otros grupos. Esto se hacía con la intención de favorecer e instrumentar la constitución de comunidades de aprendizaje.

En la mayoría de los casos, el profesor del espacio de formación acudió a generar preguntas, teniendo en cuenta lo expuesto por los estudiantes para estimular la participación general. De esta forma, se esperaba que los estudiantes utilizaran, descubrieran, discutieran y transformaran sus procesos de solución (Bohórquez et al., en prensa). En las sesiones plenarias, el profesor intervino con la intención de generar espacios de institucionalización colectiva, aprovechando su posibilidad de conocer el trabajo al interior de los distintos pequeños grupos colaborativos de la clase.

Sobre los problemas propuestos

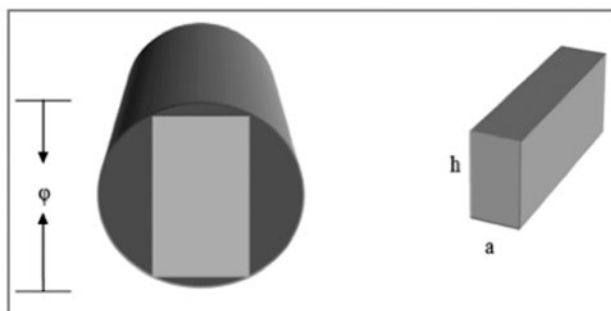
Los problemas propuestos inicialmente se diseñaron con el objetivo de que permitieran construir una idea general de variación como cuantificación de la medida del cambio que puede ser expresada por distintos modelos matemáticos. Por ejemplo, considerar la derivada como una medida de la velocidad de cambio en un contexto continuo y la programación lineal como un contexto para modelar la covariación con magnitudes discretas. Estos problemas buscaban que los estudiantes para profesor generaran una idea de variación que involucrara el reconocimiento de las variables, parámetros, cuantificadores, relaciones funcionales y relaciones de covariación, en donde la optimización tuviese un papel fundamental.

Problema 1: Vigas paralelepípedas

Se tiene que la resistencia de una viga paralelepípeda es proporcional a su ancho por el cubo de su altura. Además, se sabe que, para hallar la máxima resistencia de esta viga, cortada a partir de un tronco de diámetro cualquiera, basta con efectuar pequeñas variaciones a una de sus magnitudes. Teniendo en cuenta esta información, establezca:

- ¿Cómo deben ser las pequeñas variaciones que permitan encontrar la resistencia máxima?
- ¿Cuál es el ancho de la viga paralelepípeda más resistente que se puede cortar de un tronco de 160 cm de diámetro? Utilice el procedimiento establecido en la pregunta a.

Figura 3.3. Dibujo que representa las condiciones dadas en el problema 1.



Fuente: Tomada del diseño del curso didáctica de la variación.

En este problema era posible modelar la situación, entendiendo la covariación como la razón de cambio entre la resistencia y una de las dimensiones de la sección rectangular. Expresando la relación de las tres variables a , h y r en términos del parámetro (diámetro del tronco), teniendo en cuenta la relación pitagórica y las restricciones dadas en el problema (Bonilla *et al.*, 2015).

Problema 2: Almacenamiento de aceites

En una bodega se guarda aceite de girasol y de oliva. Para atender a los clientes, se almacena un mínimo de 20 barriles de aceite de girasol y 40 de aceite de oliva y, además, el número de barriles de aceite de oliva no debe ser inferior a la mitad del número de barriles de aceite de girasol. La capacidad total de la bodega es de 150 barriles. Se sabe que el gasto de almacenaje es el mismo para los dos tipos de aceite (1 unidad monetaria). Un estudiante de un curso de administración se preguntó, aunque para algunos pareciera absurdo, ¿cuántos barriles de cada tipo habría que almacenar para que el gasto sea máximo? Por favor ayúdale a resolver su inquietud.

Como se mencionó, este problema permite desarrollar la idea de variación como la cuantificación de la medida de cambio. Sin embargo, esta cuantificación se expresa en términos de una función objetivo (modelo lineal) que relaciona el costo con la cantidad de barriles de girasol y aceite. Para su solución, es necesario establecer que las variables (número de barriles de aceite de girasol y número barriles de aceite de oliva) cumplen con una relación lineal, cuya restricción corresponde al costo de almacenamiento: esta relación muestra la covariación del aporte de cada una de las dos variables al costo.

Recolección de información

Teniendo en cuenta lo expuesto por Schoenfeld (2002) y Ah *et al.* (2015) "title" : "Research Methods in (Mathematics sobre la importancia de disponer de diferentes fuentes de datos (triangulación) para hacer más confiables los resultados que se obtengan en esta investigación se utilizaron cinco medios de recolección de información. Dos medios para dar respuesta a la primera pregunta: ¿qué cambios se han producido en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas? Los tres restantes medios de recolección de información se utilizaron para dar respuesta

a la segunda pregunta de investigación: ¿qué factores apoyan o limitan el cambio de concepciones de los estudiantes para profesor?

Como se mencionó, para responder la primera pregunta de investigación se utilizaron dos medios de recolección de información. El primero consistió en la aplicación, en dos oportunidades, de un instrumento denominado *carta invitación a declarar sobre las concepciones de la gestión en el aula* (CDCGA). Este instrumento se basa en el diseñado por D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004), y se aplicó en dos momentos de la intervención.

La primera aplicación se hizo en la sesión número uno de clase y la segunda aplicación se hizo en la última sesión de clase del curso. Además, en la segunda aplicación se solicitó a los participantes que declararan sobre los cambios que ellos consideraron se dieron en sus concepciones de la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. Esto se hizo tomando como base lo hecho por D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004) en su investigación, y lo trabajado por Pehkonen (2006).

El instrumento, aplicado en la primera sesión del curso, es la siguiente:

Apreciado estudiante

Cordialmente me dirijo a ti para solicitarte que en respuesta a esta comunicación describas cuál consideras debe ser tu gestión como futuro profesor en un ambiente de aprendizaje que se fundamente en la resolución de problemas. Para mí es importante que me respondas con la mayor honestidad, de la manera más sincera y explícita posible. En tu respuesta puedes hacer alusión a las acciones que efectuarías en la clase, a cómo organizar el grupo de estudiantes, a las orientaciones que harías a los mismos o cualquier otro aspecto que asumas hace parte de la descripción de la gestión, siempre teniendo en cuenta que estamos en un ambiente de aprendizaje específico que se fundamenta en la resolución de problemas.

Muchas gracias por tu atención,

Atentamente

Ángel Bohórquez Arenas

El segundo medio utilizado en esta investigación para recolectar información fue la entrevista semiestructurada. Este tipo de entrevista se efectuó en dos momentos primordialmente. El primer momento ocurrió tres sesiones

después de la aplicación del instrumento CDCGA. Esta entrevista se realizó a 18 estudiantes, con la idea primordial de ampliar o aclarar las respuestas que dieron al instrumento. De esta manera, las entrevistas tenían en todos los casos preguntas explícitas sobre sus escritos. El segundo momento fue luego de la segunda aplicación del instrumento CDCGA. Esta entrevista se hizo a 22 estudiantes, cuyas preguntas buscaban ampliar y profundizar sobre las respuestas dadas.

El tercer medio de recolección de información utilizado para obtener datos que permitieran responder a la segunda pregunta fueron las grabaciones en video. Estas videograbaciones se dividieron en dos grupos. El primer grupo lo conforman las grabaciones en video de cada una de las sesiones de clase al gran grupo (incluido el profesor). Estas grabaciones fueron transcritas en su totalidad. En las transcripciones se agregaron notas que permitieran establecer el flujo de la clase y, en particular, se resaltaban las intervenciones del profesor o de los estudiantes cuando se dirigían al gran grupo.

El segundo grupo de grabaciones en video lo conforman las videograbaciones de las interacciones al interior de dos pequeños grupos de estudiantes (incluyendo momentos de interacción con el profesor). Estos dos grupos se escogieron teniendo en cuenta las respuestas que cada uno de los integrantes dio al instrumento CDCGA. En particular, los grupos G1 y G2 fueron elegidos por las grandes diferencias que tenían las respuestas dadas por cada uno de los estudiantes con respecto a los otros miembros.

Este segundo grupo de videograbaciones fueron transcritas en su totalidad y también se incluyeron notas escritas que permitieran dar cuenta de las interacciones de los estudiantes a lo largo del curso y de sus acciones en dicha interacción. Por ejemplo, el uso por parte de los estudiantes de un escrito, dibujo o gráfica en su cuaderno o la utilización de un texto, informe o cualquier otro material. Esto se hizo con el objetivo de que se pudiese reconstruir una escena de trabajo acudiendo a todo lo utilizado por el estudiante en su intervención.

El cuarto medio de recolección del cual se obtuvieron datos para responder la segunda pregunta de investigación fueron los trabajos elaborados por los estudiantes, la solución a los talleres propuestos, los informes que todos los estudiantes presentaron a lo largo del curso y la copia de las presentaciones que diseñaron para exponerle al gran grupo. Finalmente, también se obtuvieron datos de un quinto medio de recolección de información, a saber: los

cuadernos de los estudiantes de los dos pequeños grupos colaborativos (G1 y G2). En estos cuadernos, los estudiantes consignaban los acuerdos a los que llegaban con sus compañeros y los procesos de solución tanto individual como en conjunto que generaban a cada uno de los problemas. Asimismo, registraban las consultas o las dudas frente al tema trabajado.

Análisis de los datos

Para dar respuesta a la primera pregunta y cumplir con el primer objetivo establecido en esta investigación se tomaron las respuestas de los estudiantes para profesor al instrumento CDCGA y las transcripciones de las entrevistas semiestructuradas. Se analizaron aquellas respuestas que daban cuenta de las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes fundamentados en la resolución de problemas.

Para analizar, en las respuestas de los estudiantes para profesor, las concepciones relativas a la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje se establecieron tres grandes concepciones. La primera incluye las concepciones que deducen al revisar las caracterizaciones que sobre la gestión del aula presentan Brophy (1999), Davis y Thomas (1992), Doyle (1986), Duke (1979) y Emmer (1987). Esto es, aquellas en donde la gestión se asocia solamente a las normas y expectativas de la clase, a la organización del aula, a las actividades en el aula asociadas a la disciplina y a la gestión que permita responder al mal comportamiento o a las desviaciones. Es decir, aquellas concepciones donde la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje se relacionan exclusivamente con las tareas del profesor de carácter general (Llinares, 1999), las cuales se describieron en el marco conceptual de esta investigación.

La segunda es aquella donde las concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje se establecen de lo expuesto por Perrin-Glorian (1994, 1999), Saraiva (1995), Llinares (1999, 2008a), Hersant y Perrin-Glorian (2005), Brophy (2006), Bohórquez (2015) y Bohórquez *et al.* (en prensa), esto es, aquellas que están vinculadas con la gestión del contenido matemático (Llinares, 2000). Estas concepciones se relacionan exclusivamente con la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto (Saraiva, 1995; Perrin-Glorian, 1999; Llinares, 2000). Por ejemplo, concebir que la gestión

del profesor consiste únicamente en que identifique los datos que puedan ser utilizados por los estudiantes sin ninguna intervención de él en la resolución del problema.

Finalmente, la tercera concepción es la presentada en el marco conceptual de esta investigación. Es decir, aquella donde la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas involucra múltiples actividades que, en su mayoría, surgen en el contexto del aula. Estas actividades se dividen en las de carácter general y las específicas del contenido matemático.

Conviene aclarar que algunas de las actividades consideradas específicas del contenido matemático guardan relación con acciones y comportamientos de la competencia “mirar profesionalmente”. De esta manera, cuando los estudiantes para profesor acudieron a acciones consideradas fundamentales en esta competencia o hicieron reflexiones sobre las mismas al referirse a la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje e involucran, además, tareas de carácter general se considera que están concibiendo a la gestión como se describió en el párrafo anterior.

A partir de los análisis, se obtuvo una concepción adicional en donde los estudiantes para profesor consideran que la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje involucra una o dos actividades de carácter general, y otra actividad asociada a la gestión del contenido matemático. En este caso, los estudiantes para profesor no llegan a considerar la gestión como se establece en la tercera concepción descrita anteriormente.

Para hacer más efectivo el análisis de los datos que permitieran establecer qué cambios se han producido en las concepciones de los estudiantes para profesor, sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas, se construyeron dos viñetas (Gavilán, 2010; Gavilán *et al.*, 2007b) y se contrastaron sus resultados. La idea de viñeta se basa primordialmente en la de “video portfolio” (portafolio de videos) propuesta por Maher y Martino (1996a, 1996b) Este portafolio es entendido como una colección de diferentes tipos de datos centrados en un episodio o una serie de episodios de interés. Un episodio es un periodo de tiempo con un suceso que debe explicarse desde el enfoque de las preguntas de investigación planteadas.

Para Maher y Martino (1996a) un portafolio de videos contiene a) cintas de video de los episodios (fragmentos de video); b) los episodios documentados

de cintas de video que surgieron a partir del análisis; c) el trabajo escrito asociado a los estudiantes, y d) todo aquello que documente la actividad matemática que los investigadores consideran como una huella del desarrollo de las ideas matemáticas.

Desde la perspectiva anterior, la “viñeta” para Gavilán *et al.* (2007b) y Gavilán (2010) es un informe que señala el momento cronológico en el que sucede la acción. Se compone, en esencia, de los datos utilizados (por lo general de diferentes fuentes) y de la inferencia realizada por los investigadores sobre la modelación del mecanismo identificado en la práctica y apoyado en la revisión de la literatura sobre investigaciones. En síntesis, según estos autores, una viñeta da cuenta en la investigación de los datos y de su análisis de manera conjunta, “es una forma de contar el análisis a partir de los datos empíricos” (Gavilán *et al.*, 2007b, p. 13).

Teniendo en cuenta lo anterior, cada viñeta presentada en esta investigación se elaboró con información reunida de diferentes fuentes. En cada viñeta se presentó el contexto en el que sucede lo descrito; la actividad, la tarea o el trabajo que los estudiantes realizaron; la descripción de lo que los estudiantes hicieron; las preguntas efectuadas en la entrevista y las respuestas dadas por los estudiantes. Por ejemplo, para la construcción de la viñeta 1, *Concepciones iniciales sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas de estudiantes para profesor*, los datos proceden de las respuestas al instrumento CDCGA aplicado en la primera sesión presencial, y de las entrevistas semiestructuradas realizadas posteriormente a los estudiantes para profesor.

La viñeta 2, *Concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas de estudiantes para profesor al finalizar el trabajo en el espacio de formación*, se construyó con los datos obtenidos de las respuestas de los estudiantes para profesor al instrumento CDCGA aplicado en la última sesión de clase presencial de las entrevistas semiestructuradas realizadas posteriormente. Por último, los resultados obtenidos, tanto en la viñeta 1 como en la viñeta 2, son contrastados para determinar los cambios en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Vale la pena aclarar que, en todos los casos, las respuestas de los estudiantes fueron revisadas por dos investigadores. En otros términos, revisados por “múltiples ojos” (Schoenfeld, 2002; Ah *et al.*, 2015) para triangular los análisis de los datos. Asimismo, se revisó detenidamente que los argumentos de

los estudiantes no dieran posibilidad a múltiples interpretaciones. Por esta razón, en la mayoría de los casos se contrastaron con los argumentos expuestos por estos estudiantes en las entrevistas (múltiples argumentos que apuntan a las mismas interpretaciones o conclusiones (Schoenfeld, 2002)).

Para dar respuesta a la segunda pregunta de investigación, se tuvieron en cuenta los datos obtenidos de las videograbaciones de cada una de las sesiones de clase al gran grupo y de las interacciones de los estudiantes al interior de los dos pequeños grupos. Estos datos se analizaron en conjunto con los obtenidos de las transcripciones de los videos (incluidas las notas) y los datos procedentes de los trabajos, talleres, presentaciones, informes y cuadernos elaborados por los estudiantes. Nuevamente se acudió a las múltiples fuentes de información (Schoenfeld, 2002; Ah *et al.*, 2015)⁸ : “Research Methods in (Mathematics).

El volumen de datos, tanto de las transcripciones de los videos de las sesiones de clase al gran grupo como de las interacciones de los estudiantes en los grupos G1 y G2, fue elevado (más de 128 horas de grabación transcritas). Por esta razón, se consideró conveniente reducirlo bajo los siguientes criterios:

Identificar momentos explícitos donde los estudiantes se manifestarán sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Identificar los momentos en donde se evidenciaron cambios de comportamientos de los estudiantes en las formas actuar e interactuar.⁸

Identificar manifestaciones de la toma de consciencia sobre aspectos relevantes de la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

Estos tres criterios se aplicaron teniendo en cuenta las tres grandes concepciones explicadas en este documento con anterioridad. En otras palabras, se requirió de un primer nivel de análisis para “reducir” el volumen de datos (Powell, Francisco y Maher, 2003).

Este primer análisis se dividió en tres fases. En la primera fase se analizaron las 128 horas de video, identificando los momentos explícitos donde los estudiantes se manifestaron sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje (primer criterio de reducción). Esto permitió tener una visión general de las formas de interactuar de los estudiantes cuando se estaban refiriendo

8 Una vez identificados esos momentos, se rastrearón los datos para establecer el origen de los cambios

a la gestión. Esta fase de análisis redujo el volumen de datos a 17 segmentos de dos horas, en promedio, en donde todos hablaban explícitamente sobre la gestión. Sin embargo, en muchos casos, estas manifestaciones surgían como respuesta a dos preguntas sobre sus concepciones de la gestión propuestas a lo largo del curso. Por esta razón, se consideró conveniente establecer una segunda fase de análisis utilizando otro criterio.

En esta segunda fase se analizaron 96 horas de grabación, identificando momentos donde se reflejaran cambios de comportamiento de los estudiantes en las formas actuar e interactuar (segundo criterio de reducción). A partir de esta fase de análisis, se obtuvieron cuatro segmentos, en los cuales se evidenciaban dichos cambios. Al establecer el origen de estos cambios, se observó que (en algunos casos) obedecían a decisiones tomadas por el grupo con base en el diálogo o discusión de aspectos vinculados con la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Una situación que ilustra lo anterior es la siguiente: a partir de un cierto momento, los integrantes del grupo G1 ya no se hacían preguntas, como usualmente ocurría, sino que uno de ellos preguntaba a los otros sobre el proceso de resolución y estos, en conjunto, explicaban dicho proceso. El rol de quien hacía las preguntas se rotaba en un determinado número de sesiones. Cuando se rastreó el origen del cambio de comportamiento de los estudiantes, se encontró el siguiente diálogo entre los integrantes del grupo:

E33: Yo recuerdo que el profe nos hizo unas preguntas cuando miramos el camino de solución del problema de la bodega [problema 2] y responder esas preguntas nos permitió ver errores en la solución, e incluso en el camino que tomamos. Hagamos algo similar.

E32: Me parece chévere la idea, si quieren yo hago las preguntas.

E17, E30, E33: Listo profe jejeje [todos ríen].

En el diálogo anterior se observa que E33 está haciendo referencia a la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje que lleva a cabo el profesor del espacio de formación. Basado en esta gestión, propone una forma de trabajar al interior del grupo, la cual generó cambios de comportamiento en las actuaciones e interacciones de los miembros del grupo.

En la tercera fase de este primer análisis se revisaron 74 horas de video-grabación para identificar manifestaciones de la toma de conciencia sobre aspectos relevantes de la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje (tercer

criterio de reducción). Esta fase de análisis permitió la obtención de dos segmentos (uno de cuatro horas y el otro de tres). En estos segmentos, los estudiantes manifestaban sus reflexiones sobre sus experiencias de trabajo en clase y la relación que encontraban con la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. Un ejemplo de este tipo de dato es el siguiente:

En la sesión número 48 del curso, los estudiantes debían revisar los problemas de variación diseñados por ellos y establecer las acciones que consideraban convenientes a la hora de implementar estos problemas. Uno de los integrantes del grupo G1 manifiesta sus reflexiones acerca del trabajo propuesto por el grupo y su relación con la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

E33: Yo quiero decir algo con eso de la gestión que se debe hacer con los problemas que pensamos.

E17, E30 y E32: ¿Qué?

E33: Es que desde hace rato que decidimos que uno de nosotros haría preguntas para que los demás miráramos cómo estaban los procesos de solución a los problemas. Además, con los trabajos que nos ponen en el curso sobre los problemas, la planeación, la gestión y todo eso... Yo siento que a uno le toca muy duro.

E17, E30 y E32: Jajajaja.

E33: Es cierto, sin mentirles las veces que me tocó a mí [preguntar a los demás], me tocó estudiar mucho para poder imaginarme qué preguntar, pero no solo estudiar las soluciones o pensarlas. También tuve que pensar en qué decirles para que se pillaran [reconocieran o se dieran cuenta de algo] las cosas.

En el diálogo anterior se identifican datos que dan cuenta de la toma de conciencia por parte del estudiante sobre la acción de prever, que es un aspecto relevante en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

El primer análisis de los datos descrito anteriormente y cada una de sus fases también permitió establecer los factores mencionados por los estudiantes que afectaron el cambio de sus concepciones. Una vez identificados los segmentos donde se encontraron datos útiles para responder la segunda pregunta de investigación, el volumen de datos se redujo considerablemente. Esta reducción permitió hacer mucho más manejable la información a la hora de

pasar al segundo nivel de análisis porque ya se disponía de los segmentos en donde se hablaba explícitamente de la gestión, de aquellos en donde había cambios de comportamiento en las actuaciones e interacciones (incluidos los orígenes de dichos cambios y su relación con la concepción de gestión) y, finalmente, aquellos segmentos en donde se evidenciaba la manifestaciones de toma de conciencia sobre aspectos relevantes asociados a la gestión.

Tomando como base los segmentos descritos, las transcripciones de los videos (incluyendo notas) y los datos procedentes de los trabajos, talleres, presentaciones, informes y cuadernos elaborados por los estudiantes, se pasó a un segundo nivel de análisis. En este segundo nivel se observaron los videos, las transcripciones en conjunto con cuadernos de los estudiantes o la información que se requiera, según el segmento, de los trabajos, talleres, presentaciones e informes. A partir de estas observaciones se hicieron inferencias (Powell *et al.*, 2003), las cuales dependieron de los modelos teóricos adoptados en la investigación⁹, y las cuatro grandes concepciones de gestión del proceso de enseñanza-aprendizajes presentadas en este capítulo.

El objetivo de este segundo análisis era, fundamentalmente, establecer las concepciones de los estudiantes para profesor, los cambios que se daban en las mismas y los factores que facilitaban o limitaban dichos cambios. En este nivel de análisis se observaron las manifestaciones de los estudiantes que evidenciaran la concepción sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. Asimismo, se miraba si estas concepciones cambiaban a lo largo del curso y si se encontraban manifestaciones que permitieran identificar los factores que favorecieran o limitaran estos cambios.

En este segundo análisis se identificaron segmentos que permitían evidenciar con mayor claridad datos para dar respuesta a la segunda pregunta de investigación. Este hecho hizo que el volumen de datos se redujera aún más, pues los segmentos identificados estaban vinculados, primordialmente, al trabajo desarrollado por los integrantes del grupo G1. Una vez identificados los segmentos, se construyó una lista organizada en forma cronológica de los mismos, y con los datos obtenidos de las transcripciones de los videos, los trabajos, los talleres, las presentaciones, los informes y cuadernos de los estudiantes se construyó la viñeta 3 que se considera un tercer análisis.

9 Descritos en detalle en el marco conceptual.

Los datos de la viñeta 3, *Sobre los factores que apoyan o limitan cambios en las concepciones de un grupo de estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas*, proceden de las sesiones 4, 5, 14, 30 y 48. En estas sesiones, los integrantes del grupo G1 discutieron e interactuaron alrededor de varias tareas propuestas por el profesor. Algunas de estas tareas fueron: a) establecer el proceso de resolución de dos problemas propuestos (inicialmente); b) modificar variables didácticas en uno de esos problemas; c) elaborar una secuencia de actividades tomando como base los problemas iniciales, y d) dar respuesta, en diferentes momentos, a dos preguntas formuladas desde la primera sesión de clase.

Capítulo 4

Desarrollo de la investigación

En este capítulo se presentan los análisis de los datos que, como se mencionó en el capítulo 3, acudirán a la construcción de dos viñetas (1 y 2). Los resultados de estas viñetas serán contrastados para determinar los cambios en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. También se presentará la tercera viñeta para identificar los factores que apoyan o limitan cambios en las concepciones sobre la gestión de dicho proceso.

Las viñetas presentadas en esta investigación se elaboraron con información reunida de diferentes fuentes. En cada viñeta se presentó el contexto en el que sucede lo descrito; la actividad, la tarea o el trabajo que los estudiantes realizaron; la descripción de lo que los estudiantes hicieron; las preguntas efectuadas en la entrevista y las respuestas dadas por los estudiantes.

Viñeta 1: Concepciones iniciales sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas de estudiantes para profesor

Los datos para la elaboración de esta viñeta proceden de la primera sesión presencial en donde 26 estudiantes respondieron al instrumento “invitación a declarar sobre las concepciones de la gestión en el aula” y de entrevistas semiestructuradas, realizadas posteriormente a los estudiantes para profesor, teniendo en cuenta las respuestas que presentaron al instrumento inicial.

En las respuestas de los 26 estudiantes para profesor (ver anexos), se observó que ocho de ellos centraban su gestión como profesores, casi exclusivamente, en la organización de grupos de trabajo. Doce de los estudiantes, además de la importancia de la conformación de grupos de trabajo, consideraron vital en su gestión como profesores asumir el rol de guía, acompañante u orientador. Sin embargo, se encuentran diferencias muy marcadas en el significado que atribuyen a este rol y al significado de estos términos.

Finalmente, las respuestas de los seis estudiantes restantes se pueden dividir en cuatro pequeños grupos. Dos estudiantes responden que su gestión no se fundamentaría en un ambiente de resolución de problemas; dos estudiantes hablan de su experiencia personal con la resolución de problemas y no hablan de gestión; un estudiante centra su atención sobre las características del problema y, por último, un estudiante que habla de las normas de comportamiento que debe exigirse en clase.

En las respuestas de los ocho estudiantes que consideran que la gestión del profesor se centra en la organización de grupos de trabajo, se aprecia que dan gran importancia al número de integrantes de dichos grupos. Todos proponen un máximo de cuatro integrantes y algunos consideran necesario establecer las características de los miembros del grupo. Este hecho se puede apreciar en las declaraciones del estudiante E2.

***E2:** Como futuro profesor en un ambiente de aprendizaje que se fundamenta en la resolución de problemas, yo organizaría al grupo de estudiantes, de tal manera que todos tuvieran un grupo de trabajo de mínimo 2 personas máximo 4 para que los integrantes del [grupo] puedan debatir sobre el tema que se esté trabajando.*

A partir de la respuesta de E2, se establece que este estudiante limita la gestión del profesor del proceso enseñanza-aprendizaje a la organización de grupos de trabajo. Se observa en el escrito que el estudiante no considera como parte de la gestión la interacción del profesor con los estudiantes, la formulación de preguntas y la gestión del conocimiento matemático (Llinares, 1999). Una respuesta que también centra la gestión del profesor en la organización de grupos es la del estudiante E4, que se presenta a continuación:

E4: Entonces, las acciones que efectuaría en la clase es la organización de los grupos, máximo 4, con un líder (en este caso el niño indisciplinado) para que adquiera una responsabilidad. Haría una prueba diagnóstica (individual y grupal) para saber el conocimiento que tendrían los estudiantes y, por último, y necesario llevaría a cabo el manejo de cuaderno resolutor por parte de los estudiantes, necesario para la organización de ideas individuales como grupales.

En el escrito anterior, E4 considera en su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje de gran importancia que el profesor organice grupos de trabajo, teniendo en cuenta una característica del miembro líder. Además, este estudiante para profesor también presenta como acciones propias de su

gestión la realización de pruebas diagnósticas y la solicitud a sus estudiantes de llevar un cuaderno en donde estos registren lo trabajado en clase.

En la descripción que hace E4, él considera que la gestión del profesor está asociada solo con la organización de los estudiantes y la solicitud de llevar un cuaderno por parte de los mismos. Es decir, este estudiante asocia la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje con la organización del aula y con otras actividades que permitan tener el control de la misma. Esta forma de considerar la gestión coincide con dos de las categorías expuestas por Davis y Thomas (1992) que pueden enmarcarse dentro de las tareas del profesor en la fase de gestión de carácter general establecidas por Llinares (1999).

Ahora bien, a pesar de que E4 menciona en su descripción la evaluación diagnóstica para determinar los conocimientos de sus futuros estudiantes, no hace alusión a la gestión del contenido matemático por parte del profesor teniendo en cuenta los resultados de esta evaluación (Llinares, 1999). Esto se confirma en la respuesta que E4 da en la entrevista en relación a este aspecto.

I: Tú escribiste que una de las acciones que efectuarías como profesor sería aplicar una prueba diagnóstica. ¿Qué utilidad tendrían en el desarrollo de tus clases, los resultados de dicha prueba?

E4: Como lo mencioné en mi escrito, me permitiría saber el conocimiento de mis estudiantes sobre lo que pienso trabajar; eso, por ejemplo, me permitiría organizar los grupos de forma que no queden tan cargados. O sea que no queden los que más saben en un solo grupo, sino que queden repartidos los buenos con los que no lo son tanto.

En la respuesta anterior se observa cómo E4, en lugar de hacer alusión a las posibilidades de gestión del conocimiento matemático del profesor conociendo los resultados de la evaluación diagnóstica, centra nuevamente su atención en la organización de los grupos de trabajo. Esto es, asume la gestión en el sentido de Doyle (1986), organización de los estudiantes, el manejo del orden y las tareas propuestas.

Teniendo en cuenta que las respuestas de los otros seis estudiantes del primer grupo son de características similares a las realizadas por E2 y E4, es posible inferir que este grupo de estudiantes está considerando la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje como aquella asociada a las tareas de carácter general. Esto se debe, en esencia, a que consideran la gestión del

profesor básicamente como aquella en donde el profesor organiza grupos de trabajo dando instrucciones sobre cómo conformar los grupos y sobre la necesidad de registrar la información.

Como se mencionó anteriormente, en esta viñeta, en las descripciones sobre su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje que hacen los doce estudiantes para profesor, se destaca el hecho de que estos no solo hicieron referencia a la conformación de grupos de trabajo, sino que también consideraron importante asumir el rol de guía, acompañante u orientador. Tres de estos estudiantes consideraron que el rol de guía por parte del profesor consistiría, en esencia, en dirigir a sus estudiantes de tal forma que tomen el camino de solución que desea el profesor y no otros caminos que puedan surgir de la interacción de estos estudiantes con el problema. Esto se puede apreciar en la respuesta del estudiante E10.

E10: ...siempre sería guía y responsable de que el trabajo dirigido vaya por el camino que es y que, si se desvía, sea para retroalimentar la clase.

E10 amplía sus consideraciones frente a la afirmación anterior en el siguiente segmento de entrevista:

I: En tu descripción de la gestión escribiste que siempre serías guía y responsable de que el trabajo vaya por el camino que es. ¿Cuáles serían tus acciones para lograrlo?

E10: Mmm... pues si yo veo que un estudiante o un grupo están cometiendo errores o van por un lado que no debe ser, cuando tratan de solucionar el problema, les diría que esa no es la manera. Por ejemplo, les guiaría con exposiciones con material concreto o software para vean su error, mostrando la respuesta correcta. Eso los retroalimentaría.

I: *¿Entonces tu forma de guiarlos sería presentando la respuesta correcta al problema, en caso de ser necesario?*

E10: *Sí, es que para mí la guía del profesor consiste en explicar el camino de solución o resolver el problema, y no dejar que los estudiantes cometan errores y se pierdan en la solución.*

Es posible observar en las respuestas de E10 que el estudiante está entendiendo la guía del profesor como aquella en donde este dice a los estudiantes cómo resolver el problema que están enfrentando. Incluso asegura que dicha

guía podría estar dirigida a presentar la respuesta correcta al problema. En otras palabras, en esta concepción de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje la guía del profesor consiste en presentar maneras de dar solución al problema o las soluciones para que sus estudiantes imiten este proceso. Es decir, no se concibe una gestión en donde la guía del profesor consista, entre otras cosas, en hacer preguntas que permitan visualizar un camino de solución por parte del estudiante (Lesh y Doerr, 2003).

Por otro lado, otros siete estudiantes de los doce que mencionan la conformación de grupos y la guía del profesor como parte de la gestión, consideran que esta orientación a los estudiantes consiste básicamente en plantear preguntas y no en dar respuestas al problema propuesto. En esencia, describen la guía del profesor como aquella en donde el docente, por medio de preguntas oportunas, permite comprender tanto el enunciado como las posibles soluciones al mismo. Esto se puede apreciar en las declaraciones de la estudiante E12.

E12: Mi gestión como futura docente en un ambiente de aprendizaje que se fundamenta en la resolución de problemas, sería hacer énfasis en los equipos de trabajo [...] teniendo en cuenta que las orientaciones no deben ser dar respuestas al problema, sino procurar realizar al grupo de trabajo más preguntas, para que, a partir de ellas, poco a poco avancen y vean regularidades o salidas al problema propuesto.

En la respuesta de E12 se aprecia que la gestión del profesor en el proceso enseñanza-aprendizaje se centra en dos aspectos, la conformación de los grupos y la guía por parte del docente. En relación con la conformación de los grupos, E12 no hace ningún tipo de aclaración, ni tampoco explica por qué considera que esa debe ser la manera para organizar a los estudiantes. Ahora bien, con relación a la guía del profesor sugerida por E12, es posible inferir que este estudiante, en alguna medida, coincide con lo expuesto por Lesh y Doerr (2003) en cuanto a la necesidad de que el profesor genere preguntas que permitan determinar a los estudiantes los caminos de solución del problema. Sin embargo, es la única función que establece a la guía del profesor a diferencia de los autores mencionados. Esto se confirma en la respuesta que el estudiante da en la entrevista semiestructurada.

I: Tú escribes que la orientación del profesor consiste en realizar al grupo de trabajo más preguntas que permitan avanzar a los estudiantes en la solución al problema, ¿Hay otra cosa que pueda hacer el profesor en esta orientación?

E12: Realmente creo que no, esa función sería suficiente para mí, hacerles buenas preguntas a los muchachos para que se puedan orientar a partir de ellas.

Sobre la afirmación de E12, Lesh y Doerr (2003) manifiestan que un riesgo que se corre con esta idea de guía es que los maestros normalmente consideran que su trabajo se basa en diseñar “técnicas de interrogatorio” cuidadosamente secuenciadas para llevar a los estudiantes a pensar de la forma en que el profesor quiere que ellos piensen.

Finalmente, los dos estudiantes restantes de estos doce, aunque mencionan como parte de la gestión del profesor la guía y orientación que este puede hacer a sus estudiantes, no aclaran en qué consiste. Este hecho, se puede ver en las afirmaciones del estudiante E33.

E33: Gracias al acompañamiento y guía brindada a los estudiantes o grupos de trabajo, el profesor conoce los avances de grupo; por consiguiente, [puede] proponer o generar formas de mostrar los avances de los grupos más avanzados para que sus progresos sirvan a los demás grupos.

En la entrevista sobre la guía del profesor, este estudiante responde:

I: En tu respuesta mencionas como parte de la gestión el acompañamiento y guía ofrecida por el profesor a los estudiantes o grupos de trabajo. ¿Podrías explicar en qué consiste esta guía o acompañamiento?

E33: Como lo dije por escrito, en esencia, la guía o el acompañamiento del profesor permite conocer de cerca los avances de los estudiantes o de los grupos y, con esa información, el profesor puede organizar sesiones para que los grupos avanzados muestren a los demás cómo van. En otras palabras, creo que, más que guía, sería un acompañante y así tendría información de primera mano.

En la respuesta de E33 se aprecia que el estudiante no precisa con claridad en qué consiste la guía del profesor, incluso deja la impresión de que la función del profesor se limita a la observación de los integrantes de los grupos y sus discusiones, pero sin hacer algún tipo de orientación.

Como se mencionó al iniciar esta viñeta, seis estudiantes de los 26 que respondieron a la carta, no hicieron alusión ni a la conformación de grupos, ni a la guía del profesor al referirse a la gestión del profesor del proceso

enseñanza-aprendizaje. Uno de estos estudiantes centró su atención sobre el tipo de problema que debe proponer el profesor y la utilidad de la resolución de problemas. La respuesta de este estudiante se presenta a continuación:

E1: La gestión del profesor debe ser complejizar los problemas para que estos permitan cuestionar la manera en la que el estudiante desarrolle su proceso de aprendizaje de un concepto o algún conocimiento matemático [...] Pensaría que la resolución de problemas pudiera ser un instrumento en la cual el estudiante estructure y moldea el conocimiento por medio de su propio actuar, de tal manera que el profesor pueda estar pendiente de su proceso de aprendizaje.

En la respuesta de E1 se aprecia que el estudiante, cuando habla de gestión, hace alusión al diseño de los problemas por parte del profesor, mencionando que una característica fundamental de estos problemas es que permiten el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Esta forma de ver la gestión del profesor está asociada en realidad con la fase preactiva que menciona (Jackson, 1975) o, en palabras de Llinares (1991), la fase de planificación. Es decir, en la fase en la que el profesor planea qué va enseñar y cómo enseñarlo.

E11, otro estudiante del grupo de seis, considera que la gestión del profesor está asociada directamente con la formulación de normas por parte del docente y las repercusiones con relación al incumplimiento de las mismas. La siguiente es la respuesta de este estudiante:

E11: Yo considero que el trabajo de resolución de problemas debe enmarcarse en una correcta disposición del grupo, hacer una breve inducción al tema de trabajo, puede ser con una dinámica de grupo [...] Luego, una formulación de normas de clase y su respectiva corrección a su incumplimiento, evitan dispersión del grupo y, por lo tanto, ayuda a un trabajo bien elaborado.

En la respuesta de E11, se infiere que las tareas del profesor asociadas a la gestión son de carácter general (Llinares, 2000). Es decir, aquellas en donde la gestión del profesor se concentra en la organización de los estudiantes, el manejo del orden y la disciplina, la formulación de normas de buen comportamiento (Doyle, 1986). En la entrevista, el estudiante reitera su posición inicial e involucra la necesidad de que los estudiantes estén organizados al interior del aula de clase en orden y sin hacer indisciplina.

De este grupo de seis estudiantes que no involucran en sus caracterizaciones de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, ni la conformación

de grupos, ni la guía del profesor, hay dos estudiantes que en sus respuestas establecen que su metodología de clase no se fundamentaría solo en la resolución de problemas. De esta manera, la gestión que establecen se centra básicamente en la exposición por parte del profesor. En ambos casos, llaman a este tipo de acción del profesor “clase tablereada”. La respuesta de uno de estos estudiantes es la siguiente:

E34: Teniendo en cuenta mi experiencia en las prácticas... y sobre todo la metodología llevada desde el eje de problemas, considero que, al momento de plantear una clase bajo la metodología de resolución de problemas, no haré uso excesivo de este [...] No omitiría “clases tablereadas” (en las que la resolución de problemas no cabe), y no dejaría atrás aspectos del uso de la memoria y la ejercitación en matemáticas.

En la respuesta de E34 se aprecia que, dada su experiencia previa, él prefiere no acudir plenamente a la resolución de problemas y, por esa razón, cuando hace referencia a su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje, básicamente la está entendiendo como aquella en donde el profesor presenta los contenidos de manera magistral en el tablero (“clases tablereadas”). Con esta forma de actuar del profesor, se puede suponer una organización de los estudiantes e incluso el tipo de interacción que tendrían con el profesor.

Finalmente, los dos últimos estudiantes, de los seis que no asociaron la gestión del profesor a la organización de grupos ni a la guía del profesor, aprovecharon la aplicación de este instrumento para exponer las razones por las cuales no están de acuerdo con la resolución de problemas y no hicieron referencia a la gestión. Esto mismo ocurrió en la entrevista. En esencia, hicieron referencia a las dificultades personales para aprender y en sus descripciones en ningún momento tomaron el rol de futuros profesores.

Como resultado de la primera aplicación del instrumento “Invitación a declarar sobre las concepciones de la gestión en el aula”, se puede observar en lo expuesto en esta viñeta que los estudiantes para profesor conciben la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas, de una manera muy restringida. Esto se debe, primordialmente, a que solo hacen alusión a la tarea de organizar a los estudiantes por grupos (Doyle, 1986) o a esta única tarea de carácter general le agregan la guía del profesor a los estudiantes. Esta guía del profesor la conciben desde dos perspectivas: aquella donde el profesor dice explícitamente cómo resolver el problema o aquella en donde la guía corre el riesgo de centrarse en el diseño de “técnicas de interrogatorio” (Lesh y Doerr, 2003).

En esencia, se aprecia en las respuestas de los estudiantes una visión de la gestión del profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje que no puede ser multifuncional, pues a lo más se presentan dos acciones del profesor en este proceso.

Viñeta 2: Concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas de estudiantes para profesor al finalizar el trabajo en el espacio de formación

Los datos para la elaboración de esta viñeta proceden de la última sesión de clase presencial en donde 28 estudiantes respondieron al instrumento “invitación a declarar sobre su cambio de concepciones sobre la gestión en el aula” y de entrevistas semiestructuradas realizadas posteriormente a los estudiantes para profesor, donde se tuvieron en cuenta las respuestas que presentaron al instrumento.

En las respuestas de los 28 estudiantes para profesor, se observó que 20 conciben su gestión como profesores como aquella en la que el docente tiene a cargo múltiples acciones. Entre estas acciones, se destacan la interacción con los estudiantes, la gestión del conocimiento matemático, el uso de las habilidades asociadas a la competencia docente “mirar profesionalmente”, el manejo del tiempo, la organización de las discusiones, entre otras. Los ocho estudiantes restantes presentan respuestas que se pueden dividir en tres grupos. Un primer grupo (dos estudiantes), que hacen referencia a la gestión del profesor como aquella en la que el profesor tiene varias obligaciones. Sin embargo, estos estudiantes centran su atención en las actividades asociadas con la organización de los grupos. En el segundo grupo (tres estudiantes) se ubican aquellos que centran su descripción sobre las dificultades que tienen al resolver problemas y al gestionar una clase fundamentada en esta metodología. Finalmente, el tercer grupo (tres estudiantes) lo conforman aquellos estudiantes para profesor que no dan respuesta a lo preguntado en el instrumento.

En las respuestas de los 20 estudiantes, que consideran que la gestión del profesor es aquella en donde el docente desempeña múltiples funciones, se aprecia que la interacción del profesor con cada uno y con el grupo adquiere mayor importancia. Asimismo, establecen de vital importancia el tiempo que dedica el profesor a asesorar a los estudiantes y el ambiente de trabajo que puede generar. Este hecho se puede apreciar en las declaraciones del estudiante E2:

E2: Este espacio me ha servido para darme cuenta cómo se desarrolla la clase, teniendo en cuenta la resolución de problemas. Me di cuenta de que es un proceso arduo en el cual hay que tener muy claro hasta dónde se quiere que los estudiantes lleguen... Hay que trabajar más asesorías con los estudiantes... Propondría establecer asesorías con los grupos con cierto tiempo, tiempo límite para que todos los grupos tuvieran asesoría.

En su respuesta, E2 hace alusión explícita al control del tiempo por parte del profesor para que pueda asesorar a cada uno de los grupos de estudiantes. Esta afirmación, y la frase “Hay que trabajar más asesorías con los estudiantes”, permiten inferir que para E2 la interacción del profesor con sus estudiantes es una actividad fundamental de la gestión. Este estudiante, cuando manifiesta que la gestión “que es un proceso arduo en el cual hay que tener muy claro hasta dónde se quiere que los estudiantes lleguen”, está haciendo referencia a una actividad de la gestión del conocimiento matemático. Es decir, a aquella actividad donde el profesor debe identificar el conocimiento objetivo y la forma en que aparece en el problema a resolver.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede establecer que E2 está haciendo alusión a las tareas del profesor que están vinculadas a la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto (Llinares, 1999; Hersant y Perrin-Glorian, 2005). En particular, a las tareas asociadas a la gestión del trabajo en grupo, a las asociadas a interpretar y responder a las ideas de los estudiantes, a la gestión de la discusión en gran grupo y a la gestión de la construcción del nuevo conocimiento matemático desde la interacción profesor-alumno-tarea (Llinares, 1999).

Aunque no lo hace explícito, se puede apreciar que la gestión para este estudiante también está relacionada con la organización de los estudiantes, pues hace referencia directa al trabajo individual y grupal. De esta manera, se observa que la concepción de gestión del profesor del proceso enseñanza-aprendizaje que tiene E2 involucra actividades como organización de los grupos, interacción con los estudiantes, planificación de los problemas y los trabajos a desarrollar. Es decir, la gestión involucra varias acciones.

Dentro del grupo de estudiantes para profesor que se refieren a las múltiples acciones que realiza un profesor en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, algunos consideraron importante referirse explícitamente sobre la organización de los estudiantes en grupos, la guía del profesor por medio de

preguntas (de manera general o individual) y la dependencia del ambiente de trabajo en clase de la gestión del profesor. Esto se puede apreciar en la respuesta de E4:

E4: Es muy notable que se ha dado un cambio a raíz del curso... se han puesto en acción diversas cosas, haciendo un ambiente de clase y de resolución de problemas más efectivo y llamativo. Tanto así que copiaría: el trabajo en grupo, la guía que le da el maestro a los estudiantes, las preguntas generales, individuales precisas que hacen que los estudiantes generen habilidades de pensamiento y puedan establecer soluciones.

En su respuesta, E4 considera que las acciones del profesor que debe imitar son aquellas en donde el profesor organiza a sus estudiantes por grupos y guía a los estudiantes estableciendo preguntas generales e individuales. Con relación a las preguntas, se aprecia que para este estudiante es de vital importancia el tipo de preguntas que el profesor debe hacer y lo que debe lograr con las mismas.

Cuando E4 hace referencia a los aspectos de la gestión asociadas con la organización de los estudiantes, esto se puede relacionar con las concepciones de carácter general mencionadas por Doyle (1985). Sin embargo, cuando hace referencia explícita sobre la importancia de que el docente formule preguntas para orientar a los estudiantes se aprecia una relación directa con las concepciones que mencionan Llinares (1999) y Hersant y Perrin-Glorian (2005). Esto es, hace alusión a las tareas asociadas a la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático. E4, en su respuesta a la entrevista, da claras muestras de comprender que las preguntas que generan aprendizaje son importantes en la gestión del profesor:

1. En tu respuesta a la carta, dices que has evidenciado cambio en la concepción sobre tu gestión como profesor en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas, y que ese cambio se debe a diversas cosas que se han puesto en acción en el curso. ¿A qué cosas te refieres?

E4: Bueno, es que yo había trabajado en otras asignaturas, antes a esta, por resolución de problemas y la verdad me parecía un trabajo muy aburridor. Era un trabajo solitario, no por no tener compañeros, sino por la poca ayuda del profesor. En cambio, en este curso el rol del profesor es muy importante, pues él plantea el problema, pero uno termina creyendo que es de uno. Además, el profesor en clase

habla con los grupos, y allí él pregunta teniendo en cuenta lo que uno ha hecho y uno también le pregunta, solo que las preguntas que el profesor hace son duras y cuando se discuten las respuestas con los demás, se da uno cuenta de que está resolviendo sus propias dudas. Eso es lo que yo quiero hacer cuando sea quien oriente.

Es posible identificar en la respuesta de E4 tres acciones fundamentales, referentes a la forma como el profesor interactúa con los estudiantes. La primera tiene que ver con la capacidad del profesor para identificar las estrategias usadas por los estudiantes, en particular cuando E4 dice "...él pregunta teniendo en cuenta lo que uno ha hecho". La segunda acción está asociada a la capacidad del profesor para interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes. Esto se evidencia en E4 cuando dice: "... él pregunta teniendo en cuenta lo que uno ha hecho y uno también le pregunta, solo que las preguntas que el profesor hace son duras, y cuando se discuten las respuestas con los demás, se da uno cuenta de que está resolviendo sus propias dudas".

Finalmente, en la descripción que hace E4 también se observa que el profesor decidió hacer preguntas a sus estudiantes que les permitieran avanzar en la comprensión del problema y los conceptos involucrados. Esto es, E4 describe cómo el profesor decidió responder (decisiones de acción) teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes. Esta destreza es la tercera acción fundamental que E4 desea implementar cuando sea profesor.

Las tres acciones que E4 considera dignas de imitar cuando él sea docente son precisamente el conjunto de destrezas interrelacionadas que Jacobs, Lamb y Philipp (2010) conceptualizan como parte de la competencia docente "mirar profesionalmente"¹⁰. En otras palabras, E4 concibe como algo fundamental de la gestión del profesor del proceso enseñanza-aprendizaje las tres destrezas de la competencia docente "mirar profesionalmente". Esto se ratifica en la respuesta al siguiente interrogante:

I: ¿Qué características tienen las preguntas que hace el profesor?

E4: Bueno, yo creo que lo bueno de sus preguntas es que tienen en cuenta lo que uno acaba de hablar del problema, mmm... Mejor de la parte matemática de la solución del problema, si uno dice o decimos: profe, la ecuación es tal, él escucha y dice si esa es la ecuación. ¿Cuál sería el valor de la resistencia (por ejemplo) cuando el diámetro es tanto?... y fijo para ese valor la ecuación no tiene sentido o no

¹⁰ Los componentes de esta competencia se describieron en el Capítulo 3.

funciona. Por ese estilo son sus preguntas, tienen en cuenta lo que hacemos y nos hace ver las cosas que no funcionan o que podrían funcionar mejor. Eso es precisamente lo que deseo hacer en mis clases.

De la respuesta anterior, se puede inferir que E4 se refiere a la capacidad del profesor de identificar las estrategias usadas por los estudiantes en la resolución de un problema. En otras palabras, E4 identifica los aspectos relevantes de la situación de enseñanza (Llinares, 2012a, 2012b). Esto se observa explícitamente cuando E4 dice: "...lo bueno de sus preguntas es que tienen en cuenta lo que uno acaba de hablar del problema". También, se puede establecer que E4 hace referencia a la capacidad del profesor para interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes cuando responde que "...si uno dice o decimos: profe, la ecuación es tal, él escucha y dice si esa es la ecuación, ¿cuál sería el valor de la resistencia (por ejemplo) cuando el diámetro es tanto?". En otros términos, E4 hace alusión a la destreza del profesor para usar el conocimiento sobre el contexto para razonar sobre las interacciones en el aula (Llinares, 2012a) y actuar en consecuencia con este razonamiento.

Cuando E4 manifiesta que "[las preguntas del profesor] tienen en cuenta lo que hacemos y nos hace ver las cosas que no funcionan o que podrían funcionar mejor", hace alusión a la destreza que el profesor tiene para realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales sobre la enseñanza-aprendizaje (Llinares, 2012b). En síntesis, E4 concibe su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje como aquella que debe vincular las tres destrezas mencionadas anteriormente. Esto se aprecia, además, cuando expresa "eso es precisamente lo que deseo hacer en mis clases".

Como ya se mencionó, la concepción de E4 sobre la gestión involucra aspectos fundamentales de la competencia "mirar profesionalmente", expuestos por Jacobs, Lamb y Philipp (2010), y Llinares (2012a, 2012b, 2013). Sin embargo, cuando E4 dice "pues él plantea el problema", está haciendo referencia a que una actividad del profesor asociada a la gestión es la planificación de los problemas. De igual manera, cuando E4 manifiesta que "el profesor en clase habla con los grupos", asume que en el proceso de gestión el profesor ha realizado actividades asociadas a la organización de los estudiantes: en este caso, trabajo por grupos. Asimismo, cuando menciona que "él pregunta teniendo en cuenta lo que uno ha hecho", está haciendo alusión a la tarea del maestro de escuchar a los estudiantes para establecer cuándo debe intervenir (Brophy, 2006).

Escuchar a los estudiantes es una actividad, como se mencionó en el marco conceptual, de carácter general que los profesores deben hacer al gestionar el proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas. De esta manera, se observa que la concepción de gestión de E4 involucra actividades consideradas fundamentales en la competencia “mirar profesionalmente” (tareas relacionadas con la gestión del conocimiento matemático) y tareas de carácter general. Es decir, E4 concibe la gestión como aquella que involucra múltiples actividades de carácter general y específicas del contenido matemático que, en su mayoría, surgen en el contexto del aula.

E10 es otro estudiante que también hace alusión a la competencia docente “mirar profesionalmente”. Este estudiante, como respuesta al instrumento, menciona la importancia del acompañamiento del profesor en la resolución del problema por parte de sus estudiantes. Este acompañamiento lo relaciona con la orientación e institucionalización, como se aprecia en el siguiente párrafo:

E10: La idea de gestión como futuro profesor que tengo y he tratado de plasmar en la práctica intermedia ha cambiado en cuanto a la metodología de que sean los estudiantes los que, mediante la resolución de problemas, más allá de aprender a aplicar un algoritmo, construyan un concepto. Ahora pienso que, más que entregar un problema y que los estudiantes sean los que por medio de un libro o indagaciones tengan las herramientas para su resolución, debe existir un mayor acompañamiento en cuanto a la orientación e institucionalización por parte del profesor.

En la declaración de E10 se observa que este estudiante concibe la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje como aquella que vincula la presentación del problema, la orientación y la institucionalización. Sin embargo, cuando precisa más su respuesta sobre las características de este acompañamiento, deja ver una concepción más clara sobre las acciones del profesor en la interacción con los estudiantes.

I: En tu respuesta haces referencias a la necesidad de un mayor acompañamiento e institucionalización por parte del profesor, ¿qué características tienen este acompañamiento relacionado con la orientación y la institucionalización que mencionas?

E10: En este semestre aprendí y quiero actuar así en mis clases, que es necesario estar pendiente del proceso de resolución de mis estudiantes y que así no me llamen para hacer preguntas, regularmente debo acercarme a ellos para ver cómo van y qué está pasando al interior de estos grupos. Esto me permitirá saber qué está ocurriendo con ellos, qué inquietudes tienen o qué están discutiendo y a partir de estas discusiones o ideas que ellos establecen hacer preguntas o dar indicaciones o cualquier otro tipo de orientación precisa que se base claramente en lo que ellos expresaron. Esta misma forma de actuar la aprovecharé para institucionalizar, es decir, tendré en cuenta el trabajo con todos para presentar o consolidar una formalización grupal, tal y como se hizo aquí.

En su respuesta, E10 deja ver que concibe la gestión del profesor del proceso enseñanza-aprendizaje como una gestión dinámica y multifuncional. Esto se aprecia porque E10 concibe a un profesor que plantea el problema, pasa por cada grupo respondiendo los interrogantes de los estudiantes y observa las interacciones de los estudiantes. En otras palabras, un profesor atento a las discusiones de los estudiantes que decide intervenir en cada uno de los grupos acorde con lo planteado al interior de los mismos. Esto es, un profesor que integra las habilidades de asistir (atender), interpretar y decidir cómo responder a la situación.

E10 se refiere a la habilidad del profesor para asistir cuando dice sobre su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje que “regularmente debo acercarme a ellos [los estudiantes] para ver cómo van y qué está pasando al interior de estos grupos. Esto me permitirá saber qué está ocurriendo con ellos, qué inquietudes tienen o qué están discutiendo”. En términos de Llinares (2012a, 2013), identifica los aspectos relevantes de la situación de enseñanza.

Cuando E10 dice “esto [ver cómo van los estudiantes y qué está pasando al interior de los grupos] me permitirá saber qué está ocurriendo con ellos, qué inquietudes tienen o qué están discutiendo”, está hablando de la habilidad del profesor para interpretar la situación. Finalmente, cuando E10 manifiesta que “a partir de estas discusiones o ideas que ellos establecen, hacer preguntas o dar indicaciones o cualquier otro tipo de orientación precisa que se base claramente en lo que ellos expresaron”, se aprecia que está haciendo alusión a la habilidad para tomar decisiones teniendo en cuenta lo ocurrido en clase. Esta acción es la habilidad del profesor para realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales sobre la enseñanza-aprendizaje (Llinares, 2013a, 2013b).

Teniendo en cuenta lo anterior, se observa que E10 concibe su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje como aquella en donde el docente debe hacer múltiples acciones relacionadas con la gestión del conocimiento matemático (algunas vinculadas con la competencia docente “mirar profesionalmente”). Sin embargo, al igual que E4, también hay alusión a actividades del profesor relacionadas con las tareas de carácter general: organización por grupos, orientaciones para el buen funcionamiento de las discusiones al interior de estos, escuchar a los estudiantes para establecer cuándo debe intervenir, etc.

La alusión a la competencia docente “mirar profesionalmente” está presente en muchas de las respuestas de los 20 estudiantes que conciben su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje como aquella compuesta por diferentes acciones. En algunas de estas respuestas, la competencia “mirar profesionalmente” está relacionada a una de las tantas acciones que debe realizar el profesor en su gestión. Esto se observa en la respuesta de E12.

E12: Sí, he cambiado mis ideas de gestión del docente en un ambiente de resolución de problemas en cuanto a las acciones en el aula que puedo hacer para que mis estudiantes generen y comprendan diferentes estrategias para abordar situaciones.

Las acciones que efectuaría para mejorar la resolución de problemas como futura docente sería propiciar un ambiente donde todos los integrantes del grupo presenten a diario sus avances y socialicen esto con el grupo en general. Esto lo puedo lograr haciendo diversas acciones, organizando los grupos de trabajo, en caso de ser necesario asignando roles a los estudiantes al interior de sus grupos, hablando con los grupos, orientando a los estudiantes (sea con preguntas o de cualquier otra manera, siempre teniendo en cuenta sus acciones e inquietudes) resaltando sus logros individuales o grupales y generando confianza para que presenten a los otros esos logros o avances en la solución.

En su respuesta, E12 hace mención explícita de las diferentes acciones que considera debe hacer como futuro profesor. En primera instancia, habla de la organización de los grupos, la asignación de roles y escuchar a los estudiantes. Es decir, concibe en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje tareas mencionadas por Doyle (1986), Duke (1986) y Brophy (2006). Esto es, la concibe como aquella que involucra tareas de carácter general (Llinares, 1998a, 1999). Sin embargo, cuando E12 dice “hablando con los grupos, orientando a los estudiantes (sea con preguntas o de cualquier otra

manera, siempre teniendo en cuenta sus acciones e inquietudes)", está haciendo referencia a la gestión del contenido matemático (Llinares, 1999).

De acuerdo con lo anterior, se infiere que E12 está considerando en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje aquellas tareas que involucran la gestión del conocimiento matemático, pues habla de la interacción con los estudiantes, el análisis de sus apreciaciones por parte del profesor y el tipo de orientación que se debe dar. En síntesis, la concepción de gestión que tiene E12 involucra múltiples actividades tanto de carácter general como específicas del contenido matemático.

Otros estudiantes de los 20 que conciben la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje como aquella en donde el profesor hace múltiples acciones de carácter general y específicas del conocimiento matemático se centraron en la relación entre el conocimiento del profesor y el tipo de orientación o institucionalización que hace. Esta relación la hace explícita E33 en la siguiente respuesta:

E33: Observé que en la gestión el profesor debe tener un dominio excelente del tema o concepto y es gracias a este dominio que sus aportes al grupo son muy valiosos. Esto hace que en mi visión como futuro profesor de matemáticas en torno a la resolución de problemas apunte a la implementación de estrategias para realizar la institucionalización de forma más eficaz, sin desviarse del concepto matemático y de la didáctica del mismo.

En su respuesta, E33 muestra que es consciente de que interpretar las situaciones de enseñanza-aprendizaje de una manera estructurada tiene una clara relación con el conocimiento matemático del profesor. Es decir, cuando E33 dice "observé que en la gestión el profesor debe tener un dominio excelente del tema y es gracias a este dominio que sus aportes al grupo son muy valiosos", muestra claramente que concibe la gestión del profesor, en particular la gestión del conocimiento matemático, como aquella que está estrechamente ligada con el conocimiento matemático del profesor. En esencia, su respuesta da cuenta de que este estudiante reflexiona la relación existente entre la comprensión matemática del profesor y la calidad de su gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto (Saraiva, 1995; Perrin-Glorian, 1999; Llinares, 2000).

Como se mencionó al principio de esta viñeta, de los 28 estudiantes que diligenciaron el instrumento “Invitación a declarar sobre su cambio de concepciones sobre la gestión en el aula”, ocho presentaron respuestas que difirieron notablemente con las presentadas por los 20 descritos anteriormente. Estas respuestas se agruparon de la siguiente manera: el primer grupo lo conforman dos estudiantes que conciben la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje como aquella en la que el profesor tiene varias obligaciones, pero centran su atención en las actividades de tipo general. Tal es el caso de E35.

E35: Partiendo de lo desarrollado en clase, considero que el curso ha aportado cosas favorables a lo que pretendo desarrollar como futura docente de matemáticas. Considero que, para hacer una buena gestión, no se debe tener más de 30 estudiantes, pues si son más, es muy difícil tenerlos ordenados y satisfechos completamente con lo que se desarrolla. El profesor debe generar diversas estrategias que permitan mejorar el desarrollo de las clases y el manejo de los estudiantes.

En la respuesta de E35 se observa que, aunque habla de diversidad de estrategias, las que hace explícitas están asociadas a las de carácter general. Es decir, estrategias que se refieren directamente al orden y la disciplina. Por ejemplo, cuando E35 dice “...si son más 30 estudiantes, es muy difícil tenerlos ordenados y satisfechos completamente con lo que se desarrolla”, es claro que hace referencia directamente a las acciones que el profesor tiene que hacer para que sus estudiantes estén organizados y dispuestos (en relación con la disciplina) para el trabajo en clase (Doyle, 1986).

Con respecto a los tres estudiantes del segundo grupo, se encontró que en sus respuestas no declararon al respecto de su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en ambientes fundamentados en la resolución de problemas, sino que centraron sus escritos a describir las dificultades que veían al trabajar bajo esta metodología. Un ejemplo de esta situación se aprecia en la respuesta de E26.

E26: Tengo claro que, en esta metodología, dado un problema (con o sin diversas soluciones), se espera que el resolutor consulte teoría sobre aspectos tratados en el problema y que con ayuda de otros encuentre la solución.

Teniendo en cuenta esta mirada, sinceramente pienso que mis clases como docente no serán encaminadas por esta metodología, ya que considero que las clases tradicionales permiten abordar más temáticas.

Se aprecia en la respuesta de E26 que este estudiante tiene una idea general de lo que se pretende con la resolución de problemas. Sin embargo, en sus explicaciones sobre por qué no utilizar la resolución de problemas, no hace alusión a la gestión del profesor sino a la posibilidad de abarcar más contenido.

Finalmente, los otros tres estudiantes que restan (el tercer grupo de estudiantes) no dieron respuesta a lo indagado por el instrumento. En esencia, cada estudiante escribió sobre dificultades para resolver los problemas, las posibles respuestas a los mismos o sus intereses para trabajar alrededor de la variación.

Un resultado relevante de esta viñeta es que la concepción de gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje que tienen la mayoría de estudiantes al final de la intervención vinculan las tareas establecidas por Llinares (1999) para esta fase. En otras palabras, reconocen la gestión del profesor como una tarea multifuncional que involucra tareas de tipo general (Duke, 1979; Doyle, 1986; Emmer, 1987; Davis y Thomas, 1992; Brophy, 1999) y las tareas específicas del contenido matemático (Perrin-Glorian, 1994, 1999; Saraiva, 1995; Llinares, 1999, 2000, 2008a; Hersant y Perrin-Glorian, 2005; Brophy, 2006; Bohórquez, 2015; Bohórquez *et al.*, en prensa). Es decir, con la tercera gran concepción sobre gestión del proceso enseñanza-aprendizaje que se presentó en el Capítulo 3 de esta investigación.

Sobre las tareas asociadas al contenido matemático, en esta viñeta se puede identificar que los estudiantes reconocen la importancia de las acciones vinculadas a la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto (Perrin-Glorian, 1999). Al respecto, los estudiantes dieron un papel preponderante a la formulación de preguntas por parte del profesor para orientar el proceso de aprendizaje. Una característica fundamental de este tipo de orientaciones es que el profesor debe hacerlas, teniendo en cuenta las estrategias, ideas e inquietudes de los estudiantes.

En esta viñeta también se observó que los estudiantes tomaron conciencia sobre la incidencia del conocimiento matemático del profesor en la formulación de preguntas. Asimismo, los estudiantes vincularon a su concepción de gestión habilidades del profesor, como escuchar con atención las dudas de los estudiantes, prestar atención a las discusiones e interacciones entre ellos y buscar la estrategia indicada para intervenir con una pregunta u orientación pertinente con el desarrollo del concepto matemático de los estudiantes.

Finalmente, se identificó que la mayoría de los estudiantes en sus concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje involucran tres habilidades relacionadas con la competencia docente “mirar profesionalmente”. La primera tiene que ver con la capacidad del profesor para identificar las estrategias usadas por los estudiantes. La segunda habilidad que mencionan está asociada a la capacidad del profesor para interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes. La tercera habilidad está asociada a las decisiones del profesor sobre cómo responder (decisiones de acción), teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes. En otras palabras, los estudiantes para profesor conciben la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje como aquella vinculada con la competencia “mirar profesionalmente” (Jacobs *et al.*, 2010; Llinares, 2013a) cuando se refieren a tareas de la gestión del conocimiento matemático.

Contraste entre los resultados de la viñeta 1 y la viñeta 2

Como se mencionó en el apartado Análisis de datos del Capítulo 3, se consideró que contrastar los resultados de la viñeta 1 y la viñeta 2 permitía responder la primera pregunta de investigación presentada en este documento. Esto se confirmó al finalizar los análisis, pues dicho contraste mostró, en principio, que sí se dieron cambios en las concepciones de los estudiantes sobre su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

Teniendo en cuenta lo anterior, y el hecho de que se desea establecer los cambios que se han producido en las concepciones de los estudiantes para profesor, se presentarán en este apartado los cambios más destacados que se evidenciaron tras el contraste. El primer cambio está relacionado con el número y el tipo de actividades que los estudiantes concebían como aquellas que hacían parte de la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, de la viñeta 1 se puede establecer que, tras la aplicación del instrumento CDCGA, se observó que los estudiantes consideraron un número máximo de tres actividades relacionadas con la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

De hecho, se observó que ocho estudiantes concibieron una sola actividad del profesor con relación a la gestión, la cual estaba asociada con la organización de los grupos de trabajo. Esto quiere decir que, inicialmente, los estudiantes concebían el número de actividades relacionadas con su gestión

del proceso enseñanza-aprendizaje en ambientes de aprendizaje fundamentado en resolución de problemas de una manera muy restringida.

Ahora bien, si se analiza el tipo de actividades que consideraron eran parte de su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje se puede observar que en su mayoría son actividades de carácter general. Es decir, básicamente se refieren a la tarea de organizar a los estudiantes por grupos. Además, en algunos casos se encontró que a esta única tarea de carácter general agregaron una adicional referida a la guía del profesor a los estudiantes. Sin embargo, aunque pareciera que estaban haciendo alusión a actividades vinculadas a la gestión del conocimiento matemático, en realidad esta guía la mencionan como posibilidad para ejercer control o no hay claridad sobre la función de la misma.

Un ejemplo de la situación anterior, es el análisis que se hace de las respuestas del estudiante E10 quien concibe su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje como aquella en donde la guía del profesor consiste en presentar maneras de dar solución al problema o las soluciones para que sus estudiantes imiten este proceso.

En contraste, el análisis de la viñeta 2 muestra que el estudiante E10 concibe su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje como aquella donde debe hacer múltiples acciones relacionadas con la gestión del conocimiento matemático (algunas vinculadas con la competencia docente “mirar profesionalmente”). También para este estudiante la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje involucra actividades de carácter general como la organización por grupos, la orientación de los integrantes de los grupos para que se den buenas discusiones, el escuchar a los estudiantes para establecer cuándo debe intervenir, etc.

En realidad, esto no ocurrió solamente con el estudiante E10, ocurrió con 20 estudiantes que dieron respuesta al instrumento CDCGA en su primera aplicación. Estos estudiantes conciben, dado el análisis de la viñeta 2, su gestión como profesores como aquella en la que el docente tiene a cargo múltiples acciones. Entre estas acciones se destacan la interacción con los estudiantes, la gestión del conocimiento matemático involucrando habilidades relacionadas con la competencia docente “mirar profesionalmente”. Además, también asocian la gestión con actividades de carácter general como la organización de los grupos, el escuchar a los estudiantes, propiciar

ambientes de trabajo agradables, el manejo del tiempo, la organización de las discusiones, entre otras.

De acuerdo con lo anterior, se puede establecer que un cambio que se dio en las concepciones de los estudiantes para profesor de su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje está relacionado con la gran cantidad de actividades que vincularon esta competencia y las características de las mismas. Es decir, lograron concebir su gestión como una competencia que involucra tareas de diferente índole, unas de carácter general y otras consideradas propias de la gestión del conocimiento matemático.

Otro cambio que se puede inferir al contrastar las dos viñetas es la complejidad con que los estudiantes se manifestaron sobre las actuaciones del profesor con relación a su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes fundamentados en la resolución de problemas. Esta complejidad se observa, por ejemplo, en cómo se refieren inicialmente a la guía u orientación del profesor y cómo lo hacen cuando hacen alusión a la misma en la segunda aplicación del instrumento. Inicialmente, los estudiantes mencionaban la guía del profesor sin explicitar en qué consistía, cómo se hacía o simplemente consideraban que bastaba con dar la solución a los problemas propuestos.

En cambio, en la segunda viñeta se aprecia que los estudiantes hablan de la guía del profesor dividiendo la misma en varios componentes. Por ejemplo, hacen referencia al tipo de preguntas, a la interacción con los estudiantes teniendo en cuenta sus discusiones y procesos, a la capacidad para prever el tipo de recomendaciones que debe hacer, al conocimiento matemático que requiere para orientar los caminos de solución, a la calidad de las observaciones para generar aprendizajes, entre otros aspectos. Es decir, ya no tienen una mirada superficial sobre la guía del profesor en la resolución de los problemas.

La complejidad en su mirada sobre las actividades del profesor en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje no solo se evidenció cuando hacían referencia a guiar a los estudiantes. También ocurrió con actividades como el diseño de los problemas, la organización de los estudiantes, la manera como debía observar el trabajo de los grupos, las características de las preguntas que debía formular, la manera como debía escuchar a los estudiantes, entre muchas otras. En otras palabras, los estudiantes para profesor no solo ampliaron el número de actividades que involucraba su gestión, sino que complejizaron su mirada sobre cada una de estas actividades.

Finalmente, de este contraste también se obtiene que en las respuestas de segunda aplicación del instrumento CDCGA los estudiantes vincularon habilidades del profesor asociadas a otra competencia a su concepción de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. Este hecho es un cambio fundamental, pues la gestión dejó de concebirse como una acción o un conjunto de máximo tres actividades para convertirse en una competencia que involucra destrezas básicas de otras competencias. En particular, con las tres capacidades fundamentales de la competencia “mirar profesionalmente” (Jacobs *et al.*, 2010; Llinares, 2013a).

El cambio descrito anteriormente es de gran importancia porque permite inferir que los estudiantes no solo identifican cada una de las actividades del profesor de manera aislada, sino que toman conciencia de que estas actividades se integran e interrelacionan con el objetivo de gestionar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto se puede establecer porque los estudiantes consideraron necesario que el profesor integrara, por ejemplo, las tres destrezas asociadas a la competencia “mirar profesionalmente” para ver las situaciones de enseñanza-aprendizaje e involucrarlas con la gestión.

Viñeta 3: Sobre los factores que apoyan o limitan cambios en las concepciones de un grupo de estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas

El proceso de construcción de esta viñeta inicia con la extracción de datos obtenidos en las transcripciones de videograbaciones de las interacciones del grupo de trabajo G1 en la resolución de los problemas a lo largo de las sesiones de clase. También provienen de la transcripción de estas videograbaciones y de los datos obtenidos de los cuadernos, y de los informes elaborados por los estudiantes.

Estos datos permitieron establecer la concepción sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje de cada uno de los miembros del grupo G1, en diferentes momentos del trabajo desarrollado en el curso. Estas concepciones se contrastaron para determinar si había diferencias entre ellas y así establecer los cambios entre las mismas. Estos datos, también, permitieron encontrar los factores que fortalecieron o limitaron estos cambios.

Los datos de esta viñeta proceden de las sesiones cuatro, cinco, catorce, treinta y cuarenta y ocho. En estas sesiones, el grupo G1 conformado por cuatro estudiantes del curso realizaron diferentes tareas propuestas. Entre

otras, establecieron procesos de resolución a dos problemas; modificaron variables didácticas a uno de estos problemas; elaboraron una secuencia con nuevos problemas, incluyendo la descripción de la gestión del profesor y dieron respuesta, en diferentes momentos, a dos preguntas planteadas en la primera sesión de clase.

En la cuarta sesión de clase, los miembros del grupo G1 discutieron el proceso de solución propuesto por ellos al problema 1 (problema resistencia de vigas paralelepípedas). También en esta sesión, los estudiantes buscaron dar una respuesta unificada a las preguntas establecidas en la primera sesión, a saber: 1) ¿cuál o cuáles considera son las orientaciones que, usted como profesor, daría para que sus estudiantes encuentren un camino de solución a cada uno de los problemas propuestos?, y 2) ¿cuál sería una propuesta de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas que usted propondría? Tome como base su experiencia como resolutor y su trabajo con esta metodología en donde se visualice como futuro profesor.

Con relación al problema 1, los integrantes del grupo hablan sobre la información que identifican en el enunciado y se centran su discusión sobre las características de la resistencia. Esto se aprecia en el siguiente diálogo:

E17: De hecho, lo que nos están diciendo es que tenemos que modificar uno (un lado o bueno, una magnitud) uno, solo uno.

E30: No nos están diciendo que la resistencia se mide en términos de altura al cubo, sino que es proporcional. Es una relación que se hace ahí.

E17: Esto es proporcional a este producto [señala el cuaderno].

E30: Yo sigo pensando que, si lo divido en la mitad, sigue igual... siendo igual de resistente.

E33: Pero así, ¿cierto? [Señala un dibujo en el cuaderno en donde se aprecia una viga ubicada de forma horizontal].

E32: Es que es lo mismo que Camilo [estudiante E30] estaba diciendo. De lado a lado, le ponemos el borrador, ya no aguanta, algo que pese menos que el borrador, se cae.

E30: No es resistente.

E17: Ahora vamos a hacerlo más, más pequeño.

E30: No se va a caer.

E17: Mejor dicho, parecen ahí.

E33: Yo creo que lo que toca mirar, ¿a qué se refiere con resistencia?, porque, por ejemplo: cuando estaban hallando la resistencia de un edificio, ponían a vibrar las columnas, y ahí, según lo que vibren las columnas, decían este edificio resiste tanto.

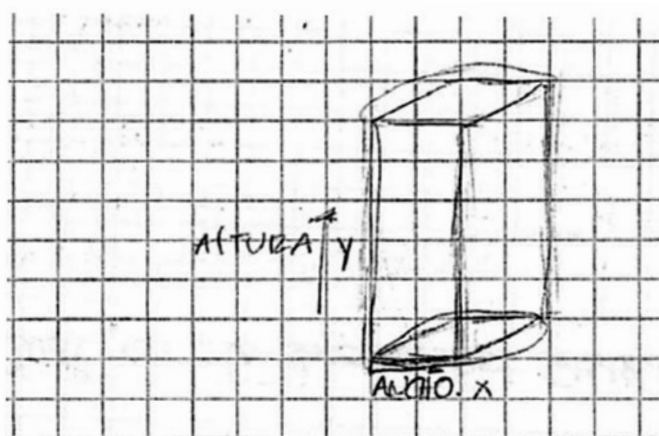
E30: Eso es fuerza.

E17: Entonces llamemos al profe y preguntémosle qué es resistencia. O bueno... ¿cuál?... ¿cuál es la resistencia?

E33: Sí, de qué forma tomamos la resistencia.

En la discusión anterior, se observa que cada uno de los estudiantes expone sus consideraciones sobre la información que presenta el problema y la interpretación que le dan a la resistencia. En particular, se aprecia que los estudiantes E30 y E33 discuten sobre cómo se establece la resistencia en las vigas. Esto lo hacen porque analizan la resistencia en vigas horizontales y es diferente a trabajarla en vigas verticales, lo cual se confirma con los dibujos que cada uno tiene en sus cuadernos.

Figura 4.1 Dibujo hecho por el estudiante E33 con la información dada.



Fuente: Tomado de la investigación.

Figura 4.2. Dibujo hecho por el estudiante E30 con la información dada.



Fuente: Tomado de la investigación.

Se observa, también, que una alternativa para dirimir el camino a seguir consistió en preguntar al profesor las acciones que se deberían seguir. Este hecho muestra que los estudiantes conciben que una de las funciones que tiene el profesor con relación a la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje es orientar y resolver las inquietudes de los estudiantes para permitir el avance en la resolución del problema. Los estudiantes deciden no responder las preguntas planteadas al inicio del curso por falta de tiempo y trabajar en las mismas en la sesión siguiente.

En la quinta sesión, los integrantes del grupo G1 centran su discusión en las preguntas sobre la gestión que se formularon al iniciar el curso. En sus discusiones se observa que basaron sus respuestas en las establecidas frente al instrumento CDCGA. Este hecho se aprecia en el siguiente diálogo:

E30: Voy a leerles la primera pregunta...mmm, aquí está: ¿cuál o cuáles considera son las orientaciones que, usted como profesor, daría para que sus estudiantes encuentren un camino de solución a cada uno de los problemas propuestos?

E33: Esa pregunta es dura.

E32: ¿Por qué?

E33: Porque no se me ocurre qué podemos decir.

E17: Yo diría básicamente lo mismo que respondimos en la carta.

E30: Pero en la carta era en general, aquí es teniendo en cuenta los problemas que nos entregaron.

E17: Bueno es cierto, pero en esencia las orientaciones como yo las veo son las preguntas y ayudas que uno como profesor le puede dar al estudiante.

E33: Yo dije algo similar y pues en este caso serían aquellas que estén asociadas con los problemas y con los objetivos que uno se ha propuesto.

E30: Entonces podríamos decir que las orientaciones que daríamos son preguntas y explicaciones relacionadas con el problema que permitan a nuestros estudiantes resolverlo.

E17: Pues sí.

E33: Sí, es que a mí no se me ocurre qué más hacer, eso fue lo que escribí, es que uno cuando le dicen orientar piensa en preguntas. Nos toca echarle más cabeza a eso.

En el diálogo anterior se observa que los estudiantes, a pesar de que ven una diferencia con lo preguntado en el instrumento, acuden a las respuestas que dieron allí. Es decir, su respuesta refiere a la orientación del profesor en términos de las preguntas y explicaciones que puede hacer. Sin embargo, no hacen explícitas las características de esas preguntas o de las explicaciones que debe hacer el profesor.

En la sesión número 14, los estudiantes retoman su trabajo con el problema 2 y centran su discusión sobre los valores que darían para determinar el valor máximo de almacenaje. Al respecto, los estudiantes involucran la cantidad de barriles que deberían estar en la bodega y el tiempo que deben permanecer allí. Este hecho se aprecia en el diálogo siguiente:

E17: Entonces nosotros deberíamos suponer eso, digamos que se van a vender tantos y se va... tantos de estos y tantos de los otros...

E33: Pues hay que buscar que el gasto sea máximo ¿sí? Establezcamos más o menos en cuánto tiempo sale... [Lo interrumpe E32].

E32: Por día.

E33: *O digamos por hora, no sé, o sea, sería establecer... [Lo interrumpe E33].*

E17: *Por entrada y salida digamos, no importa si es en una hora o en un minuto, sino por entrada y salida: van a entrar tantos, o sea, salen tantos y entrar tantos, yo creería...*

E30: *Es que lo máximo que puede tener, en un minuto o en lo que sea, es... Ciento cincuenta menos sesenta. ¿Cuánto es?*

E33: *Noventa [lo interrumpe E17].*

E17: *¿Por qué noventa y sesenta?, puede ser cien y cincuenta.*

E30: *El máximo que puede tener, ¿cuál es el máximo que puede tener? Ciento cincuenta, no, el máximo que puede tener... [Lo interrumpe E33].*

E33: *Dentro de la bodega es ciento cincuenta.*

E30: *Entonces sería... mayores que, mayores e iguales que ciento cincuenta.*

E30: *No, no, no. Es que mira.*

E17: *¿De qué habla?*

E30: *¡Del máximo!, yo puedo tener un máximo de doscientos treinta, de quinientos veinte.*

E33: *Pero dependiendo el tiempo, dependiendo del tiempo.*

E30: *No y ni siquiera, o bueno sí, pero, ¿cómo defino yo eso? en un minuto pueden entrar veinte, en dos minutos veinte más, puede entrar veinte en tres minutos... y pueden entrar cinco y en tantos días pueden entrar... [lo interrumpe E32].*

E32: *Bueno supongamos, en una hora o en los minutos, pero tienen que haber veinte y tienen que haber cuarenta ¿cierto? me quedan noventa. Supongamos lo que dice el profesor, supongamos que la tengo llena, que tengo ciento cincuenta, supongamos que tengo ciento cincuenta ¿verdad? Así las cosas, lo máximo que puedo llegar a sacar son noventa para volver a meter noventa ¿sí?, o sea, que serían ciento cincuenta más esos noventa, es lo máximo, es el máximo*

movimiento que yo puedo hacer. En un minuto, en una hora o en lo que sea, es el máximo movimiento que yo puedo hacer.

E33: O sea, siempre tengo que tener sesenta barriles en la bodega.

E30: Mínimo, mínimo.

E32: Como mínimo. Por eso, entonces, este sería el máximo ¿no?

E30: ¡No!, no eso en un minuto, pero ¿y si en el otro minuto haces lo mismo?

E32: Bueno, pues lo multiplico ¿si me entiendes?, pero esa sería mi unidad de máximo.

E17: Espere, despacio, otra vez, otra vez.

E30: Entonces serían ciento cincuenta... [Lo interrumpe E17]

E17: Tienen que haber, tienen que haber ciento cincuenta en la bodega mínimo.

E33: Eso lo da el problema ¿sí?

E17: Tenemos ciento cincuenta, partimos de ciento cincuenta.

El diálogo anterior evidencia que la interacción y la participación de cada uno de los miembros del grupo fue activa. En la discusión se observa que cuando un miembro del grupo interviene, en la mayoría de los casos, lo hace teniendo en cuenta lo que su compañero de equipo ha dicho anteriormente. Además, cuando se interrumpen, los estudiantes tienen en cuenta lo que su compañero de grupo ha dicho y lo complementan, aun cuando el otro no haya terminado de hablar. Este hecho permite inferir que los estudiantes están actuando según algunas actividades de carácter general establecidas en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en ambientes fundamentado en la resolución de problemas. Una de esas actividades es aquella donde los estudiantes buscan que las ideas de todos se incluyan. Otra de esas actividades es escuchar atentamente a los interlocutores para establecer cuándo y cómo deben intervenir.¹¹

¹¹ Ver actividades de carácter general en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas presentadas en el Capítulo 2.

Otro aspecto que se observa en el diálogo anterior es que muchas de las afirmaciones que hacen los estudiantes no solo se basan en la actividad resolutora individual del sujeto, sino en actividad conjunta establecida con un compañero del grupo. Esto permite inferir que, en cierta medida, el grupo G1 ya tiene algunas características de una comunidad de aprendizaje (Wenger, 1998, 2000). En otras palabras, se observa que en este grupo el conocimiento es un acto de participación (Wenger, 1998, 2000).

Con relación a las preguntas presentadas al iniciar el curso, en esta sesión, los estudiantes respondieron lo siguiente:

E30: Yo creo que a lo que hemos dicho siempre sobre la gestión de estos problemas, para mí hay algo nuevo, bueno no sé si sea nuevo, pero es algo en lo que no me había fijado.

E32: ¿Qué? a ver si nos damos cuenta de lo mismo...

E30: Es que yo me he dado cuenta de que el profe siempre nos escucha detenidamente a lo que decimos, y hace caras como si fuera súper interesante lo que decimos, yo no sé si eso sea importante, pero me hace sentir bien poderle expresar lo que pienso con tranquilidad.

E32: Bueno, lo que yo pensaba era parecido. Mejor dicho, para mí lo importante es que el profe siempre pregunta primero ¿cómo vamos?, las dudas o lo que sea, y luego lo que nos dice tiene en cuenta todo lo que hemos dicho.

E30: Sí, eso también, pero es como la manera en que nos escucha... Bueno yo no sé.

E17: Entonces podríamos decir que una cosa importante en la gestión es que nosotros como profes, prestaríamos atención a lo que los estudiantes nos digan sobre el problema y desde allí les daríamos las orientaciones.

E30: Pero no es cualquier orientación.

E33: Sí eso es cierto, no es cualquier orientación, son cosas que realmente ayuden al estudiante: preguntas, observaciones, bueno muchas cosas...

E17: Es que nosotros como resolutores ya hacemos eso, no se han dado cuenta de que ahora nosotros escuchamos más a los demás...

Bueno eso me pasa a mí, yo ahora escucho lo que dice Ximena [E32]...

E33: Lo que pasa es que uno no sabe qué preguntar jajajajaja [ríen todos].

E32: Digamos que con orientaciones que tengan en cuenta lo trabajado y que tengan sentido, o algo así, para nuestros estudiantes.

En el diálogo anterior, los estudiantes manifiestan que un factor que incide en el cambio de sus concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje es la forma y el tipo de orientaciones que da el profesor del curso a los estudiantes. Esto se infiere de la afirmación “es que yo me he dado cuenta de que el profe siempre nos escucha detenidamente a lo que decimos, y hace caras como si fuera súper interesante lo que decimos...” que hace el estudiante E30. Esta inferencia se corrobora cuando E32 dice “para mí lo importante es que el profe siempre pregunta primero ¿cómo vamos?, las dudas o lo que sea y luego lo que nos dice tiene en cuenta todo lo que hemos dicho”.

El diálogo anterior permite inferir que las acciones del profesor del curso afectan la idea de G1 sobre el tipo de orientación que debe hacer el profesor al gestionar el proceso enseñanza-aprendizaje. Esto se puede corroborar cuando E30 asegura que “...pero no es cualquier orientación”, y E33 la complementa diciendo “...no es cualquier orientación, son cosas que realmente ayuden al estudiante: preguntas, observaciones, bueno, muchas cosas”. Incluso se puede establecer que las acciones del profesor son ejemplo para que los estudiantes consideren que existen ciertas formas de proceder para interactuar con los estudiantes y orientarlos. Esto se evidencia cuando E32 dice “... orientaciones que tengan en cuenta lo trabajado y que tengan sentido o algo así para nuestros estudiantes”.

En síntesis, en las declaraciones de estos estudiantes se observa claramente que la interacción con el profesor del curso les ha permitido cambiar sus concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. En particular, consideran pertinente escuchar atentamente a sus estudiantes y generar preguntas acordes con las intervenciones de los mismos y se espera que dichas preguntas ayuden a tomar decisiones con relación a la resolución del problema.

Estas dos formas de actuar que los estudiantes para profesor consideran importante involucrar en su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje están relacionadas, como se mencionó en el Capítulo 3, con dos destrezas fundamentales de la competencia docente “mirar profesionalmente” (Jacobs et al., 2010; Llinares, 2013a; Philipp et al., 2014).

Si se comparan estas respuestas con las dadas por G1 inicialmente, se aprecian cambios en su forma de concebir la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. En esencia, esto pasa porque en sus primeras respuestas no había declaración concreta sobre las acciones del profesor, mientras que estas es posible relacionarlas con referentes teóricos. Además, también se puede inferir que un factor determinante para este cambio son las actividades de gestión del conocimiento matemático utilizadas por el profesor del curso.

En la sesión 17, los miembros del grupo G1 discuten sobre su experiencia con ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas, ya sea como estudiantes o como profesores. Además, en esta sesión los estudiantes amplían las respuestas que han dado a las preguntas propuestas en la primera sesión. En la discusión sobre su experiencia con la resolución de problemas, los estudiantes mencionan sus dificultades tanto en su rol de estudiantes como en su rol de profesores. De igual manera, se observa que cuando hablan de cambios, un factor que consideran incide son las acciones del profesor del curso.

E17: La verdad, yo no pensaba darles a mis estudiantes clase con resolución de problemas.

E30: Yo tampoco.

E33: ¿Por qué no?

E17: Porque uno sentía que le quedan muchos vacíos conceptuales, por ejemplo... [La interrumpe E30].

E30: Digamos, esto que está haciendo el profesor ¿Quién lo había hecho antes? Uno antes se iba con los problemas y ¿quién le institucionalizaba a uno los problemas?

E32: Nadie.

E17: ¡Nadie! O sea, uno decía lo que decía, y daba por hecho que lo que contestaba estaba bien.

E32: Y uno se quedaba sin saber si quedaba bien, quedaba mal o si faltaba.

E17: Por ejemplo, el profesor ahorita nos dice: “no, mire que pasa esto, esto...” pero si el profe se hubiera ido y no nos dice nada, nosotros nos hubiéramos quedado con lo que expusimos o hablamos y ¡ya! Hasta ahí hubiéramos llegado.

E33: Es cierto, y para nosotros como estudiantes eso hubiera sido...

E32: Verdadero y estaría bien.

E17: Verdadero y bien. Y hasta ahí hubiéramos llegado.

E33: Y eso suele pasar. ¡Bueno! Eso ha pasado en todos los demás espacios.

E32: Y nos quedan vacíos conceptuales, a uno le quedan vacíos conceptuales.

E33: Eso es lo que me gusta del profe de ahora. Él nos pregunta y sus preguntas hacen que uno se dé cuenta de sus errores.

E17: Con esa forma de preguntar y hablar con los grupos, yo sí le haría a la resolución de problemas.

E30, E32 y E33: Bueno, y si uno puede le agrega más vainas, pero por ahora uno diría que eso que hace el profesor es la manera más clara de ayudar a que no queden vacíos.

E17, E30 y E32: Síííí.

En el diálogo anterior, los estudiantes para profesor manifiestan su intención inicial de no acudir como profesores a ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas. Esta consideración la basan en su experiencia como estudiantes, pues identificaron algunas dificultades por parte de sus profesores para gestionar el conocimiento matemático y la institucionalización.

En el diálogo se observa que al cambiar su concepción sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, los integrantes del G1 reconsideran su postura de no trabajar en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas. Este cambio se facilita, primordialmente, por las

posibilidades de gestión del conocimiento matemático que identificaron en el profesor del curso. Esto se infiere de las manifestaciones de los estudiantes sobre la forma de trabajar del profesor con los grupos y a la manera como fórmula preguntas. En otras palabras, cuando manifiestan sus reflexiones acerca de la competencia docente del profesor del curso.

Una conclusión que se desprende de lo anterior es que la competencia docente de su actual profesor es un factor que incide en los cambios de concepción de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En la sesión número 30, los estudiantes trabajan alrededor de la modificación de las variables didácticas de un problema de los dos presentados al iniciar el curso. Este trabajo les exige, entre otras cosas, reflexionar sobre el concepto que desean que comprendan sus futuros estudiantes y las condiciones que consideran deben tener sus nuevos problemas para desarrollar dichos conceptos.

En esta sesión, G1 decide modificar las variables didácticas del primer problema. Para realizar esta tarea revisan el proceso y la solución que establecieron al problema, lo cual consideran les permite identificar, fácilmente, dichas variables. Al examinar el proceso y la solución del problema acuden a una nueva estrategia de revisión. Esta nueva estrategia consiste en imitar el proceso que el profesor del curso lleva a cabo cuando interactúa con los pequeños grupos de trabajo. Es decir, desean generar preguntas que permitan verificar tanto el camino de solución como la solución que dieron. Esto se evidencia en el siguiente diálogo:

E17: El problema de la viga ya lo revisamos.

E33: Revisemos el proceso, mejor, revisemos el camino de solución y la solución que le planteamos a ese problema.

E17: Yo creo que ya está bien.

E30: mmm la verdad sé que nos hace falta, pero ¿cómo lo revisamos? ¿Leemos y ya?

E33: Deberíamos hacer algo diferente para revisar.

E30: ¿Cómo qué?

E33: Yo recuerdo que el profe nos hizo unas preguntas cuando miramos el camino de solución del problema de la bodega [problema 2] y responder esas preguntas nos permitió ver errores en la solución e incluso en el camino que tomamos. Hagamos algo similar.

E32: Me parece chévere la idea, si quieren yo hago las preguntas.

E17, E30, E33: Listo profe jejeje [ríen todos].

En el diálogo anterior, los estudiantes para profesor establecen una estrategia de revisión del camino de solución y de la solución del problema que se fundamenta primordialmente en el tipo de interacción que ellos han tenido con el profesor del curso. Se observa que han centrado su mirada en la capacidad que tiene el profesor para generar preguntas que permitan a los estudiantes identificar errores o aciertos en la solución que han establecido al problema, teniendo en cuenta las manifestaciones de los integrantes de los grupos.

Es posible inferir, con lo descrito anteriormente, que los estudiantes consideran importante en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje que el profesor identifique elementos matemáticos que son relevantes tanto en la resolución del problema como en las estrategias utilizadas por los estudiantes. Además, les parece indispensable que identifique dichos elementos a partir de la interacción con sus estudiantes. Esta acción, en términos de Llinares (2015), le permite al profesor estar en mejores condiciones para interpretar su aprendizaje y tomar decisiones interaccionales pertinentes.

Una vez el grupo G1 asume la estrategia acordada, decide que E32 sea quien se encargue de formular las preguntas que permitan examinar la solución propuesta. De esta manera, E32 empieza a formular preguntas que, según su criterio, permiten efectuar dicha revisión. Sin embargo, por la reacción de los otros integrantes de G1, el impacto no es el esperado. Esto se puede observar en el siguiente diálogo.

E33: Bueno, recuerden que lo que pasaba aquí [señala el cuaderno] es que nosotros siempre asociábamos la proporcionalidad con la suma, entonces después dijimos, miremos a ver qué pasa con la resta.

E32: Espera, eso que hicimos, eso que miramos, finalmente por qué nos quedó R [resistencia] sobre ¿quién? sería acá [señala el cuaderno] ¿sobre K?

E30: No, sobre el ancho.

E17: Sobre el ancho lo dejamos, pero podríamos haberlo dejado sobre la altura.

E33: Bueno, en realidad pasamos a un cociente porque el profe nos hizo pensar en un producto. Recuerden que revisamos el enunciado del problema y con algo que nos dijo establecimos que R era igual a un K por h a la dos por el ancho... entonces de ahí sale el cociente.

E17: Pero el uno no es tan fácil de ver.

E32: ¿Por qué?

E30: Porque no es tan fácil de ver.

E32: Mmm.

E33: Pero con el profe, en ese momento, dijimos que uno puede establecer que cuando K es igual a uno. Es un caso particular, pero con que resolvamos para ese resuelvo todos los demás. Por ejemplo, para cuando K sea igual a dos, pues es la misma vaina, pero con dos.

E17: En ese momento todos me dijeron resistencia no podía ser igual a uno por las otras dos. [Al respecto] yo les dije multipliquemos uno por la altura y el ancho. ¡Ah, si ven!

E30: Pero no sabías por qué.

E33: Bueno sigamos. Entonces, luego de hacer lo del k igual a uno, relacionamos el diámetro del tronco de forma cilíndrica con la diagonal de la viga y de allí expresamos el ancho en términos de la altura.

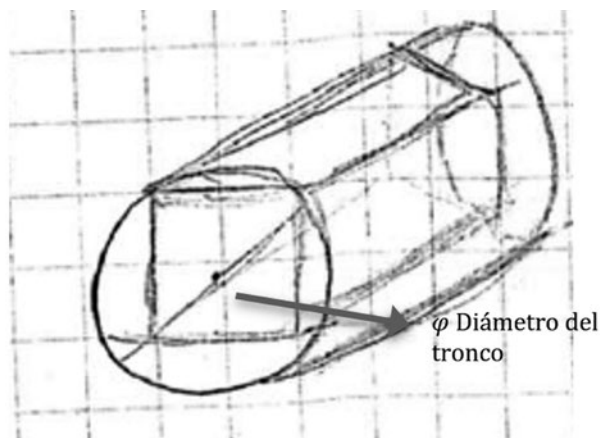
E30: Usando Pitágoras.

E32: ¿Por qué pudimos hacer eso?

E17 y E30: Por las condiciones que nos daba el problema.

E32: Yo entiendo, pero, por ejemplo, en el dibujo que yo hice [muestra a sus compañeros la figura 6], el diámetro no me da exactamente igual a la diagonal de la viga.

Figura 4.3. Dibujo hecho por el estudiante E32 con la información del problema 1.



Fuente: Tomado de la investigación.

E30: Bueno, es que ese dibujo no es que esté muy bien hecho.

E17: Es verdad, tiene un problema como de perspectiva.

E33: A mí lo que me preocupa es que tengas esas dudas. ¿Tú recuerdas lo que en ese momento nos preguntaron?

E32: ¿Qué?

E30: ¿Cuántas magnitudes hay en juego ahí?

E32: ¿Cuántas qué?

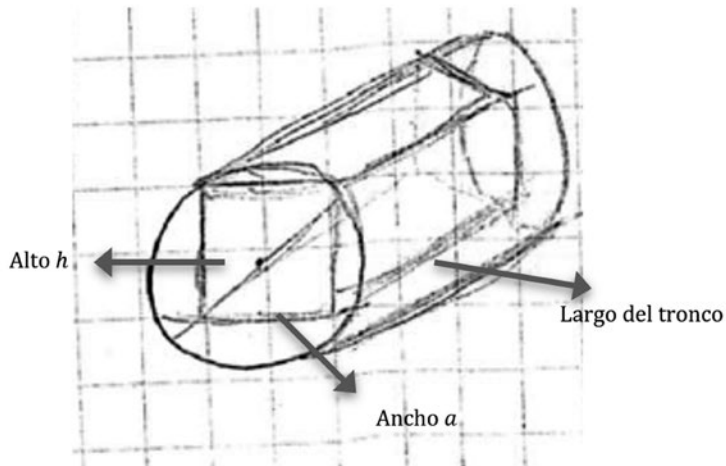
E33: Magnitudes hay en juego. ¿Cuántas?

E32: Ancho, largo y alto

E33: ¿Cuál es el largo?

E32: Lo de allá, digamos [señala el largo indicado en la figura 4.4].

Figura 4.4. Magnitudes establecidas por E32 en su dibujo sobre las condiciones del problema.



E33: ¿Y los de allá? [Señala el alto y el ancho indicados en la figura 4.4].

E32: Los de allá [señala nuevamente el alto y el ancho indicados en la figura 4.4]. Alto y ancho.

E33: ¿Si yo cambio el ancho, no cambia el...?

E32: El largo.

E30: Y cambia el ancho, ¿verdad?

E33: ¡Sí, claro! Y esas son las dos magnitudes a las que se refieren en el problema. La que acabas de decir que están relacionadas.

E32: Ah, entiendo

E30: Por eso trabajamos con la altura y el ancho.

E33: ¡Exacto! Trabajamos con alto y ancho.

E32: Bueno, entonces... tenemos... que si el largo aumenta...

E30: El ancho disminuye.

E32: Si el ancho aumenta, el largo disminuye. Esto pasa porque estamos en una circunferencia. Ahora todo es claro, era una bobada y no me había dado cuenta.

E17: Yo sí me di cuenta de algo.

E30, E32 y E33: ¿De qué?

E17: De que quien terminó haciendo preguntas y orientando para que tú entendieras fue Fabián [E33].

E32: Es cierto, la verdad es que pensaba que mis dudas servirían como preguntas para aclarar el proceso de todos.

E17: Puede que sí, pero si ninguno de nosotros hubiese entendido o tuviese claridad, nos hubiéramos estancado.

E30: Es claro que el que pregunta tiene que saber o conocer más.

E17: Sí, porque si no, pasa lo de ahora. Si uno pregunta y el estudiante sabe más que uno, pues le termina dando cátedra y uno callado.

E32 y E33: Jajajaja.

En el diálogo anterior, se puede observar que los estudiantes son conscientes del cambio de rol que se presentó a lo largo de la interacción. También se aprecia que este cambio de rol generó reflexiones sobre las preguntas y las claridades que debe tener quien las hace. Esto se evidencia cuando E32 explica que sus preguntas para orientar el trabajo se basan en sus propias dudas y otro miembro del grupo manifiesta que puede ser útil, pero no suficiente. Incluso la importancia del conocimiento de quien plantea las preguntas se evidencia cuando E30 afirma que “es claro que el que pregunta tiene que saber o conocer más”.

De la afirmación de E30 y del consentimiento de los otros de la misma, se infiere que G1 considera necesario para gestionar el conocimiento matemático que el profesor tenga un dominio de conocimientos. Sin embargo, E30 no detiene su reflexión allí y se empieza a manifestar acerca del objetivo de las preguntas efectuadas por E33. Esto se evidencia en el siguiente diálogo:

E30: Pero es más que eso, si se dieron cuenta E33 le hacía preguntas para que viera la relación que necesitaba. Es decir, entre el ancho y la altura.

E33: Bueno era porque eso era lo que necesitábamos y ya lo habíamos hecho.

E30: Por eso, no eran preguntas al azar, estaban pensadas para que el otro viera lo que usted ya había visto.

E17: Es cierto, preguntaste lo que preguntaste porque ya sabías que podía pasar. Porque ya lo habías trabajado.

E32: Es decir que el profe ya habrá trabajado todos los problemas y por eso sabe qué preguntar.

E30: Puede ser, aunque yo creo que en todos los casos interpreta lo que uno responde. Como hizo E33 con E32. Tenía en cuenta las respuestas para seguir preguntando.

E17: Eso es cierto. Bueno lo claro, por ahora, es que le toca preguntar a E33.

Cuando E30 afirma: “pero es más que eso, si se dieron cuenta, E33 le hacía preguntas para que viera la relación que necesitaba. Es decir, entre el ancho y la altura” está dando a entender que hay algo más de fondo en la manera como se establecieron las preguntas. Esto se corrobora cuando dice “yo creo que en todos los casos interpreta lo que uno responde. Como hizo E33 con E32. Tenía en cuenta las respuestas para seguir preguntando”. Además, esta afirmación y la respuesta “eso es cierto” dada por E17, permite inferir que los estudiantes para profesor no solo están haciendo alusión al conocimiento matemático del profesor. Al parecer, también, hacen referencia al conocimiento que debe tener para dotar de sentido la respuesta de un estudiante.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede inferir que el ambiente de aprendizaje propuesto a los estudiantes les ha permitido generar reflexiones sobre el conocimiento que el profesor debe tener para gestionar conocimiento matemático de sus estudiantes. En este caso, les ha permitido centrar la mirada en dos dominios de este conocimiento. El dominio vinculado con el conocimiento matemático y el relacionado con el conocimiento sobre el razonamiento de los estudiantes (Linares, 2013b, 2015a).

Otro aspecto importante es que este ambiente les ha permitido tomar conciencia sobre la importancia que el profesor articule estos dos dominios de conocimiento para orientar a sus estudiantes. En otras palabras, este ambiente de aprendizaje permite que los estudiantes para profesor reflexionen sobre

el conocimiento necesario para examinar la lógica del pensamiento matemático de los estudiantes y determinar si sus resoluciones son adecuadas desde el punto de vista de las matemáticas (Llinares, 2013a, 2015a, 2015b).

En la sesión número 48 los estudiantes del curso debían revisar, nuevamente, los problemas que crearon; la secuencia de actividades que propusieron y las acciones que consideraron asociadas a la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. Los integrantes del grupo G1 centran su discusión sobre su experiencia en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje llevado por ellos mismos. Esto se aprecia en el diálogo siguiente:

E33: Yo quiero decir algo con eso de la gestión que se debe hacer con los problemas que pensamos.

E17, E30 y E32: ¿Qué?

E33: Es que desde hace rato que decidimos que uno de nosotros haría preguntas para que los demás miráramos cómo estaban los procesos de solución a los problemas. Además, con los trabajos que nos ponen en el curso sobre los problemas, la planeación, la gestión y todo eso... Yo siento que a uno le toca muy duro.

E17, E30 y E32: Jajajaja.

E33: Es cierto, sin mentirles las veces que me tocó a mí, me tocó estudiar mucho para poder imaginarme qué preguntar, pero no solo estudiar las soluciones o pensarlas. También tuve que pensar en qué decirles para que se pillaran las cosas.

E30: Es verdad, cuando me tocó a mí, lo primero que recordé fue lo que le pasó a Ximena [E32].

E32: No pues gracias...

E30: En serio, pensaba que, si yo iba a hacer preguntas para que pudiéramos avanzar, me tocaba tratar de resolver el problema primero y no traerles aquí mis dudas. Cuando vi como posibilidades de solución y luego me di cuenta de que esa era la forma, pues me tranquilicé. Además, me había puesto una meta.

E33: Sí, pero eso no es suficiente porque uno se puede dar cuenta de cuál es la solución, incluso lo puede tener resuelto, pero usted

[se refiere a E30] *me hizo una pregunta y se fue por un lado que yo no había pensado y me tocó meterle mente a eso para decirle algo.*

E32: Miren, yo creo que un profesor, mejor dicho, nosotros debemos ser capaces de proponerle a los chinos un problema y de pensar posibles preguntas de ellos. Sin embargo, puede que no hagan ninguna de las preguntas que a uno se le ocurrieron, pero uno debe poder tomar lo que ellos dicen y orientar o hacer algo basado con lo que el chino dijo.

E17: Eso es claro para nosotros, es lo mismo que hace el profesor con nosotros. Sin embargo, me parece que lo que ellos dicen es que precisamente eso requiere más estudio, mucha más planeación. Es que es saber matemáticas o bueno lo que uno esté trabajando y a la vez saber qué decir y cómo decirlo, teniendo en cuenta los que el chino ha hecho.

E30 y E33: Exacto.

E17: Y eso que no hemos metido lo de los tipos de problemas y las otras cosas que tiene uno que pensar durante la clase.

E33: Sí, porque aquí yo solo estaba hablando de lo mucho que me tocó estudiar para preparar cómo iba a hablar y qué iba a preguntar.

E30: Pues nos tocaría escribir como en detalle qué queremos que haga el profesor en términos de la orientación.

E17: Que estudie, que sepa muchas matemáticas y que sepa cómo tener en cuenta lo que sabe el chino para orientarlo.

E33: Algo así, pues lo escribimos bonito, pero es algo así.

En el diálogo anterior se evidencia que los estudiantes reflexionan sobre la exigencia que tiene un profesor cuando orienta a sus estudiantes. Esto se confirma cuando E17 dice "...es que es saber matemáticas o bueno lo que uno esté trabajando y a la vez saber qué decir y cómo decirlo teniendo en cuenta los que el chino ha hecho". En este caso, E17 está haciendo alusión a la actividad del profesor para entender y analizar el pensamiento de sus estudiantes teniendo en cuenta su conocimiento.

E17 y sus compañeros, con sus afirmaciones, están haciendo referencia a que la actividad del profesor va más allá de usar su conocimiento para indicarle al estudiante cuál es el error de su respuesta. De hecho, se dan cuenta

de que las afirmaciones o preguntas de los estudiantes son para el profesor fuente de información sobre el aprendizaje de estos. En otras palabras, están vinculando la gestión del conocimiento matemático con aspectos de la competencia “mirar profesionalmente”. En particular, del diálogo se infiere que los estudiantes toman conciencia de que para ver el pensamiento matemático de los estudiantes se debe determinar de qué manera las respuestas de los estudiantes tienen algún sentido desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas (Sánchez-Matamoros, Fernández, y Llinares, 2014).

Cuando E17 manifiesta: “eso que no hemos metido lo de los tipos de problemas y las otras cosas que tiene uno que pensar durante la clase”, y E33 complementa afirmando “Sí, porque aquí yo solo estaba hablando de lo mucho que me tocó estudiar para preparar cómo iba a hablar y qué iba a preguntar”, se observa que los integrantes del grupo G1 tienen claro que la gestión del profesor no solo está relacionada con aspectos de la competencia “mirar profesionalmente”.

De lo anterior y de la afirmación “y las otras cosas que tiene uno que pensar durante la clase” se infiere que los estudiantes reconocen la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje como una competencia multifuncional. En donde hay actividades vinculadas a la gestión del conocimiento matemático (Perrin-Glorian, 1999; Llinares, 1999) y tareas de tipo general (Doyle, 1986; Llinares, 1999) expuestas en el Capítulo 2 de esta investigación.

Ahora bien, cuando E33 habla de la tarea de preparar las preguntas para orientar a sus compañeros, luego dice que “con los trabajos que nos ponen en el curso sobre los problemas, la planeación, la gestión y todo eso”, y concluye “a uno le toca muy duro”, se infiere que el diseño del ambiente de trabajo impacta notablemente su trabajo y sus reflexiones de los estudiantes. Esto se puede corroborar cuando E33 afirma “...es que desde hace rato que decidimos que uno de nosotros haría preguntas para que los demás miráramos cómo estaban los procesos de solución a los problemas”. Esta estrategia modificó sus formas de comportamiento en sus actuaciones e interacciones y se desprendió de la tarea planteada sobre la modificación de las variables didácticas de uno de los problemas.

En síntesis, en el diálogo anterior se aprecia que los estudiantes para profesor del grupo G1 cambian sus concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, vinculándola con la competencia “mirar profesionalmente”, y que estos cambios obedecen, entre otras cosas, a la incidencia que ha tenido en ambiente de aprendizaje propuesto en cada una de sus reflexiones, en

particular, la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje del profesor del curso y las actividades propuestas al interior del espacio de aprendizaje.

Como se estableció en el Capítulo 3, los resultados del análisis de esta viñeta responderán la segunda pregunta de investigación presentada en este informe. Es decir, darán respuesta a la pregunta ¿qué factores apoyan o limitan el cambio de concepciones de los estudiantes para profesor? En principio, puede afirmarse que, efectivamente, dan respuesta a la pregunta en tanto se obtuvo que los cambios en las concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje son similares a los que se encontraron al contrastar las viñetas 1 y 2. Sin embargo, el resultado más relevante es que se establecieron con claridad los factores que facilitaron o entorpecieron dichos cambios.

Por ejemplo, en esta viñeta se obtuvo que los estudiantes reconsideraron su postura inicial de no trabajar en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas. Este cambio obedeció, primordialmente, en las posibilidades de gestión del conocimiento matemático que identificaron en el profesor del curso. Esto se obtuvo del análisis de las manifestaciones de los estudiantes sobre la forma de trabajar del profesor con los grupos, y a la manera como él formula preguntas. De esta situación se concluyó que un factor que apoyó este cambio es la competencia docente de su profesor.

En esta viñeta se obtuvo, como ocurrió en el contraste entre las viñetas 1 y 2, que los estudiantes concebían inicialmente la gestión como aquella en donde se destacaban a lo más dos actividades. Finalizando las sesiones se encontró que la concibieron como una competencia multifuncional que involucraba actividades de carácter general y actividades asociadas a la gestión del conocimiento matemático. Un resultado revelador es que se logró establecer que uno de los factores que favoreció este cambio estaba relacionado con las acciones del profesor para interactuar con los estudiantes y orientarlos. Esto se debió básicamente a que fueron tomadas como ejemplo de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje por parte de los estudiantes del curso. Una afirmación que ilustra y corrobora la inferencia fue dada por E30, quien aseguró que "...no es cualquier orientación".

Los cambios asociados a la incorporación de nuevas actividades en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje del profesor fueron identificados en esta viñeta. El factor que favoreció estos cambios fue la capacidad del profesor para generar preguntas que permitieran establecer errores o aciertos en la solución de los problemas. Además, teniendo en cuenta las manifestaciones de los estudiantes.

En esta viñeta también se encontró que los estudiantes establecieron actividades de la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje relacionadas con la gestión del conocimiento matemático. Sobre algunas de estas actividades, manifestaron que van más allá de usar su conocimiento para indicarle al estudiante cuál es el error de su respuesta. Un factor que favoreció este cambio fue el darse cuenta de que las afirmaciones o preguntas de los estudiantes eran para el profesor fuente de información sobre el aprendizaje de los mismos. Por esta razón, vincularon la gestión del conocimiento matemático con aspectos de la competencia “mirar profesionalmente”. Este cambio también obedece, entre otras cosas, a un factor vinculado a las características del ambiente de aprendizaje y a las tareas propuestas al interior del este ambiente.

Capítulo 5

Resultados de la investigación

El desarrollo de esta investigación generó retos importantes, tanto en la dimensión teórica como en los aspectos metodológicos. Una fortaleza de este trabajo es la articulación lograda entre estas dos dimensiones, pues la claridad teórica sobre las ideas de competencia, creencia, concepción y gestión permitió que fuese posible identificar en las acciones, interacciones y otras actividades de los estudiantes para profesor, sus concepciones acerca de su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje

En este capítulo se abordará, en primer lugar, un resultado importante en términos teóricos que está relacionado con la caracterización final que se establecieron a las ideas de competencia, gestión, concepción y creencia. En segundo lugar, se dará respuesta a las preguntas de investigación. Dicha respuesta se afínca en los planteamientos teóricos expuestos en este trabajo y los presentados por Llinares (2000, 2015a), Pehkonen y Furinghetti (2001), Pehkonen (2004), D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004). Finalmente, en el apartado de síntesis y observaciones finales, se expondrán algunos elementos que se consideran importantes en tanto generan reflexiones didácticas en torno a la formación de profesores y, a la vez, se sugieren algunas posibilidades de investigación que se pueden suscitar con este trabajo.

Caracterizaciones teóricas establecidas en esta investigación

En esta investigación se presentaron y desarrollaron ideas teóricas que le dieron sustento. En todos los casos, se decidió hacer una revisión bibliográfica que mostrara las diversas definiciones y/o caracterizaciones que se dieron sobre estas ideas en diferentes momentos a lo largo del tiempo. A partir de esta revisión, se estableció una caracterización que se consideró vigente, acertada y lo más completa posible. Como resultado de esta investigación, se presentan las caracterizaciones de competencia, gestión y concepción,

las cuales consideraron fundamentales para la toma de decisiones frente a la información obtenida y el análisis de los datos.

El término competencia, dada su complejidad, requirió una revisión exhaustiva. Sin embargo, una vez expuestas las diversas caracterizaciones sobre el mismo, y teniendo en cuenta lo presentado por Rodríguez (2007) y D'Amore, Godino y Fandiño-Pinilla (2008), en esta investigación se caracterizó la competencia como aquella donde se vinculan tres tipos de saberes: 1) un saber asociado a conocimientos teóricos o proposicionales que relacionan contenidos diferentes; 2) un saber relacionado con un conocimiento práctico que permita el desarrollo de las habilidades y destrezas necesarias para ejecutar diferentes acciones, y 3) un saber asociado a un conocimiento del conjunto de normas, valores, actitudes y circunstancias que permitan interactuar con éxito en el medio social. El vínculo entre estos saberes debe permitir que se identifiquen debilidades con relación a los conocimientos involucrados y el deseo de aumentar la competencia.

La caracterización de competencia, presentada en el párrafo, permitió establecer que la gestión es una competencia. Con base en este hecho, y la revisión sobre la gestión en el aula, en esta investigación se generó la caracterización sobre gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

En esta investigación, el constructo teórico gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en aulas de matemáticas se asumió como una competencia del profesor de matemáticas que involucra múltiples actividades. Estas actividades, que en su mayoría surgen en el contexto del aula, al igual que en Llinares (2000), se dividieron en dos grandes grupos: 1) las actividades de carácter general, y 2) las actividades consideradas específicas del contenido matemático.

Dicho constructo fue fundamental en esta investigación porque, al considerar la gestión una competencia del profesor de matemáticas que involucra múltiples actividades, se podía encontrar en la información datos asociados a este término que no solo estuviesen relacionados con las declaraciones explícitas de los estudiantes sobre esta idea, sino también en sus acciones y descripciones sobre su práctica docente (actual o futura).

Finalmente, otra caracterización que se destaca en esta investigación es la de concepción. Vale la pena recordar que, en esta investigación, las concepciones se centran en el componente cognitivo de las creencias. Esto quiere

decir, como se explicó en el Capítulo 2, que las concepciones de un individuo son generalmente conscientes, y él/ella es capaz de razonar acerca de estas (Furinghetti y Pehkonen, 2002; Pehkonen, 1994, 2006). En términos de Pehkonen (2006), las concepciones son un subconjunto de las creencias, es decir, son creencias conscientes.

Considerar las concepciones como creencias conscientes fue primordial en esta investigación, pues en aquellos datos en donde se evidenciara la toma de conciencia por parte de los estudiantes para profesor sobre la gestión, se podía establecer como una concepción.

Respuestas a las preguntas de investigación

La primera pregunta formulada en esta investigación es: ¿Qué cambios se han producido, al finalizar un curso de formación de profesores, en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas? La respuesta a esta pregunta se obtuvo primordialmente al contrastar los resultados de la viñeta 1 y la viñeta 2.

El contraste entre estas dos viñetas arrojó como resultado primordial que sí se dieron cambios en las concepciones de los estudiantes sobre su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. Este hecho es una muestra de que, en un curso de formación de profesores, es posible generar cambios en las concepciones de los estudiantes, corroborando los resultados obtenidos por Pehkonen (1994), Pehkonen y Törner (1999), D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004) y Akinsola (2009), entre otros.

Ahora bien, sobre qué cambios se produjeron en las concepciones de los estudiantes, se obtuvo que un primer cambio está relacionado con el número y el tipo de actividades que los estudiantes concebían como aquellas que hacían parte de la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. Como se mencionó en el Capítulo 4, los estudiantes en un principio consideraban que un máximo de tres actividades o acciones del profesor estaban relacionadas con la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, al finalizar el curso de formación, los estudiantes la conciben como aquella que involucra múltiples acciones relacionadas con la gestión del conocimiento matemático y con actividades de carácter general.

Dentro de las actividades que los estudiantes para profesor mencionaron con mayor frecuencia, están la interacción con los estudiantes y la gestión del conocimiento matemático involucrando habilidades relacionadas con la competencia docente “mirar profesionalmente”. De igual manera, las actividades de carácter general que más mencionaron fueron: la organización de los grupos, escuchar a los estudiantes, propiciar ambientes de trabajo agradables, el manejo del tiempo y la organización de las discusiones. En síntesis, al finalizar la intervención, los estudiantes lograron concebir su gestión como una competencia que involucra tareas de diferente índole, unas de carácter general, y otras consideradas propias de la gestión del conocimiento matemático.

Otro de los cambios en las concepciones que arrojó esta investigación es la complejidad que adquirieron los estudiantes para referirse a las actuaciones del profesor con relación a su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en ambientes fundamentados en la resolución de problemas. Por ejemplo, al iniciar el curso, los estudiantes mencionaban la guía del profesor sin explicitar en qué consistía o cómo se hacía; al finalizar, se referían a la guía del profesor centrando su atención en diversos aspectos. Dentro de los aspectos que más mencionaron y relacionaron con la guía del profesor, se destacan el tipo de preguntas, la interacción del profesor con sus estudiantes teniendo en cuenta sus discusiones y procesos, la capacidad del profesor para prever el tipo de recomendaciones que debe hacer, el conocimiento matemático que requiere para orientar los caminos de solución y la calidad de las observaciones para generar aprendizajes.

La complejidad en su mirada sobre las tareas del profesor en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje también se evidenció en aquellas como el diseño de los problemas, la organización de los estudiantes, la forma como debía observar el trabajo de los grupos, las características de las preguntas que debía formular y la manera de escuchar a los estudiantes. En resumen, los estudiantes para profesor ampliaron el número de actividades (tareas) que involucraba su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje y complejizaron su mirada sobre cada una de estas tareas.

La segunda pregunta formulada en esta investigación fue: ¿Qué factores apoyan o limitan el cambio de concepciones de los estudiantes para profesor? Un resultado importante que arrojó esta investigación es que los cambios en las concepciones de los estudiantes para profesor, obedecieron primordialmente a elementos propios del curso. Por ejemplo, el factor que incidió

para que los estudiantes consideraran la posibilidad de trabajar en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas fue la competencia docente de su profesor que dirigía el curso.

Otro factor que generó cambios en la concepción de los estudiantes con relación a la incorporación de una mayor cantidad de actividades en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, fue la capacidad del profesor para generar preguntas que permitieran establecer errores o aciertos en la solución de los problemas. En esencia, esta investigación arrojó que el profesor del curso y la manera como orientó el mismo fue un factor que favoreció los cambios en las concepciones de los estudiantes sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

Finalmente, a partir del análisis de los datos también se concluyó que otro factor que favoreció cambios en las concepciones sobre la gestión fue el diseño del ambiente de aprendizaje y las tareas o actividades propuestas. En particular, favoreció el cambio de concepciones a favor de vincular a la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje tareas relacionadas con la gestión del conocimiento matemático.

Síntesis y observaciones finales

Los datos expuestos y analizados en esta investigación indican que es posible generar cambios en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en ambientes fundamentados en la resolución de problemas. Estos cambios están relacionados, primordialmente, con el número de tareas que vinculan a esta competencia, y aún más, con la complejidad con que miran y se refieren a cada una de estas tareas o actividades. También, a raíz de esta investigación, fue posible establecer que los factores que favorecieron estos cambios son el profesor y el diseño del ambiente de aprendizaje.

Aunque tanto en las declaraciones de los estudiantes como en sus actuaciones se evidenciaron aspectos que podían vincularse con la competencia “mirar profesionalmente”, no es correcto suponer que dicha competencia se desarrolló en estos estudiantes, pues como lo establecen Jacobs *et al.* (2010), Llinares (2013b, 2015b), entre otros, desarrollar esta competencia requiere tiempo y de actividades diseñadas explícitamente para ello. Sin embargo, al igual que Amador (2016) se considera que este tipo de ambientes

de aprendizaje y las reflexiones que en el mismo se lograron permiten un primer acercamiento de los estudiantes con habilidades asociadas a la competencia “mirar profesionalmente”.

En términos más generales, se considera que esta investigación aporta elementos didácticos y metodológicos que permiten repensar los procesos de enseñanza-aprendizaje en la formación de profesores, en tanto ponen en el horizonte didáctico formas alternativas de intervención en el aula de matemáticas que necesariamente deberían considerar aspectos relacionados con la resolución de problemas y la constitución de comunidades de práctica.

Los resultados de esta investigación arrojan elementos que contribuyen a la construcción de currículos y materiales curriculares que consideren la perspectiva de ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas para formar profesores de matemáticas. Finalmente, esperamos que estos resultados puedan alimentar los currículos de los programas de formación inicial de docentes de matemáticas, en tanto aportan elementos que permiten pensar en derrotar el prejuicio o la creencia de que la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje solo está relacionada con tareas de carácter general como la organización de los estudiantes.

Referencias bibliográficas

Abelson, R. P. (1986a). Beliefs Are Like Possessions. *Journal for the Theory of Social Behaviour*, 16(3), 223-250. Recuperado de: <https://doi.org/10.1111/j.1468-5914.1986.tb00078.x>

Abelson, R. P. (1986b). Beliefs Are Like Possessions. *Journal for the Theory of Social Behaviour*, 16(3), 223-250. Recuperado de: <https://doi.org/10.1111/j.1468-5914.1986.tb00078.x>

Abreu, G. J., Bishop, A., y Pompeu, G. (1997). What children and teachers count as mathematics. En P. Bryant y T. Nunes (Eds.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective* (pp. 223-264). Boston: Psychology Press.

Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F. L. y Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 359-381.

Ah, I., Mok, C., y Clarke, D. J. (2015). The Contemporary Importance of Triangulation in a Post-Positivist World: Examples from the Learner's Perspective Study. En A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping, y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 403-425). Dordrecht: Springer Netherlands. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6>

Ajzen, I., y Fishbein, M. (2005). The influence of attitudes on behavior. En D. Albarracín, B. T. Johnson, y M. P. Zanna (Eds.), *The handbook of attitudes* (pp. 173-221). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Akinsola, M. K. (2009). Comparison of Prospective and Practicing Teachers' Mathematics Efficacy Beliefs Regarding Mathematics Teaching and Classroom Management. En J. Maaß y W. Schölglmann (Eds.), *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education. New Research Results* (pp. 119-130). Rotterdam: Sense Publishers.

Amador, J. (2016). Professional Noticing Practices of Novice Mathematics Teacher Educators. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(1), 217-241. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/s10763-014-9570-9>

Amador, J. M., y Carter, I. S. (2016). Audible conversational affordances and constraints of verbalizing professional noticing during prospective teacher lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9347-x>

Amador, J., y Weiland, I. (2015). What Preservice Teachers and Knowledgeable Others Professionally Notice during Lesson Study. *Teacher Educator*, 50(2), 109-126. Recuperado de: <https://doi.org/10.1080/08878730.2015.1009221>

Bagley, W. C. (1907). *Classroom management: its principles and technique* (1a ed.). New York: The Macmillan Company. Recuperado de: <http://babel.hathitrust.org/cgi/pt?id=uc1.31158006836489;view=1up;seq=7>

Ball, D. (2000). Intertwining Content and Pedagogy in Teaching and Learning To Teach, 51(3), 241–247. Recuperado de: <https://doi.org/10.1177/0022487100051003013>

Ball, D., y Forzani, F. M. (2009). The Work of Teaching and the Challenge for Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, 60(5), 497-511. Recuperado de: <https://doi.org/10.1177/0022487109348479>

Ball, D. L., Bass, H., Delaney, S., Hill, H., Lewis, J., Phelps, G. y Zopf, D. (2005). Conceptualizing mathematical knowledge for teaching. En *Annual meeting of the American Educational Research Association*. Montréal, Quebec.

Ball, D. L., y Cohen, D.K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. En G. S. and L. Darling-Hammond (Ed.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3-32). San Francisco: Jossey-Bass. Recuperado de: <http://eric.ed.gov/?id=ED431368>

Ball, D. L., y Hill, H.C. (2009). The Curious -and Crucial- Case of Mathematical Knowledge for Teaching. *Phi Delta Kappan*, 91(2), 68-71.

Becker, J. R., y Pence, B. J. (1995). Building Bridges to Mathematics for all: A Small Scale Evaluation Study. En D. T. Owens, M. K. Reed, y G. M. Millsaps

(Eds.), *17th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 259, pp. 255-261. Columbus, Ohio: PME17. Recuperado de: <http://eric.ed.gov/?id=ED389615>

Beckers, J. (2002). *Développer et évaluer les compétences à l'école*. Bruxelles: Labor.

Bobis, J., Way, J., Anderson, J. y Martin, A.J. (2016). Challenging teacher beliefs about student engagement in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(1), 33-55. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9300-4>

Bohórquez, L.Á. (2015). Cambio de concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza- aprendizaje. En CIAEM (Ed.), *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Tuxtla Gutiérrez: CIAEM. Recuperado de: <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1271.6000>

Bohórquez, L.Á., Bonilla, M. y Romero, J. (2009). Los ciclos de resolución de problemas en la formación de profesores para desarrollar la idea de variación. En *VIII Reunión de didáctica del Cono Sur* (pp. 173-180). Asunción, Paraguay: C.E.M.P.A.

Bohórquez, L.Á., Bonilla, M., Romero, J. y Narváez, D. (s/f). *Los ciclos de resolución de problemas: Ambientes de aprendizaje en la formación de profesores de matemáticas*. Bogotá,: Publicaciones Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Bohórquez, L.Á. y Sanjuán, A. (2009). Consideraciones sobre la resolución de problemas en la actualidad. En G. García (Ed.), *Noveno encuentro de matemática educativa. Diez años de lineamientos curriculares* (pp. 173-180). Valledupar: Gaia. Recuperado de: <http://asocolme.org/publicaciones-asocolme/memorias-ecme>

Bonilla, M., Bohórquez, L.Á., Narváez, D. y Romero, J. (2015). Características del proceso de construcción del significado del concepto de variación matemática en estudiantes para profesor de matemáticas. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática*, (7), 73-93. Recuperado de: <http://www.aiem.es/index.php/aiem/article/view/107/46>

Bonilla, M., Castillo, E., Lurduy, O., Rocha, P., Rodríguez, J., Rojas, P. J., Sánchez, N. (2002). *Matemáticas para todos*. Bogotá: Publicaciones Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Bonilla, M., Sánchez, N. y Vidal, M. (1999). *¿Cómo enseñamos la aritmética? Algunos conceptos aritméticos en profesores de primaria*. Bogotá: Publicaciones Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Bosch, M. y Gascón, J. (2004). La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos. En C. Castro y M. Gómez (Eds.) *Análisis del currículo actual de matemáticas y posibles alternativas* (pp. 135-160). Madrid: Edebé.

Braslavsky, C. (1993). *Autonomía y anomia en la educación pública argentina*. Buenos Aires: FLACSO.

Breed, F. (1933). *Classroom organization and management*. Yonkers-on-Hudson New York: World Book Company.

Brophy, J. (1983). Classroom Organization and Management. *The Elementary School Journal*, 83(4), 265–285. Recuperado de: <http://www.jstor.org.ezproxyegre.uniandes.edu.co:8888/stable/1001161>

Brophy, J. (1988). Educating teachers about managing classrooms and students. *Teaching and Teacher Education*, 1(4), 1-18. Recuperado de: <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

Brophy, J. (1999). Perspectives of classroom management: Yesterday, today, and tomorrow. Boston: En H. J. Freiberg (Ed.), *Beyond behaviorism: Changing the classroom management paradigm* (pp. 43-56). Boston: Allyn y Bacon.

Brophy, J. (2006). History of research on Classroom Management. En C. M. Evertson y C. S. Weinstein (Eds.), *Handbook of Classroom Management: Research, Practice, and Contemporary Issues* (pp. 17-43). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Brophy, J. y Evertson, C.M. (1978). Context variables in teaching. *Educational Psychologist*, 12(3), 310-316. Recuperado de: <https://doi.org/10.1080/00461527809529185>

Bustamante, G. (2003). *El concepto de competencia III. Una mirada interdisciplinar*. Bogotá: Sociedad Colombiana de Pedagogía.

Carrillo, J. (1997). Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de alumnos de más de 14 años. Aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones. Servicio de publicaciones: Universidad de Huelva.

Castro, E. (1991). *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa*. Granada: Universidad de Granada.

Castro, E. (2001). *Didáctica de la matemática en la educación primaria*. Madrid: Síntesis.

Chamorro, M. del C. (Ed.). (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Educación.

Chomsky, N. (1957). *Syntactic structures*. Berlin ; New York : Mouton de Gruyter. Recuperado de: <http://ezproxy.uniandes.edu.co:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=ca-t00683a&AN=udla.339355&lang=es&site=eds-live&scope=site>

Chomsky, N. (1965). *Aspects of the theory of syntax*. Cambridge, Mass: The M.I.T. Press. Recuperado de: <http://ezproxy.uniandes.edu.co:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=ca-t00683a&AN=udla.26218&lang=es&site=eds-live&scope=site>

Chomsky, N. (1980). *Rules and representations*. New York: Columbia University Press. Recuperado de: <http://ezproxy.uniandes.edu.co:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=ca-t00683a&AN=udla.25321&lang=es&site=eds-live&scope=site>

Clark, C. M. (1988). Asking the Right Questions About Teacher Preparation: Contributions of Research on Teacher Thinking. *Educational Researcher*, 17(2), 5-12. Recuperado de: <https://doi.org/10.3102/0013189X017002005>

Codina, A. (2000). *Elementos para una Reflexión acerca del uso de la computadora en el aprendizaje de estudiantes de bachillerato vía resolución de problemas*. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN).

Codina, A. y Rivera, A. (2000). Hacia una instrucción basada en la resolución de problemas: los términos problema, solución y resolución. En L. Rico y P. Gómez (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 125-135). Granada: Universidad de Granada.

Contreras, L. C. y Climent, N. (1999). *La formación de profesores de matemáticas. Estado de la cuestión y líneas de actuación*. Huelva: Universidad de Huelva.

Coolahan, J. (1996). Compétences et connaissances. En *Compétences clés pour l'Europe*. Conseil de la Coopération Culturelle (CDCC). *Un enseignement secondaire pour l'Europe. Strasbourg, Definition and Selection of Competences: Theoretical and Conceptual Foundations* 2001 –OCDE (pp. 27–42).

D'Amore, B. (1997). *Problemas. Pedagogía y Psicología de la Matemática en la actividad de resolución de problemas*. Madrid: Síntesis.

D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora Editrice Bologna.

D'Amore, B. (2002). Il problema della formazione degli insegnanti. En *Per una nuova scuola: programmi, formazione e tecnologie innovative per l'insegnamento della matematica. Atti del Congresso nazionale della Mathesis* (pp. 23-25).

D'Amore, B. (2004). El papel de la epistemología en la formación de profesores de Matemática de la escuela secundaria. *Epsilon*, 20(3), 413-434.

D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá, D.C.: Cooperativa Editorial Magisterio.

D'Amore, B. (2007). El papel de la epistemología en la formación de profesores de Matemática de la escuela secundaria. *Cuadernos del Seminario en educación*, 8, 36-58.

D'Amore, B. y Fandiño Pinilla, M. (2002). Un acercamiento analítico al "triángulo de la didáctica". *Educación matemática*, 14(1), 48-61.

D'Amore, B. y Fandiño Pinilla, M.I. (2004). Cambios de convicciones en futuros profesores de matemática de la escuela secundaria superior. *Epsilon*, 58(20), 25-43. Recuperado de: http://welles.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/534_Cambios_de_convicciones.pdf

D'Amore, B., y Fandiño Pinilla, M. I. (2013). La didattica della didattica della matematica: esperienze personali e spunti critici di discussione e ricerca. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 36(4), 325-353.

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I. y Marazzani, I. (2004). "Ejercicios anticipados" y "zona de desarrollo próximo": comportamiento estratégico y lenguaje comunicativo en actividad de resolución de problemas. *Epsilon*, 57, 357-378.

D'Amore, B., Godino, J. D. y Fandiño Pinilla, M. I. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Davis, G. A. y Thomas, M. A. (1992). *Escuelas eficaces y profesores eficientes*. Madrid: La Muralla.

Delaney, S., Ball, D. L., Hill, H. C., Schilling, S. G. y Zopf, D. (2008). "Mathematical knowledge for teaching": adapting US measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 171-197. Recuperado de: <http://link.springer.com/article/10.1007/s10857-008-9072-1>

Doyle, W. (1985). Recent Research on Classroom Management: Implications for Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, 36(3), 31-35. Recuperado de: <https://doi.org/10.1177/002248718503600307>

Doyle, W. (1986). Classroom organization and management. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 392-431). New York: Macmillan Publishers.

Dreikurs, R. (1968). *Psychology in the classroom* (2a ed.). New York: Harper y Row.

Duke, D. L. (1979). *Classroom management*. (D. L. Duke, Ed.), *Classroom management: The 78th yearbook of the National Society for the Study of Education, Part II* (Vol. 2). Chicago: University of Chicago Press.

Duke, D. L. (1986). School Organization, Leadership and Student Behavior. En O. C. Moles (Ed.), *Strategies to Reduce Student Misbehavior* (pp. 31-62). Washington, D. C.: Office of Educational Research and Improvement.

Emmer, E. (1987). Classroom management. En M. J. Dunkin (Ed.), *The international encyclopedia of teaching and teacher education* (pp. 437-446). Oxford: Pergamon.

Eraut, M. (1998). Concepts of competence. *Journal of Interprofessional Care*, 12(2), 127-139. Recuperado de: <https://doi.org/10.3109/13561829809014100>

Ernest, P. (1988). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. En *Actas del ICME VI*. Budapest. Recuperado de: <http://www.ex.ac.uk/~PErnest/impact.htm>

Escudero, I. y Sánchez, V. (2007). How do domains of knowledge integrate into mathematics teachers' practice? *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(4), 312-327. Recuperado de: <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.11.002>

Eurydice. (2002). *Marco conceptual de la educación por competencias*. Recuperado de: <https://www.eurydice.org>

Evertson, C. M., y Emmer, E. T. (1982a). Effective Management at the Beginning of the School Year in Junior High Classes. *Journal of Educational Psychology*, 74(4), 485-498. Recuperado de: <https://doi.org/10.1037/0022-0663.74.4.485>

Evertson, C. M. y Emmer, E. T. (1982b). Preventive classroom management. En D. Duke (Ed.), *Helping teachers manage classrooms* (pp. 2-31). Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Fandiño Pinilla, M. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.

Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 441-468. Recuperado de: http://www.math.umt.edu/TMME/vol10no1and2/17-Llinares_et_al_pp441_468.pdf

Furinghetti, F. y Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. En G. C. Leder, E. Pehkonen, y G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden*

variable in mathematics Education? (pp. 39-57). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. Recuperado de: http://link.springer.com/chapter/10.1007/0-306-47958-3_3

García, L., Azcárate, C. y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, 9(1), 85-116. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362006000100005

García, M.M. (1997). *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas el concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje*. Sevilla: GIEM, Universidad de Sevilla.

García, M. M. (2000). El aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: Implicaciones para la formación inicial de maestros. En C. Corral y E. Zurbano (Eds.), *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores del área de Didáctica de la Matemática*. (pp. 55-79). Oviedo: Servicio de publicaciones de la Universidad de Oviedo.

García, M. M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación matemática*, 17, 153-166. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40517207>

Gavilán, J. M. (2010). *El papel del profesor en la enseñanza de la derivada. Análisis desde una perspectiva cognitiva*. *Educación Matemática*. Sevilla: Edición Digital @tres. Recuperado de: http://www.researchgate.net/publication/259603381_LIBRO/file/60b7d52cde3d4e0549.pdf

Gavilán, J. M., García, M. M., y Llinares, S. (2007a). La modelación de la descomposición genética de una noción matemática. Explicando la práctica del profesor desde el punto de vista del aprendizaje potencial. *Educación matemática*, 19(2), 5-39. Recuperado de: <http://grupo.us.es/geducmate/em2007.pdf>

Gavilán, J. M., García, M. M., y Llinares, S. (2007b). Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemática. Implicaciones metodológicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(2), 157-170. Recuperado de: http://www.researchgate.net/publication/39330661_Una_perspectiva_para_el_anli

sis_de_la_prctica_del_profesor_de_matemticas._Implicaciones_metodolgicas/file/3deec51713adabcb87.pdf

Glasser, W. (1977). Ten steps to good discipline. *Today's Education*, 66, 61-63.

Goldin, G., Rösken, B. y Törner, G. (2009). Beliefs – No Longer a Hidden Variable in Mathematical Teaching and Learning Processes. En J. Maaß y W. Schlöglmann (Eds.), *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education* (pp. 1-18). Rotterdam: Sense Publishers.

Gómez, P. (2007a). Caminos de aprendizaje y análisis de tareas. *Análisis didáctico de las matemáticas escolares para el diseño de tareas*. Bogotá.

Gómez, P. (2007b). Introducción al análisis didáctico. *Análisis didáctico de las matemáticas escolares para el diseño de tareas*. Bogotá.

Gordon, T. (1974). *T.E.T. Teacher Effectiveness Training*. New York: Wyden.

Hache, C. y Robert, A. (1997). Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait Afréquenter@ les mathématiques a ses élèves pendant la classe? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(3), 103-150.

Hart, L. C. (2002). Preservice teachers' beliefs and practice after participating in an integrated content/methods course. *School Science and Mathematics*. Recuperado de: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1949-8594.2002.tb18191.x/full>

Hersant, M., y Perrin-Glorian, M. J. (2005). Characterization of an Ordinary Teaching Practice with the Help of the Theory of Didactic Situations. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3), 113-151. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/s10649-005-2183-z>

Hilbert, D. (1899). *Grundlagen der Geometrie* (12a ed.). Stuttgart: Teubner.

Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S.G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge : Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400. Recuperado de: <https://doi.org/Article>

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., y Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511. Recuperado de: <https://doi.org/10.1080/07370000802177235>

Hofer, B. K., y Pintrich, P. R. (1997). The Development of Epistemological Theories: Beliefs About Knowledge and Knowing and Their Relation to Learning. *Review of Educational Research*, 67(1), 88-140. Recuperado de: <https://doi.org/10.3102/00346543067001088>

Hymes, D. (1971). Competence and performance in linguistic theory. En R. Huxley y E. Ingram (Eds.), *Acquisition of languages: Models and methods* (pp. 3-28). New York: Academic Press.

Jackson, P. (1975). *La vida en las aulas* (Tercera). Madrid: Ediciones Morata.

Jacobs, V., Lamb, L. y Philipp, R. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202. Recuperado de: <http://www.jstor.org/stable/20720130>

Kilpatrick, J., y Stanic, G. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. En R. I. Charles y E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Kilpatrick, J. (1985). A Retrospective Account of the past 25 Years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving. En E. A. Silver (Ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives* (pp. 17-33). New York: Routledge: Taylor and Francis Group. Recuperado de: https://play.google.com/books/reader?id=1iv5QemN_DMC&printsec=front-cover&output=reader&hl=es&pg=GBS.PT2

Köller, O., Baumert, J., y Neubrand, J. (2000). Epistemologische Überzeugungen und Fachverständnis im Mathematik- und Physikunterricht [Epistemological beliefs and understanding of science in mathematics and physics lessons]. En J. Baumert, W. Bos, y R. Lehmann (Eds.), *TIMSS/III: Dritte internationale Mathematik – und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn* (pp. 229-269). Opladen, Germany: Leske + Budrich.

König, J., y Kramer, C. (2015). Teacher professional knowledge and classroom management: on the relation of general pedagogical knowledge (GPK) and classroom management expertise (CME). *ZDM*. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0705-4>

Kounin, J. S. (1970). *Discipline and group management in classrooms*. New York: Holt, Rinehart y Winston.

Kuhs, T. M. y Ball, D. L. (1986). *Approaches to mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills and dispositions*. National Center for Research on Teacher Education. East Lansing: Michigan State University: Center on Teacher Education.

Lesh, R. A., y Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En R. A. Lesh y H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning, and problem solving* (pp. 3-34). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., y Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. En F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*. (pp. 763-804). Charlotte, N.C.: Information Age Publishing.

Lester, F. K., Garofalo, J., y Kroll, D. L. (1989). Self-Confidence, Interest, Beliefs, and Metacognition: Key Influences on Problem-Solving Behavior. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.), *Affect and Mathematical Problem Solving* (pp. 75-88). New York, NY: Springer New York. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3614-6>

Llinares, S. (1991). *La formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GIEM, Universidad de Sevilla.

Llinares, S. (1998a). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y procesos de formación. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 17, 51-64.

Llinares, S. (1998b). La investigación sobre el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula. Revista de Enseñanza e Investigación Educativa*, 10, 153-179.

Llinares, S. (1999). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. P. Da Ponte y L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia* (1a ed., pp. 109–132). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Recuperado de: http://www.researchgate.net/publication/39435028_Intentando_comprender_la_prctica_del_profesor_de_matemticas/file/9c96051655421015e9.pdf

Llinares, S. (2000). Secondary school mathematics teacher's professional Knowledge: A case from the teaching of the concept of function. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 6(1), 41-62.

Llinares, S. (2002). Participation and reification in learning to teach: the role of knowledge and beliefs. En G. C. Leder, E. Pehkonen y G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 195-209). Dordrecht: Kluwer.

Llinares, S. (2004). Construir conocimiento necesario para enseñar matemáticas Prácticas sociales y tecnología. En *Seminario ticinese sulla didattica della matematica L'Alta Scuola Pedagogica (ASP)* (pp. 24-25). Lorcano: ASP.

Llinares, S. (2006). Aprendiendo a “ver” la enseñanza de las matemáticas. En S. Sbaragli y B. D'Amore (Eds.), *La matematica e la sua Didattica, vent'anni di impegno* (pp. 177–180). Roma: Carocci Faber. Recuperado de: http://math.unipa.it/~grim/dott_HD_MphCh/llinares-bolonia06.pdf

Llinares, S. (2008a). Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación. En *III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas Universidad* (pp. 1-19). Bogotá, Colombia: UPN.

Llinares, S. (2008b). Construir el conocimiento necesario para enseñar matemática. *Evaluación e Investigación*, (1), 9-30. Recuperado de: <http://www.saber.ula.ve/handle/123456789/27788>

Llinares, S. (2012a). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2(2), 53-70. Recuperado de: <http://aiem.es/index.php/aiem/article/view/18>

Llinares, S. (2012b). Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 7(10), 53-62.

Llinares, S. (2013a). El desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educación en Revista*, (50), 117-133. Recuperado de: <https://doi.org/10.1590/S0104-40602013000400009>

Llinares, S. (2013b). Professional Noticing: A Component of the Mathematics Teacher’s Professional Practice. *Sisyphus Journal of education*, 1(3), 76-93. Recuperado de: <http://revistas.rcaap.pt/sisyphus/article/view/3707/2861>

Llinares, S. (2015a). ¿Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. En *Conferencia interamericana de educación Matemática*. Chiapas: CIAEM XIV.

Llinares, S. (2015b). El desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente el aprendizaje de los matemáticas”. Algunas características en la formación inicial de profesores de matemáticas. En B. D’Amore y M. I. Fandiño-Pinilla (Eds.), *Congreso internacional didáctica de la matemática: Una mirada epistemológica y empírica*. Santa Marta: Universidad de la Sábana. Recuperado de: <http://www.unisabana.edu.co/unisabana/congreso-internacional-didactica-de-la-matematica/inicio/>

Llinares, S., Valls, J., y Roig, A. I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación matemática*, 20(3), 59-82. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-58262008000300004&script=sci_arttext&tlng=en

Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de Matemáticas de secundaria*. Universidad de Granada, Granada, España. Recuperado de: <http://tinyurl.com/8k4wt9j>

Lupiáñez, J. L. (2010). Competencias del profesor de Educación primaria. Granada, España. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/800/>

Lupiáñez, J. L. (2014). Competencias del profesor de educación primaria. *Educação y Realidade*, 39(4), 1089–1111. Recuperado de: <http://www.re-dalyc.org/articulo.oa?id=317232121008>

Maher, C. A. y Martino, A. M. (1996a). The Development of the Idea of Mathematical Proof: A 5-Year Case Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 194. Recuperado de: <https://doi.org/10.2307/749600>

Maher, C. A., y Martino, A. M. (1996b). Young children invent methods of proof: The gang of four. En L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin y B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 431–445). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Marín del Moral, A. (1997). Programación de unidades didácticas. En E. Castro y L. Rico (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 195–228). Barcelona: Horsori. Recuperado de: http://catalog.bnc.cat/record=b1217880~S13*cat

Martínez Silva, M. (2003, junio 11). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*. Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona. Recuperado a partir de <http://www.tesisenred.net/handle/10803/4703>

Mason, J. (2002). *Researching Your Own Practice: The Discipline of Noticing*. London, United Kingdom: Routledge Falmer.

McCaslin, M. y Good, T. (1992). Compliant cognition: The misalliance of management and instructional goals in current school reform. *Educational Researcher*, 21, 4-17.

McGraw, R., Arbaugh, F., Lynch, K. y Brown, C. (2003). Mathematics teacher professional development as the development of communities of practice. En J. T. Zilliox, N. A. Pateman y B. J. Dougherty (Eds.), *27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Hawaii: Hawaii University.

Moreno, M. (2000). *El profesor universitario de matemáticas: estudio de las concepciones y creencias acerca de la enseñanza de la ecuaciones diferenciales*. Universidad Autónoma de Barcelona.

Morse, W. (1976). Worksheet on life space interviewing with teachers. En N. Long, W. Morse y R. Newman (Eds.), *Conflict in the classroom: The education of children with problems* (3a ed., pp. 328-336). Belmont, CA: Wadsworth.

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. En A. Gagatsis y S. Papastavrides (Eds.), *Third Mediterranean Conference on Mathematics Education* (pp. 115-124). Athens: Hellenic Mathematical Society. Recuperado de: <http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1213/docs/KOMkompetenser.pdf>

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(1), 307-332. Recuperado de: <http://www.jstor.org.ezproxyeg.uniandes.edu.co:8088/discover/10.2307/1170741?uid=3737808&uid=2134&uid=38742&uid=2484923267&uid=2&uid=70&uid=3&uid=67&uid=38741&uid=5910200&uid=62&uid=2484923257&uid=60&sid=21104993405377>

Pehkonen, E. (1994). On Teachers' Beliefs and Changing Mathematics Teaching. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15(3-4), 177-209. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/BF03338807>

Pehkonen, E. (2006). What Do We Know about Teacher Change in Mathematics? En L. Häggblom, A.-S. Røj-Lindberg, y L. Burman (Eds.), *Kunskapens och lärandets villkor. Festskrift tillägnad professor Ole Björkqvist* (pp. 77-87). Vasa: Åbo Akademi, Pedagogiska fakulteten, Specialutgåva.

Pehkonen, E., Ahtee, M. y Hart, L. (2014). Retracted Article: Young students' drawings reveal perceptions of mathematics class in Finland and the USA. *Research in Mathematics Education*, 16(1), 18-37. Recuperado de: <https://doi.org/10.1080/14794802.2013.876155>

Pehkonen, E., Ahtee, M., Tikkanen, P. y Laine, A. (2011). Pupils' Conceptions on mathematics lessons revealed via their drawings. En B. Roesken y C. Michael (Eds.), *Proceedings of the MAVI-17 Conference* (pp. 182-191). Bochum, Germany: Druckzentrum, Ruhr-Universität Bochum.

Pehkonen, E. y Törner, G. (1999). Teachers' beliefs on mathematics teaching-comparing different self-estimation methods-a case study. En *MAVI* (pp. 1-12). Recuperado de: <http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-5246/mathe91999.pdf>

Penalva, M. C., Rey, C. y Llinares, S. (2011). Identidad y aprendizaje de estudiantes Análisis en un contexto b-learning en didáctica de la matemática. *Revista española de pedagogía*, 69(248), 101-118.

Pérez, M. del P. (1993). *La solución de problemas en Matemática*. Madrid: Servicio de publicaciones Universidad Autónoma de Madrid.

Perrenoud, P. (1997). *Construire des compétences dès l'école*. (3e éd). Paris: ESF éditeur.

Perrin-Glorian, M. J. (1994). Théorie des situations didactiques: naissance, développement, perspectives. En M. Artigue (Ed.), *Vingt ns de didactique des mathématiques en France* (pp. 97-147). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Perrin-Glorian, M. J. (1999). Problèmes d'articulation de cadres théoriques: L'exemple du concept de milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(3), 279-321. Recuperado de: <http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=1545751>

Peterson, P. L., Fennema, E. y Carpenter, T. P. (1989). Teachers' Pedagogical Content Beliefs in Mathematics. *Cognition and Instruction*, 6(1), 1.

Philipp, R. A., Ambrose, R., Lamb, L. L. C., Sowder, J. T., Schappelle, P., Sowder, L., Schappelle, B. P. (2014). Effects of Early Field Experiences on the Mathematical Content Knowledge and Beliefs of Prospective Elementary School Teachers: An Experimental Study, 38(5).

Polya, G. (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton: Princeton University Press.

Ponte, J. P. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. En J. P. da Ponte (Ed.), *Educação matemática: Temas de investigação* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. Recuperado de: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte\(Ericeira\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte(Ericeira).pdf)

Ponte, J. P. (1994). Mathematics teacher's professional knowledge. En J. P. Da Ponte y J. F. Matos (Eds.), *Proceedings PME XVIII* (pp. 195-210). Lisboa: PMEXVIII. Recuperado de: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm#Concepcoes,conhecimento_profissional_e_praticas_profissionais

Ponte, J. P. (1995). Perspectivas de desenvolvimiento profesional de profesores de Matemática. En J. P. Ponte, C. Monteiro, M. Maia, L. Serrazina y C. Loureiro (Eds.), *Desenvolvimento profissional de professores de Matemática: Que formação?* (pp. 193-211). Lisboa: SEM-SPCE.

Powell, A. B., Francisco, J. M. y Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 405-435. Recuperado de: <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2003.09.002>

Prieto, J. M. (2002). Competere. En C. Levy-Leboyer (Ed.), *Gestión de las competencias. Cómo analizarlas, cómo evaluarlas, cómo desarrollarlas* (pp. 7-24). Barcelona: Gestión 2000.

Puig, L. (1996). *Elementos de resolución problemas*. Granada: Comares.

Puig, L. (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. *PNA*, 2(3), 87-107. Recuperado de: http://roderic.uv.es/bitstream/handle/10550/12785/2.Puig_PNA_2%283%29_2008.pdf?sequence=1

Ramos, A. B., y Font, V. (2004). Creencias y Concepciones del Profesorado y Cambio Institucional. El Caso de la Contextualización de Funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. En *Actas III. Congreso Internacional Docencia Universitaria e Innovación. España: Girona*.

Redl, F. (1966). *When we deal with children: Selected writings*. New York: The Free Press.

Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona: ICE-Horsori. Recuperado de: <http://tinyurl.com/cyrkdrq>

Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado*, 8(1), 1-15.

Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial. Recuperado de: <http://tinyurl.com/d5fm4zy>

Rodríguez, H. (2007). El paradigma de las competencias hacia la educación superior. *Revista de la Facultad de Ciencias Económicas*, XV(1), 145–165. Recuperado de: http://moodlecontent.unid.edu.mx/dts_cursos_md/ME/DE/DES11/ActCie/DES11ParaEnriquecerRodriguez.pdf

Roegiers, X. (2000). Saberes, capacidades y competencias en la escuela: una búsqueda de sentido. *Innovación educativa*, (10), 103-119.

Ruíz Higuera, L. (1994). *Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función: análisis epistemológico y didáctico*. Universidad de Granada.

Ryans, D. G. y Wandt, E. (1952). A Factor Analysis of Observed Teacher Behaviors in the Secondary School: A Study of Criterion Data. *Educational and Psychological Measurement*, 12(4), 574-586. Recuperado de: <https://doi.org/10.1177/001316445201200404>

Rychen, D. S. y Tiana, A. (2004). *Developing key competencies in education: some lessons from international and national experience*. Paris: UNESCO International Bureau of Education.

Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C. y Llinares, S. (2014). Developing pre-service teachers' noticing of Students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/s10763-014-9544-y>

Santos-Trigo, L. M. (2007). *¿Cómo plantear y resolver problemas matemáticos?* México D. F.: Editorial Trillas.

Saraiva, M. J. (1995). O Saber dos Professores: Usá-lo, apenas? Respeitá-lo e considerá-lo, simplesmente? En J. P. da Ponte, C. Monteiro, M. Maia, L. Serrazina y C. Loureiro (Eds.), *Desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Que formação?* (pp. 131-148). Lisboa: Secção de Educação Matemática. SPCE.

Schoenfeld, A. (1983). Beyond the Purely Cognitive: Metacognition and Social Cognition as Driving Forces in Intellectual Performance. *Cognitive Science*, 329-363.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-369). New York: Macmillan.

Schoenfeld, A. (2002). Research Methods in (Mathematics) Education. En L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 435-487). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. Recuperado de: <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0634/2001055582-d.html>

Schoenfeld, A. (2007). Problem solving in the United States, 1970-2008: research and theory, practice and politics. *Zdm*, 39(5-6), 537-551. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0038-z>

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/BF00302715>

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. Recuperado de: <http://ezproxy.uniandes.edu.co:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=fth&AN=95731155&lang=es&site=eds-live&scope=site>

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

Shulman, L. S., Grossman, P. y Wilson, S. (1989). Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching. En M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge base for the beginning teacher*. New York: Pergammon.

Simon, M. A. (1997). Developing new models of mathematics teaching: An imperative for research on mathematics teacher development. En E. Fennema y B. S. Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 55-86). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Star, J. R. y Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107-125. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9063-7>

Stein, M. K., Engle, R. a., Smith, M. S., y Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340. Recuperado de: <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>

Teppo, A. R. (1997). Chapter 1: Diverse Ways of Knowing. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 9(1), 116-177. Recuperado de: <https://doi.org/10.2307/749943>

Teppo, A. R. (2015). Grounded Theory Methods. En A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 3-21). Dordrecht: Springer Netherlands. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6>

Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Thompson, A. G. (1991). The development of teachers' conceptions of mathematics teaching. En R. G. Underhill (Ed.), *Proceedings of International Group for the Psychology of Mathematics Education XIII*, 2, (pp. 8-14). Virginia: Christiansburg Printing Company. Recuperado de: <http://eric.ed.gov/?id=ED352274>

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs - a search for a common ground. En G. C. Leder, E. Pehkonen, y G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 73-94). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Tortosa, A. (1999). Profesor versus maestro de primaria. En *Jornadas de Investigación en el aula de matemáticas* (pp. 4-18). Granada: Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.

Vasco, C. E. (2011). Problemas y retos del discurso de las competencias. Serie de 66 Diapositivas con guía. Bogotá, D.C.

Vicente, L. (1995). *Palabras y creencias*. Murcia: Universidad de Murcia.

Weber, W., Crawford, J., Roff, L. y Robinson, C. (1983). *Classroom management: Reviews of the teacher education and research literature*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.

Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: A conceptual clarification. En D. S. Rychen y L. H. Salganik (Eds.), *Defining and selecting key competencies* (pp. 45-65). Ashland, OH, US: Hogrefe y Huber Publishers. Recuperado de: <http://psycnet.apa.org/psycinfo/2001-05275-003>

Weinert, F. E. (2004). Concepto de competencia: una aclaración conceptual. En D. S. Rychen y L. H. Salganik (Eds.), *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida* (pp. 94-127). México D. F.: Fondo de Cultura Económica.

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity. Systems thinker*, 9. Recuperado de: <https://doi.org/10.2277/0521663636>

Wenger, E. (2000). Communities of Practice and Social Learning Systems. *Organization*, 7(2), 225-246. Recuperado de: <https://doi.org/10.1177/135050840072002>

Wickman, E. K. (1928). *Children's behavior and teachers' attitudes*. New York: Commonwealth Fund, Division of Publications.

Zabalza, M. A. (2004). *Diseño y desarrollo curricular*. Madrid: Narcea Ediciones.

Este libro se terminó de
imprimir en los talleres
de Imageprinting Ltda. En
Bogotá, D. C. Colombia,
en el mes de agosto de
2020

En este libro se responden las preguntas de investigación ¿Qué cambios se han producido, al finalizar un curso de formación de profesores, en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas? y ¿Qué factores apoyan o limitan este cambio de concepciones de los estudiantes para profesor? Los resultados que aquí se presentan permitieron identificar cambio en las concepciones dado por el aumento del número y el tipo de actividades que los estudiantes consideran como parte de la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. Este resultado está vinculado a elementos propios del curso (gestión del profesor titular y el tipo de tareas) como factores que apoyan el cambio en las concepciones de los estudiantes, mientras que, sus experiencias anteriores al curso y su concepción sobre la resolución de problemas parece que limitan dichos cambios



**FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DISTRITAL**

UF
Editorial

E-ISBN: 978-958-787-205-7



9 789587 872040