

## COMENTARIOS A LOS ARTÍCULOS DE ADALIRA SÁENZ-LUDLOW

**Carlos Eduardo Vasco Uribe**

He seguido de cerca la obra de Adalira Sáenz-Ludlow desde que se graduó en la Universidad de Georgia, la primera mujer colombiana en obtener un doctorado en los Estados Unidos en la entonces naciente disciplina de la Educación Matemática. En su tesis doctoral, empezó a desarrollar la idea que ha dirigido buena parte de sus investigaciones desde entonces: el análisis de los esquemas personales que van inventando y desarrollando los niños y niñas en el paso de los números naturales a los racionales (“children’s fraction schemes”). En particular, empecé a colaborar con ella como asesor ocasional en su primer gran proyecto de investigación, cuando comenzó su carrera como docente investigadora en Educación Matemática en la Universidad de Purdue, en Lafayette, Indiana, en 1992.

Allí obtuvo una holgada financiación de la Fundación Nacional para la Ciencia NSF en los Estados Unidos para un proyecto de largo alcance, que continuó luego en la Universidad de North Carolina, en Charlotte, que le ha proporcionado material e inspiración permanente para su trabajo investigativo y docente durante estos últimos 20 años a partir de 1995. Durante todo el proyecto, siguió de cerca el aún no bien comprendido proceso de construcción de los números racionales en los niños y niñas de primaria. Retrospectivamente podríamos clasificar esa parte inicial de su trabajo como un análisis de la microgénesis de los números racionales. Sus publicaciones sobre los esquemas fraccionales de Miguelito y de Anita (“Michael’s fraction schemes” and “Ann’s fraction schemes”, ver referencias) siguen siendo hitos en la literatura sobre este tema de la construcción de los números racionales.

La investigación pedagógica y didáctica en este nuevo sentido sobre las llamadas “fracciones” —en inglés “fractions” y en Colombia “fraccionarios”— había empezado en los años 70 con las propuestas de Thomas Kieren en el Canadá y, en Colombia, con las ideas de Carlo Federici en esa misma época, ideas que precisamos como todo un “Archipiélago Fraccionario” con el grupo de matemáticas de la renovación curricular en el Ministerio de Educación de 1978 a 1984. Después de diseñar los libros con los programas curriculares de los grados sexto y séptimo, y de reformular el marco de referencia para todo el currículo de matemáticas desde la Teoría General de Sistemas en 1991, publiqué la propuesta para el tratamiento de los racionales Q en 1991: *El archipiélago fraccionario. Notas de Matemática* (Universidad Nacional de Colombia, Bogotá).

Debo mencionar en seguida a Merlyn Behr y a su discípulo Guershon Harel, a quienes les debemos la síntesis que apareció en el *Handbook* de Douglas Grouws en 1992. El trabajo de Gérard Vergnaud sobre el campo conceptual de la multiplicación y el de James Kaput sobre representaciones múltiples llevaron a nuevos avances, pero hasta la introducción y lenta difusión en la Educación Matemática de las herramientas más finas de la semiótica de Peirce a finales del siglo XX, y de la distinción entre registros semióticos de representación y representaciones semióticas por Raymond Duval hacia 1995-2000, no se pudo progresar mucho más allá de los resultados ya conocidos a comienzos de los años 90.

Adalira Sáenz-Ludlow fue una de las pioneras en la introducción de la semiótica peirceana en la Educación Matemática, que había empezado aquí y allá un poco antes, pero que se consagró internacionalmente con la publicación simultánea en 2006 del número especial de RELIME *Semiótica, cultura y pensamiento*, editado por Bruno D'Amore y Luis Radford, y del número especial de *Educational Studies in Mathematics* sobre Semiótica (Vol. 61, No. 1-2), del que Adalira fue coeditora con Norma Presmeg.

Habíamos trabajado juntos en la preparación de ese número especial y, sobre todo, para prepararnos a la reunión de PME en Bergen, Noruega, en 2004. Luego empezamos un largo trabajo de aprendizaje de la semiótica de Peirce, guiados por el profesor Shea Zellweger, quien descubrió un libro raro y curioso, escrito por un español hasta entonces desconocido: Miguel García de la Madrid. Ese libro, *La ideología o tratado de las ideas y de sus signos*, impreso en 1820, más de sesenta años antes que los *Estudios de lógica* de Peirce, fue una pista privilegiada que señalaba un sendero entonces perdido hacia la semiótica de la Escolástica tardía, desde Ockham y Francis Bacon, pasando por los conimbricenses hasta João Poinset.<sup>37</sup>

Tras este largo trabajo de interpretación de la extensa y profunda obra de Peirce que ella ha seguido en estos diez años en North Carolina y en sus conversaciones con el profesor Zellweger, puedo pues recomendar sin reservas a los lectores y lectoras un examen atento y cuidadoso de estos tres artículos de Adalira Sáenz-Ludlow aquí recopilados, traducidos fielmente por Patricia Perry. Estos trabajos reflejan los sucesivos aprendizajes obtenidos por ella al incorporar a las herramientas teóricas de la Educación Matemática los avances que iba

---

37 Nota: Ver nuestra ponencia en el congreso de la Sociedad Semiótica Americana en Houston: Vasco, C. E., Zellweger, Sh. y Sáenz-Ludlow, A. (2009). García de la Madrid: Ideas and signs in the Iberian Gray Zone (1650-1850) that follows the Black Hole (1350-1650). In J. Deely and L. G. Sbocchi (eds.), *Semiotics 2008 "Specialization, Semiosis, Semiotics"* [Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the Semiotic Society of America. 16-19 October 2008] (pp. 91-111). New York-Ottawa-Toronto: LEGAS.

logrando en la interpretación de las numerosas y no siempre coherentes versiones de la tríada constitutiva del signo Representamen-Interpretante-Objeto en la semiótica de Charles Sanders Peirce. Para ello, Adalira y Patricia contaron con la asesoría de un experto colombiano en Peirce, lamentablemente fallecido hace poco en la flor de su edad, Roberto Perry.

En el primer artículo, Adalira utiliza una lectura inicial de algunos de esos difíciles textos sobre el signo en Peirce para describir el dispositivo didáctico que ella llama “juegos de interpretación”, con el ejemplo de las ingeniosas interpretaciones que se les ocurren a los alumnos sobre el signo igual; en el segundo, utiliza una lectura un poco más fina de Peirce para seguir la cadena de construcciones semióticas de los niños y niñas en tres interpretaciones distintas de las fracciones. En el tercero, Adalira utiliza un aspecto todavía más avanzado de las subdivisiones peirceanas del signo, que lleva hasta la metáfora, para elaborar con ese microscopio teórico un análisis de la metáfora de “partir” para la invención y práctica de algoritmos no convencionales para las sumas y multiplicaciones.

En cada uno de estos tres artículos, Adalira nos introduce en los rudimentos de la semiótica de Peirce, en cuanto se requieren para seguir el razonamiento cuidadoso que desarrolla la autora con el fin precisar el sentido en el que utiliza el signo, el objeto, la interpretación, el intérprete y el interpretante en ese artículo.

Para los hablantes y lectores desprevenidos, la interpretación parece transparente, pues continuamente estamos interpretando signos y símbolos: sin esfuerzo aparente, estamos siempre asignándoles sentidos y significados a las emisiones simbólicas gestuales, orales y escritas de los demás seres humanos, y esperamos que ellos interpreten fácilmente las nuestras. Pareciera que simplemente se tratara de detectar con nuestros órganos de los sentidos un gesto, una emisión fónica o un grafismo, que sería el signo material externo, y asignarle una interpretación convencional que extraeríamos de nuestra memoria, que sería el significado mental interno. Pero los largos estudios y repetidos intentos de Peirce para mostrar la necesidad de introducir precisiones y distinciones en el signo mismo llamaron la atención de los estudiosos sobre la multiplicidad conceptual y la intrincada estructura de la comunicación humana en sus aspectos expresivos, mediacionales e interpretativos.

Peirce minimizó la distinción aparentemente obvia entre el signo externo como marca material sensible y el signo mental interno. Sin precisar bien la distinción entre signo externo e interno, propuso un modelo del signo como sistema de tres componentes en relación triádica, irreductible a las tres relaciones diádicas entre cada pareja de componentes. En contra del uso común, utilizó la mayor parte del tiempo la palabra “signo” para referirse a todo ese sistema

triádico mental interno, pero durante un breve lapso de tiempo, la utilizó también para referirse a la vez a una parte de ese sistema. Pocas veces se refirió a la marca material externa por sí misma, a la que en ocasiones llamó “réplica” o “instancia” (“token”) del signo mental como tipo (“type”).

El primero de los tres componentes del signo mental triádico tuvo varios nombres en distintas épocas de Peirce, quien durante muchos años lo llamó también “signo”, como lo hace Adalira en el primer artículo sobre juegos de interpretación. Pero luego Adalira se corrige en el artículo siguiente sobre una cadena colectiva para las fracciones (ver nota 7):

Varios autores llaman al representamen, en sí mismo, *signo* y consideran la tríada objeto, signo, interpretante. Esto presenta dificultades para algunos lectores porque en esta tríada el signo juega el papel de parte y todo al mismo tiempo. De hecho, en un cierto periodo, Peirce también se refiere a la tríada objeto, signo, interpretante.

Efectivamente, otros estudiosos han adoptado ese otro nombre también propuesto por el mismo Peirce: “representamen”, utilizado por ella en ese segundo artículo; pero aun esa palabra le pareció a Peirce inapropiada al final de su vida, como se lo confiesa a Lady Welby en una de sus cartas en 1903, y no volvió a usarlo de 1904 a 1914 (ver Deledalle, G., 2000, *Charles S. Peirce’s philosophy of sign: Essays in comparative semiotics*. Bloomington-Indianapolis: Indiana University Press).

El signo o representamen es, pues, el componente del signo mental triádico que se refiere a esa primera incitación a buscar sentidos y significados, con lo cual ya no es tan importante si se usa el mismo vocablo, sea “signo” o “representamen”, para lo que llamábamos arriba “el signo material externo” captado por los sentidos, y también para el primer componente del signo mental interno. Una posible razón es que, para Peirce, no se trataba tanto de señalar la distinción entre el evento material externo y el evento neurológico interno, sino de precisar la función que se asigna al signo o representamen en la comunicación humana viva y actuante.

Este primer componente de la tríada parece coincidir con lo que a comienzos del siglo XX Ferdinand de Saussure llamó “el significante” (“signifiant”), que era también el primer componente de su modelo diádico del signo mental. En De Saussure, este primer componente se correlacionaba con el segundo componente de su modelo: “el significado” (“signifié”). Pero para Peirce, después de unos manuscritos iniciales ambiguos, el significado no era un componente de una díada, sino a veces era uno de los tres componentes de la tríada del signo: objeto-significado-interpretante, como lo cita Adalira en el segundo artículo sobre cadenas de significación para las fracciones: “Un signo está en lugar de

algo ante la idea que él produce o modifica. O, es un vehículo que transmite a la mente algo desde fuera. Aquello en lugar de lo cual está se llama su objeto; lo que transmite, su significado; y la idea que genera, su interpretante” (CP 1.339).

Otras veces más bien parecía que, para Peirce, el significado se escindía en dos aspectos o componentes de su sistema triádico que se llamaron también de diversas maneras en las distintas épocas de Peirce, pero para los cuales se ha estabilizado ya la pareja “interpretante/objeto”, que trataremos en seguida.

Un tercer sentido en el que Peirce utiliza a veces la palabra “significado” es para la transformación que sufre el signo triádico en las sucesivas interpretaciones, y un cuarto sentido es para el resultado de esa transformación, un nuevo signo más desarrollado que resulta del primero. Como lo muestra Adalira con distintas citas, estos dos últimos sentidos nos orientan hacia el interpretante del primer signo, y hacia el segundo signo producto de la interpretación del primero, en donde se ubica una jugada más en los juegos de interpretación que ella nos propone.

La distinción entre interpretante y objeto requiere, en primer lugar, distinguir el *interpretante*, como segundo componente del signo, del *intérprete*, como el agente del signo o sujeto que interpreta el signo y, en segundo lugar, distinguir el *objeto*, como tercer componente del signo, de un posible objeto externo al que refiera el signo, ya sea material o ideal, que puede o no existir.

No es fácil ir más allá en la distinción entre interpretante y objeto del signo en Peirce, quien a su vez distinguió al menos tres tipos de interpretante y dos de objeto, no siempre con la misma terminología. El segundo artículo de Adalira nos presenta una propuesta de entender el interpretante como la transformación misma o el proceso de transformación o como el signo resultante de ella o producto de la transformación, y escoge una de las tríadas peirceanas para distinguir tres tipos de interpretante. *Caveat lector*.

En el primer artículo, después de una ilustrativa comparación con los juegos de lenguaje de Wittgenstein, Adalira aprovecha la concreción de un ejemplo muy rico que parte de las interpretaciones iniciales que dan los estudiantes al signo igual (“=”) en una oración aritmética abierta. Ella nos va guiando por esos caminos resbalosos para aclarar los sentidos que se requieren para analizar los juegos de interpretación, jugando con los niños y niñas delante de nosotros para que captemos la riqueza de la propuesta basada en el encadenamiento de los signos que describió Peirce. Este artículo bien merece varias lecturas cuidadosas para aprender a jugar los juegos de interpretación, ejercitarnos en distinguir y analizar sus ciclos, y practicar nosotros mismos algunos experimentos de enseñanza con tan prometedora herramienta.

En el segundo artículo, por medio de experimentos de enseñanza sobre el número de doses, treses y cuatros en una docena, sobre la subdivisión de áreas continuas en trozos de la misma área, y sobre la subdivisión de agrupaciones discretas en mitades, tercios y cuartos, se logró seguir una cadena de significación de signos que se describe finamente con las herramientas peirceanas, refinadas por Parmentier. Ojalá podamos también leer y releer este segundo artículo hasta aprender a jugar con los estudiantes estos nuevos juegos de interpretación que lleven a la construcción de cadenas de significación en la construcción de los números racionales.

En el tercero se utiliza una de las divisiones de los signos que propone Peirce, en íconos, índices y símbolos, y una subdivisión de los íconos en imágenes, diagramas y metáforas, para seguir con esta lupa teórica el desarrollo de otro experimento de enseñanza sobre distintas maneras de subdividir números para operar con ellos. En el curso del experimento, los estudiantes proponen la metáfora de “partir” un número cardinal en trozos, lo que les facilita la obtención de resultados sin necesidad de seguir los algoritmos usuales, inventando atajos y trucos para lograr sus propósitos o verificar sus conjeturas.

Es fascinante seguir el cuidadoso análisis del desarrollo de esta metáfora (relacionada con, pero distinta de la utilizada para las fracciones por los mismos niños, por Jere Confrey y por la propia Adalira), para apreciar su potencia como estrategia didáctica para la aritmética elemental. Este tercer artículo nos proporciona una nueva herramienta semiótica con la metáfora de “partir”, que nos ayudará a estimular a nuestros estudiantes para que lleguen a la invención de distintos algoritmos y a su evaluación y comparación.

Así podremos ejercitar de manera productiva y amena el quinto proceso matemático que proponen los Estándares Básicos de Competencias: “razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos”, como se explica ampliamente en los Lineamientos curriculares para esta área.

Emprendamos, pues, la lectura de estos tres exigentes y densos artículos, que nos enseñarán muchísimo, precisamente por su profundidad y exigencia.