

Simulación del experimento de young implementado en MATLAB

ISSN 2215-8227

2023, Volumen 14, No. Extra

Simulação do experimento de young implementado em matlab

Simulation of young's experiment implemented in matlab

Emiro Arrieta Jiménez 

<https://orcid.org/0000-0003-2884-1234>

Universidad Surcolombiana

emiro.arrieta@usco.edu.co

Angy Carolina Ortiz 

<https://orcid.org/0009-0003-8279-1204>

Universidad Surcolombiana

U20182172474@usco.edu.co

Resumen

Lo aportado por Thomas Young al fenómeno de interferencia fue llevado a cabo por un experimento crucial para la parte de la óptica y la enseñanza de la física, ¿es posible que estos patrones se puedan evidenciar desde una simulación computacional? En estas contribuciones se mostrará que, efectivamente haciendo una implementación en MATLAB, se logra obtener los resultados del patrón de interferencia mostrado por Young en el año de 1801. Para tratar este fenómeno computacionalmente se hace un código de la fórmula de difracción de Fraunhofer, y luego la operamos con un objeto programado en MATLAB que representa dos rendijas o fuentes puntuales, así al correr el programa se obtienen los patrones de interferencia deseados, los cuales son similares a los mostrados experimentalmente por Young, indicando que la implementación es optima para tratar el tema de su enseñanza desde el punto de vista computacional y por ende virtual.

Palabras Claves: Experimento de Young, Difracción de Fraunhofer, Rendijas, Interferencia.

Resumo

O que Thomas Young contribuiu para o fenômeno da interferência foi realizado por um experimento crucial para a parte da óptica e para o ensino da física. É possível que esses padrões possam ser evidenciados a partir de uma simulação de computador? Nestas contribuições será mostrado que efetivamente fazendo uma implementação em MATLAB, é possível obter os resultados do padrão de interferência mostrado por Young no ano de 1801. Para tratar este fenômeno computacionalmente, é feito um código da fórmula de difração de Fraunhofer, e então o operamos com um objeto programado em MATLAB que representa duas fendas ou fontes pontuais, para que ao executar o programa sejam obtidos os padrões de interferência desejados, que são semelhantes aos mostrados experimentalmente por Young, indicando que a implementação é ótima para lidar com a questão de seu ensino do ponto de vista computacional e, portanto, virtual.

Palavras Chaves: Experiência de Young, Difracção de Fraunhofer, Fendas, Interferência.

Abstract

What Thomas Young contributed to the interference phenomenon was carried out by a crucial experiment for the part of optics and the teaching of physics. Is it possible that these patterns can be evidenced from a computer simulation? In these contributions it will be shown that effectively making an implementation in MATLAB, it is possible to obtain the results of the interference pattern shown by Young in the year 1801. To treat this phenomenon computationally, a code of the Fraunhofer diffraction formula is made, and then We operate it with an object programmed in MATLAB that represents two slits or point sources, so when running the program the desired interference patterns are obtained, which are similar to those shown experimentally by Young, indicating that the implementation is optimal to deal with the issue. of its teaching from the computational point of view and therefore virtual.

Keywords: : Young's experiment, Fraunhofer diffraction, Slits, Interference.

Introducción

Cuando las ondas por lo demás idénticas que proceden de dos fuentes se traslapan en un punto en el espacio, la intensidad de la onda combinada en ese punto puede ser mayor o menor que la intensidad de cualquiera de las dos ondas. A este efecto se le llama interferencia. La interferencia puede ser o bien constructiva, cuando la intensidad neta es mayor que las intensidades individuales, o destructiva, cuando la intensidad neta es menor que las intensidades individuales (R. Resnick, 1999) Ahora bien, sabemos que para que se cumpla la interferencia constructiva o destructiva, esto también depende de la diferencia de fase existente entre las dos ondas que se superponen, así como de la coherencia entre ellas, es decir cuando su relación de fase no cambia en el tiempo.

Normalmente, para llevar a cabo experimentos de interferencia con la luz, por lo general es necesario dividir la luz que procede de una sola fuente en dos componentes, y tratar a cada componente como si fuera emitida por una fuente de luz independiente (R. Resnick, 1999) esto en el laboratorio se puede lograr haciendo pasar la luz por dos rendijas de tamaños comparables a la longitud de la onda, indicando que la onda de luz se difracte por ambas rendija (ver Fig.1), tal como sucede con el original experimento de Young. Usando la Fig.1, podemos tener las siguientes dos fórmulas cuantitativas que determinan los puntos ubicados en la pantalla de interferencia constructivas o destructivas total en relación con la diferencia de camino que se establece entre las dos ondas en estudio, desde que son emitidas por sus fuentes hasta que interfieren en cualquier punto de la pantalla de la Fig.1.

Condición de interferencia constructiva:

$$d \sin \theta = m \lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

donde d es la separación entre las rendijas longitud de la onda, posición angular con el cual relacionamos los puntos de interferencia en la pantalla, m número entero que relaciona el orden de franjas de interferencias observadas en la pantalla.

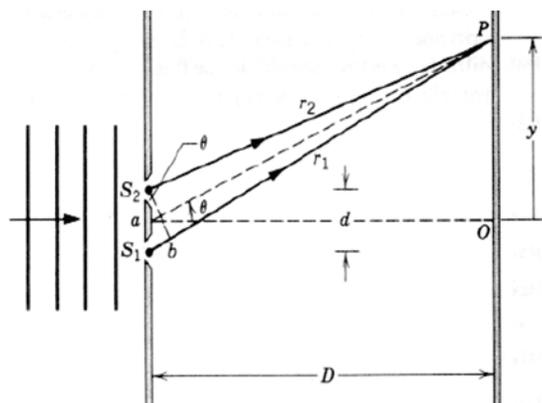


Figura 1. Los rayos que proceden de S_1 y S_2 se combinan en P , en realidad $D \gg d$ [1].

En la condición de campo lejano, tenemos que θ es pequeño, entonces $\text{sen}\theta \sim \text{tang}\theta$, así de la Fig.1 se puede tener que:

$$y_m = m \lambda D/d, \text{ (posición de máximos de interferencia en la pantalla)} \quad (2)$$

donde D es la distancia entre las fuentes y la pantalla.

Condición de interferencia destructiva:

$$d \text{sen}\theta = (m + 1/2)\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

Análogamente,

$$y_m = (m + 1/2) \lambda D/d, \text{ (posición de mínimos de interferencia en la pantalla)} \quad (4)$$

De otra parte, Thomas Young realizó por primera vez en 1801 un experimento de interferencia como el mostrado en la Fig.1. El experimento de Young proporcionó la primera prueba concluyente de la naturaleza ondulatoria de la luz. Puesto que, como lo indican las ecuaciones 1 y 2, el experimento de las franjas de interferencias depende de la longitud de onda, los experimentos de Young proporcionaron la primera medición directa de la longitud de onda de la luz (R. Resnick, 1999)

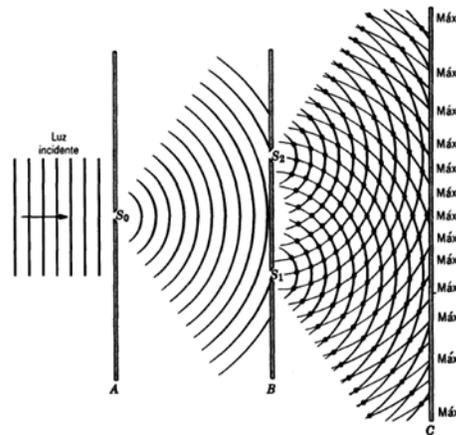


Figura 2. En el experimento de interferencia de Young, la luz que se difracta del orificio S_0 llega a los orificios S_1 y S_2 en la pantalla B. La luz que se difracta de estos dos orificios se traslapa en la pantalla C, produciendo el patrón de interferencia (R. Resnick, 1999)

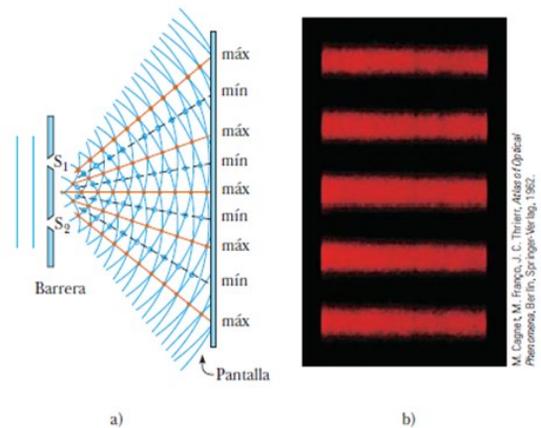


Figura 3. a) Diagrama esquemático del experimento de doble ranura de Young. Las ranuras S_1 y S_2 se comportan como fuentes coherentes de ondas de luz que producen un patrón de interferencia en la pantalla. b) Amplificación del centro del patrón formado en la pantalla (Jewett, 2009)

Ahora bien, sabemos teóricamente que la intensidad de la onda resultante que representa el patrón de Young ubicado en la pantalla a una distancia R con respecto a las dos fuentes o ranuras (ver Fig.3, Fig.4 o Fig.5), viene dada por

(Freedmans, 2009)

$$I = I_{\max} \cos^2(\phi/2) \quad (\text{Intensidad en la interferencia de dos fuente}) \quad (5)$$

Donde $\phi = 2\pi d \sin \theta / \lambda$ es la diferencia de fase

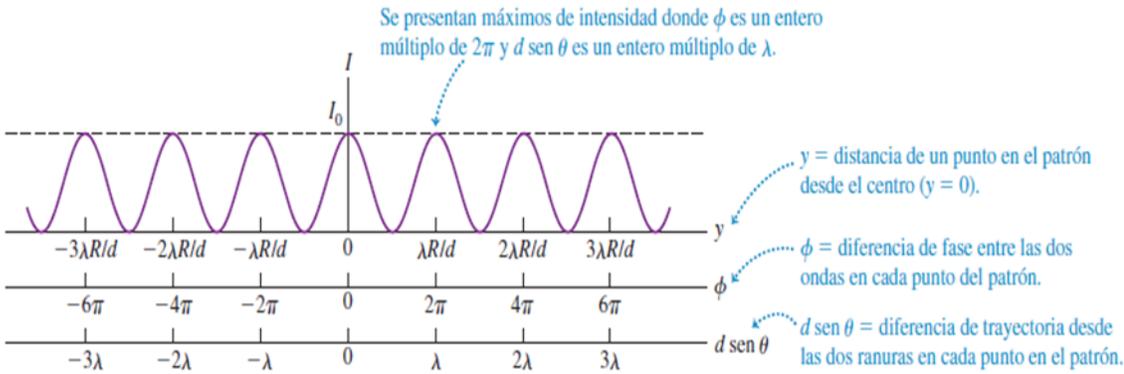


Figura 4. Distribución de la intensidad en el patrón de interferencia de dos ranuras idénticas (Freedmans, 2009)

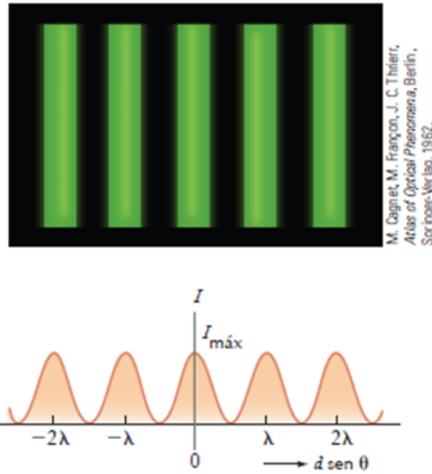


Figura 5. Intensidad de luz en función de $d \sin \theta$ para una configuración de interferencia de doble ranura cuando la pantalla está lejos de las dos ranuras (Jewett, 2009)

Por otro lado, sabemos que la primera solución de difracción de Rayleigh-Sommerfeld para incidencia de onda plana en la abertura, viene dada por (Goodman, 2005)

$$U(P_0) = \frac{1}{iz} \iint_{\Sigma} U(P_1) \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}} \cos \theta ds \quad (6)$$

La cual expresa el campo observado $U(P_0)$ como una superposición de ondas esféricas divergentes que se encuentran en cada punto P_1 de la abertura Σ (ver Fig.6). Esto es el principio de Huygens Fresnel predicho por Rayleigh-Sommerfeld.

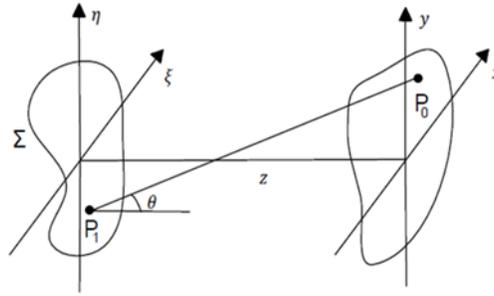


Figura. 6. Geometría de difracción (Acosta, 2020)

Haciendo unas consideraciones físicas y pasos matemáticos en la fórmula anterior, podemos tener la fórmula de difracción de Fraunhofer o de campo lejano, dada por:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{i\frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta \quad (7)$$

La cual es una transformada de Fourier con frecuencias $f_x = x/\lambda z$ y $f_y = y/\lambda z$ multiplicada por los factores de fuera de la integral (Acosta, 2020)

La fórmula de la transformada de Fourier 2D se presenta así:

$$G(f_x, f_y) = F\{g(x, y)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-i2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy \quad (8)$$

Discretizar la transformada de Fourier es aproximar las integrales como sumas de Riemann

$$G(f_{px}, f_{qy}) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \sum_{m=-M/2}^{M/2-1} g(m\Delta x, n\Delta y) e^{-i2\pi(f_{px} m\Delta x + f_{qy} n\Delta y)} \Delta x \Delta y \quad (9)$$

O

$$G\left(\frac{p}{M\Delta x}, \frac{q}{N\Delta y}\right) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \sum_{m=-M/2}^{M/2-1} g(m\Delta x, n\Delta y) e^{-i2\pi\left(\frac{pm}{M} + \frac{qn}{N}\right)} \Delta x \Delta y \quad (10)$$

Con

$$f_{px} \rightarrow \frac{p}{M\Delta x}, f_{qy} \rightarrow \frac{q}{N\Delta y}$$

Finalmente, MATLAB es un software de aplicación para las matemáticas y gráficos con su propio lenguaje interpretativo, que es ampliamente utilizado para la simulación y modelado en disciplinas científicas y de ingeniería. Está optimizado para las operaciones vectoriales y matriciales y, por lo tanto, es una buena herramienta para simulaciones de óptica de Fourier, que generalmente implican al menos dos dimensiones.

Entre las ventajas de utilizar este software se presenta su programación que requiere menos tiempo a comparación de otros lenguajes o software similares, permitiendo también usar un lenguaje cercano a la matemática que permiten definir de manera fácil y rápida nuevas funciones que se incorporan a Matlab mediante el toolboxes, Matlab tiene grandes capacidades graficas ideales para este tipo de experiencias (Jiménez, 2012)

Metodología

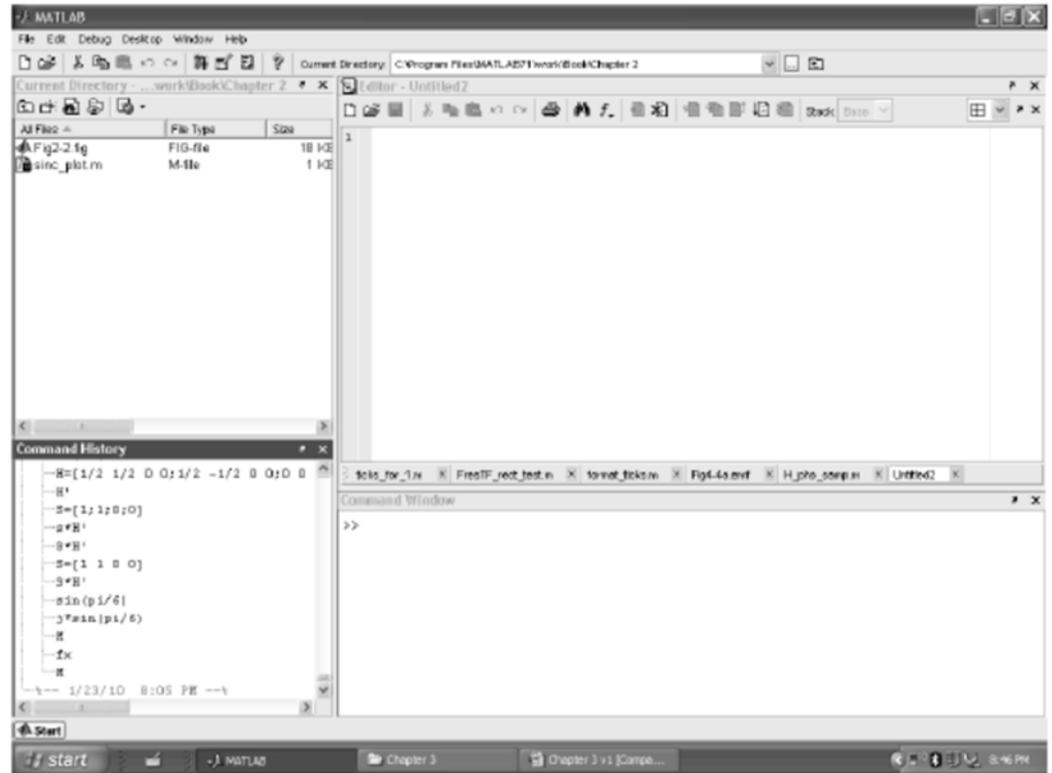
Después de realizar los pasos matemáticos y físicos de las ecuaciones anteriores se tiene el siguiente código:

Figura 7: Código para grafico del patrón de Young derivado analíticamente.

```
% grafica del patron de Young
x=-6*pi:6*pi ;
Y=cos(x/2).*cos(x/2) ;
plot(x,Y);
figure(1);
figure('name','patron de Young','NumberTitle','off');
imagesc(Y);
colormap(gray);
figure(2);
```

Abriendo MATLAB. Las ventanas que aparecen comúnmente incluyen el "directorio actual", "ventana de comandos," e "Historia de comando." Estas ventanas se agrupan a menudo juntos como parte de la ventana principal que comprende el "Escritorio" de MATLAB (Fig. 8). El directorio actual muestra la carpeta en la que se almacenaran los trabajos y los archivos que se encuentran en esa carpeta relacionada con MATLAB. El código se introduce en la ventana de comandos donde se ejecuta una línea a la vez que se introduce, luego haga clic en Run para ejecutar el código esto permite guarda automáticamente la última versión del código.

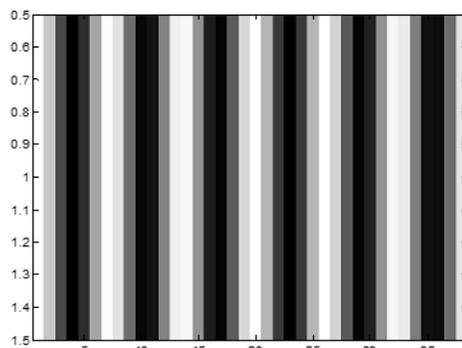
Figura No 8: MATLAB versión 7.1 directorio de comandos



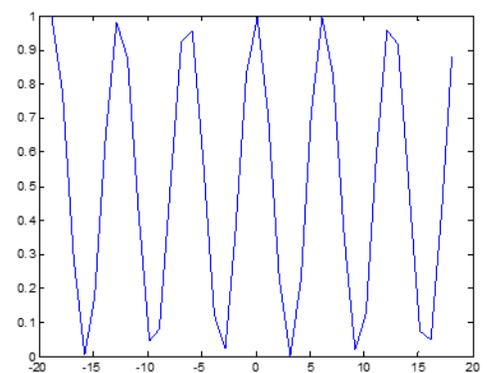
Resultados y análisis

Al graficar en Matlab la expresión analítica de la irradiancia que describe el patrón de interferencia de Young, obtenemos los resultados que se muestran en la Fig.7

Figura 7. Representación analítica de un patrones de Interferencia del experimento de Young usando una diferencia de fase entre -6π y 6π .a) Perfil en 2D y b) Intensidad del patrón en función de la diferencia de fase.



a)



b)

Ahora usando una implementación computacional en Matlab para el experimento de Young, podemos tener las figuras que se presentante a continuación:

Figura 8. Representación simulada en Matlab del patrón de Interferencia de Young, a) Dos objetos difractores tipo agujeros separados 0.10mm, b) perfil del patrón de Young con 10 franjas de interferencia destructivas, c) perfil en 2D y c) patrón de Young en 3D.

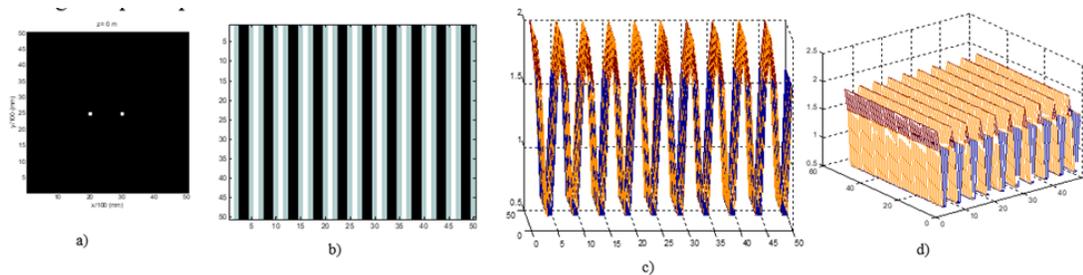
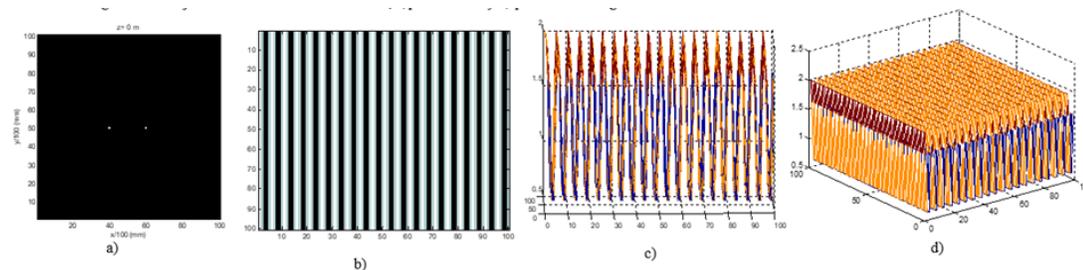


Figura 9. Representación simulada en Matlab del patrones de Interferencia de Young,. a) Dos objetos difractores tipo agujeros separados 0.20mm, b) perfil del patrón de Young con 20 franjas de interferencia destructivas, c) perfil en 2D y c) patrón de Young en 3D.



Al comparar los resultados analíticos presentados en la Fig.7 con los simulados que se muestran en las Figuras 8 y 9, podemos observar que existen un buen acuerdo entre ellos, además observando las franjas de interferencias que muestran los patrones simulados de la Fig.8b a la Fig.8d, así como los de la Fig.9b a la Fig.9d, podemos notar que el número de franjas de interferencias es directamente proporcional a las separación de los dos agujeros, tal como se puede inferir de los resultados teóricos.

Según los resultados analíticos mostrados en la Fig.7 y los simulados presentados en las Fig.8 y Fig.9, se puede concluir que se muestra un buen acuerdo entre los patrones de interferencia del experimento de Young que se presenta por ambas vías.

Observando el número de franjas que se presentan en las Fig.8 y Fig.9, con relación a las separaciones entre las rendijas usadas como fuentes puntuales, se puede decir que entre ellas se tienen una relación de proporcionalidad directa, tal como lo muestran los resultados experimentales o teóricos de referencias avaladas.

A la hora de los estudiantes realizar esta implementación computacional deben tener conocimientos cualitativos y cuantitativos de las temáticas de interferencia y

difracción, así como el manejo de fundamentos básicos de la matemática en la solución de ecuaciones diferenciales, el calculo integral y la transformada de Fourier, por ultimo debe mostrar competencias en el manejo del programa MATLAB con la implementación de algunas programaciones básicas, como lo son las generaciones de algunos objetos típicos para efecto de difracción.

La simulación en este Software se hace muy interezante, dado que en la etapa de implementación y ejecución, está se convierte en un juego que mantiene al aprendiz emocionado, motivado y concentrado de principio a fin, hasta lograr que la simulación se ejecute bien sin presentar ningún error en el programa.

Este trabajo pude ser usado para simular el experimento de Young en instituciones educativas que no cuenten con los equipos idóneos para realizar esta histórica experiencia de manera presencial.

Bibliografía

- Acosta, M. (2020). Cálculo numérico del patrón de difracción de Fresnel de una abertura circular. Mexico D.F: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Freedmans, Y. H. (2009). Física universitaria con Física Moderna, Vol. 2, 12 edición. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Goodman, J. (2005). Introduction to Fourier Optics, 2da edition. Stanford, Estados unidos: Roberts Company publishers.
- Jewett, R. A. (2009). Física para ciencias e ingeniería con Física Moderna, Vol. 2. 7ta edición. México: Cengage Learning Editores, S.A. de C.V.
- Jiménez, E. A. (8 de Enero de 2012). Blog de Óptica Oscilaciones y Ondas. Obtenido de Blog de Óptica Oscilaciones y Ondas: <https://fisoptica.files.wordpress.com/2016/05/unidad-31.pdf>
- R. Resnick, D. H. (1999). Física, Vol. 2 versión aplicada, 4ta edición. Mexico : Continental, S.A de C.V.