

1. Introducción

Un domingo de septiembre de 2004, me encontraba almorzando con Guy Brousseau. Ambos fuimos invitados por Bruno D'Amore a la *Convención de didáctica de la matemática* que Bruno y Gianfranco Arrigo organizaron en la Alta Escuela Pedagógica en Locarno, Suiza. En esa época estaba trabajando en el primer borrador de la teoría de la objetivación (Radford, 2006) y tenía la impresión que existían importantes diferencias entre lo que yo estaba tratando de articular y la muy profunda e inspiradora teoría de Guy —la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1997). Pasamos discutiendo todo el almuerzo. Recuerdo haberle preguntado a Guy sobre la postura ontológica de la teoría de situaciones didácticas. ¿Se trata de una teoría de tipo realista? Es decir, ¿acaso la teoría supone que las matemáticas, a través de su arsenal conceptual, describen un mundo externo, independiente de la actividad humana? Luego de comentar que, en efecto, no es ese tipo de preguntas el que se discute generalmente en los artículos didácticos, Guy explicó que la teoría de situaciones no sería realista en ese sentido, aduciendo que hay, por debajo de los conceptos matemáticos que formamos, mecanismos humanos conceptuales de comprensión del mundo.

Luego vino mi turno de dar respuesta a la pregunta que yo mismo había formulado. Era claro que llegábamos a conclusiones similares, aunque, en mis razones tenían más que ver con argumentos respecto a la cultura. “¿Ves?” —observó Guy— “Estamos de acuerdo.” Las diferencias no se presentaron sino hasta llegar a la hora del postre, cuando abordamos la cuestión de la relación entre el profesor y los estudiantes. Para la teoría de las situaciones didácticas, no existe tal cosa como que el profesor y los estudiantes trabajen de manera *conjunta* en la solución de un problema —ciertamente no en el sentido en que lo hemos concebido en la teoría de la objetivación (ver el ejemplo de la profesora Giroux y Albert, discutido en el capítulo anterior).

En un artículo en el que mi colega Michael-Wolff Roth y yo nos empeñamos en explorar otras maneras de conceptualizar la relación entre el docente y el estudiante sugerimos la idea de “*togethering*” (Radford y Roth, 2011). *Togethering* es un término que no existe en inglés. Es la unión del adverbio “*together*” que quiere decir “juntos” y del sufijo “-ing”, que añade la idea de

acción. Podríamos intentar traducir “togethering” como “haciendo o trabajando juntos, en la misma dirección, hombro con hombro.” “Togethering” supone que no hay línea de demarcación entre el docente y el estudiante. Aunque el docente no está al mismo nivel que el estudiante en cuanto a su familiarización con los saberes matemáticos, los dos trabajan *juntos* hacia la revelación o actualización del saber matemático.

Es por ello que “togethering” no podría incorporarse a la teoría de situaciones didácticas. De hecho, en la teoría de las situaciones didácticas, uno de los papeles del docente es asegurarse de que el estudiante acepte la responsabilidad de resolver el problema por su propia cuenta, lo cual en esa teoría es llamado *devolución*. La cuestión es que existe, y siempre debe existir, una brecha entre el profesor y el estudiante. Profesores y estudiantes son conceptualizados aquí como individuos que obedecen a una división de trabajo implícitamente formulada en un contrato didáctico. De acuerdo a este contrato didáctico, la solución matemática tiene que efectuarla el estudiante, no el docente. En palabras de Brousseau, “Entre el momento en que el estudiante acepta el problema como si fuera suyo [es decir, el momento de la devolución —LR] y el momento en el que el estudiante produce su respuesta, el profesor se abstiene de interferir y sugerir el saber que se quiere ver aparecer” (Brousseau, 1997, p. 30).

Poco a poco empezamos a darnos cuenta que Guy y yo no estábamos conceptualizando al estudiante y al maestro de la misma manera. Poco a poco, mientras comíamos el postre, empezamos a darnos cuenta de que hay un abismo teórico entre lo que él propone y lo que yo sugiero. Naturalmente, se trata de una diferencia sumamente importante. Durante nuestra discusión mencioné a Guy que, en su teorización, él se estaba apoyando en el concepto de individuo que propuso la filosofía de la ilustración en el siglo XVIII, en particular a través de la obra de Kant y su idea del sujeto autónomo. En investigaciones socioculturales, en particular en aquellas que se basan en los trabajos de Vygotsky, la autonomía no es una condición necesaria para que ocurra el aprendizaje. La Autonomía es su *resultado*. Es suficiente pensar en el concepto de *zona de desarrollo próximo* de Vygotsky. Una de las diferencias entre la zona de desarrollo actual y la zona de desarrollo próximo es, en efecto, la autonomía del alumno.

Dice Vygotsky:

la diferencia entre ... el nivel de desarrollo actual, que está determinado por los problemas resueltos de manera autónoma y el nivel que alcanza el niño cuando resuelve problemas ya no solo, sino que en colaboración, determina precisamente la zona de desarrollo próximo.
(Vygotsky, 1985, p. 270; 1987, p. 209)

Guy tomó nota de nuestro desacuerdo. Escribió algo en un grueso y elegante cuaderno que sacó de su maletín, mientras que yo escribía algunas notas en un cuadernillo que había tomado de la mesa de noche del hotel. Guy me miró con una sonrisa amistosa, mientras que recogía el último pedazo de postre sobre su platillo. Entendimos que nuestras concepciones sobre este punto crucial de la educación eran definitivamente diferentes.

La cuestión de la autonomía en el aprendizaje es tan central para la teoría de las situaciones didácticas que un cambio en torno a ella podría comprometer la teoría. Otras cosas podrían eventualmente ser cambiadas, pero ciertamente no la cuestión de la autonomía. De hecho, toda una serie de conceptos de la teoría de las situaciones didácticas está orgánicamente ligada a esa idea del alumno autónomo —por ejemplo, devolución, la cual ya he mencionado, pero también la diferencia entre situaciones didácticas y adidácticas, así como el “Efecto Topaz”. La idea de autonomía subyace evidentemente al diseño y comportamiento del *milieu* (es decir, el medio), etc. En todas estas nociones, es el estudiante quien debe tomar la responsabilidad de resolver el problema que se le propone y producir así el saber en cuestión. Por eso dice Brousseau que si el maestro le enseña (explícitamente o implícitamente) al estudiante cómo resolver el problema, el estudiante no ha aprendido matemáticas (Brousseau, 1997, pp. 41-42). No ha aprendido, porque la solución al problema no es del alumno, sino del maestro. En la teoría de situaciones didácticas el estudiante produce su aprendizaje.

La discusión con Guy volvió a mi mente varios años más tarde. Sucedió en Sao Paulo a finales de Octubre del 2008, un viernes en la tarde en una conferencia sobre la teoría de la objetivación. Para ilustrar la idea de objetivación mostré un video clip en el que se observa la interacción de la profesora Giroux y Albert que discutí en el capítulo anterior. Cuando finalicé mi presentación, un participante levantó la mano y dijo: “ese es un claro ejemplo del Efecto Topaz”. De hecho, el efecto Topaz hace referencia a casos en los cuales el profesor busca que el estudiante diga la respuesta; para lograr esto el profesor da pistas al alumno. El profesor sugiere, a diferentes niveles de explicitud, la codiciada respuesta

[...] disimulándola bajo códigos didácticos cada vez más transparentes. El problema es cambiado completamente, el profesor pide del estudiante adhesión y negocia un precio inferior de condiciones bajo las cuales los estudiantes acabarán dando la respuesta esperada; [para eso] el profesor termina asumiendo la responsabilidad de la parte esencial del trabajo. (Brousseau, 2003, p. 7)

Así que en la interacción estudiante-profesor que se halla dentro de la categoría del Efecto Topaz el profesor “guía” las respuestas del estudiante y en consecuencia lo que vemos no es un aprendizaje genuino. El aprendizaje no es genuino porque la respuesta no viene del estudiante. A través de una serie de acciones, sugerencias y pistas, el estudiante es empujado a dar la respuesta esperada. Vistos a través de estos lentes, los gestos y las preguntas de la profesora Giroux podrían ser considerados inapropiados en cuanto que podrían estar sugiriendo la respuesta. La profesora Giroux podría estar poniendo en riesgo la autonomía de Albert en su aprendizaje y, de hecho, impedirlo.

Como argumenté en mi respuesta al participante de la conferencia que veía un ejemplo del Efecto Topaz en las acciones de la profesora Giroux, en la teoría de la objetivación, la relación entre el profesor y los estudiantes no es vista a través de los lentes de un contrato didáctico implícito firmado entre dos partes individuales —un contrato que mantiene ambas partes a cierta distancia una de la otra, tratando de maximizar los resultados de su “asociación” contractual. Tampoco la teoría de la objetivación concibe el aprendizaje como algo que tiene que emanar del estudiante. En la teoría de la objetivación la relación docente-estudiante está enmarcada por la idea de actividad o *labor conjunta* y es de naturaleza ética.

La interacción entre individuos (docentes y estudiantes) hace parte de la actividad o *labor conjunta* en el sentido explicado en el capítulo anterior. Ya que no hay línea divisoría entre “yo” y “el otro,” hay espacio para un compromiso verdadero entre los participantes de la actividad. La relación ética que la teoría de la objetivación aporta, borra la separación entre docentes y estudiantes que la teoría de las situaciones didácticas se esfuerza por mantener. Operando sobre formas específicas no egoistas (como la responsabilidad inter-subjetiva) sobre las que regresaré más adelante, tal relación ética permite considerar interacciones tales como las de la profesora Giroux y Albert como propicias para el aprendizaje genuino.

Por supuesto la relación ética basada en una orientación genuina no egoista hacia los otros es algo que tenemos que fomentar. Abandonados a su suerte, nuestros estudiantes continuarán comportándose de acuerdo con los patrones individualistas que permean la mayoría de nuestras sociedades capitalistas contemporáneas y que tienen convertidas nuestras escuelas en instituciones similares a bancos (Freire, 2004): espacios sociales donde los estudiantes llegan a obtener créditos y credenciales que les pueda garantizar un avance personal en la sociedad.

Esta empobrecida versión de la escuela es lo que Baldino & Cabral (1998) y Pais (2011) llaman la escuela como “sistema crediticio”. La situación deplorable en la que se encuentra la escuela hoy en día, situación que resulta de su transformación en un apéndice de la economía política, no significa, empero, que la educación haya perdido toda esperanza emancipadora. La educación tiene un papel muy importante que jugar hoy en día. Su importancia radica precisamente en su potencia para *transformar* el mundo y a los individuos que lo habitan. Es allí donde la educación encuentra su justificación. Si cuando aprendemos algo, seguimos siendo los mismos seres humanos, entonces realmente no hemos aprendido nada. Seguimos siendo sujetos sometidos a las formas predominantes capitalistas de producción y sus formas individualistas de interacción (Radford, 2012). Aprender no es simplemente adquirir un conocimiento, sino transformarse como sujeto humano.

Si consideramos la educación matemática como una especie de apéndice de las matemáticas, es decir como la búsqueda de métodos pedagógicos eficientes para transmitir el saber matemático a los estudiantes, entonces es claro que las discusiones de este tipo no son de interés. La educación matemática podría ser concebida como un apéndice matemático de técnicas sin necesidad de discusiones éticas y preguntas de subjetivación. Pero si consideramos la educación matemática como lo he sugerido en el capítulo 4, es decir, como una práctica social, cultural, política e histórica de creación de nuevos individuos capaces de reflexionar críticamente de manera matemática sobre las cuestiones urgentes de sus comunidades y su mundo, entonces esta discusión cobra mayor importancia (Radford, 2013, 2014).

Para avanzar en esta práctica necesitamos reflexionar acerca de las formas de producción de saber y los modos de interacción social que podemos motivar en las escuelas. No creo que sea una exageración decir que, en la actualidad, lo que la mayoría de los estudiantes encuentran en la clase de matemáticas es alienación. Estar en la clase de matemáticas, es encontrarse en un espacio en el que el estudiante no se reconoce; es estar en un espacio ajeno. En Ontario, muchos estudiantes dejan de seguir los cursos de matemáticas tan pronto como les sea posible. Esto sucede al final de grado 10, a la edad de 15-16 años. Podría dar muchos más ejemplos, pero éste no es mi punto. El punto más bien es cómo parar esto —cómo hacer para que la escuela pare de producir alienación y sujetos alienados.

Este capítulo está organizado de la manera siguiente. En la sección 2 introduzco los conceptos de ser y subjetividad tal y como son concebidos en la teoría de la objetivación. Los lectores notarán una simetría conceptual con los conceptos de saber y conocimiento discutidos en el capítulo 4. En la sección 3 se definen los procesos de subjetivación y se discute su relación

con los procesos de objetivación en la escuela. En la sección 4 se aborda el problema de la alienación, que vemos como una enfermedad endémica de la escuela contemporánea. El foco central de la sección 5 es la forma que puede tomar una lucha contra la alienación; arguyo que es necesario repensar las formas de producción de saberes y de cooperación humana en el aula. En la sección 6 presento un ejemplo concreto de nuestro trabajo con maestros.

2. Ser y subjetividad

El concepto de ser que ofrece la teoría de la objetivación está sustentado en lo que podríamos llamar su naturaleza cultural. Lo que esto quiere decir es que nuestra idea de lo que es un individuo, su individualidad (*self*), su "identidad" (para decirlo en términos modernos) y su poder de acción y voluntad (*agency*), son relativos a su momento histórico. Si hubiésemos nacido en la Grecia antigua o en otro período histórico, nos hubiésemos concebido y comportado socialmente de una manera muy distinta de la manera en que lo hacemos hoy en día. Nuestro sentido de lo que es un individuo y de su individualidad hubiese sido muy diferente. En la Atenas de Platón, por ejemplo, en medio de una sociedad articulada alrededor de una distinción entre ciudadanos libres y esclavos, con una valencia negativa al trabajo manual y una valencia positiva al trabajo intelectual, con una obsesión por la diferencia entre opinión y verdad, entre mito y filosofía, nos hubiésemos encontrado con un sentido de individualidad definido por un criterio político-geográfico de inclusión/exclusión (Cambiano, 1993, p. 124) definido, en el ámbito del quehacer cotidiano, alrededor de la oposición entre pasión y temperancia. En esa época, el individuo se define en términos de la lucha por el *control de sí mismo*: la batalla que se gana contra la pasión. Refiriéndose al sentido de individualidad (*self*) del tiempo de Platón, dice Taylor:

lo que se gana a través de la razón es el control de sí mismo (self-mastery). El buen hombre es 'maestro de sí mismo'... Ser maestro de sí mismo es hacer que la parte superior del alma se imponga a la parte baja del alma, lo que significa que la razón gobierna a los deseos. (Taylor, 1989, p. 115)

Muy diferente es el concepto contemporáneo de individuo, definido más bien como propietario privado, un sujeto individualista, arrastrado no por la lucha griega de la razón y el orden contra el deseo y el caos, sino por una ética de consumismo y gratificación instantánea, un sujeto urgido so-

cialmente —como lo sugiere Illouz (1997, p. 35)— a expresarse de manera “creativa y auténtica”.

Estos ejemplos muestran que la cultura ofrece la “materia prima” a partir de la cual los sujetos forman sus ideas de lo que son (su sentido, su identidad, su poder de acción, etc.). Evidentemente la relación entre esa “materia prima” y los tipos de individuos que resultan no puede verse como una relación lógica, causal o mecánica. La relación es, de hecho, *dialéctica*. Conviene, por consiguiente, distinguir los elementos de la relación dialéctica y empezar por distinguir conceptualmente entre lo que queremos decir por “ser” y lo que llamaremos “subjetividades.”

Para dar cuenta de la naturaleza cultural del ser proponemos la definición siguiente. El ser es una categoría general, cultural, ontológica, constituida de formas históricamente codificadas de concepción acerca de los individuos y de las maneras en que estos éstos son llamados a presentarse al mundo y a relacionarse con otros individuos. De manera más precisa, el ser está constituido de formas culturales de estar y vivir en el mundo: formas de concebirse, y de que nos conciban; formas de posicionarse y que nos posicionen; formas del yo y de la alteridad (esto es, de relaciones consigo mismo y con otros). Como el saber, el ser es *potencialidad* (*δύναμις*, *dunamis*) en el sentido discutido en el capítulo 4.

¿Qué entendemos por subjetividad? Subjetividad es la actualización o *materialización siempre en curso* del ser. La actualización o materialización siempre en curso es un sujeto único, concreto, cuya especificidad resulta del hecho de que ese sujeto es sujeto reflexivo que siente y actúa, siempre en *devenir*: un *proyecto* inacabado e inacabable de vida.

El nombre de ese proceso a través del cual el ser produce subjetividades es la *actividad* humana. Es, en efecto, a través de la actividad humana que nos ponemos en devenir y nos convertimos en individuos inacabados, en flujo constante, y que nos producimos a nosotros mismos con, y a través, de otros, dentro de las posibilidades y límites que ofrece la cultura (Radford, 2008).

La Figura 23a muestra la actividad humana como entidad mediadora que, partiendo del ser (es decir, de formas culturalmente codificadas de *estando-presente-en-el-mundo*), va produciendo subjetividades (individuos inacabados en flujo constante), Sb.

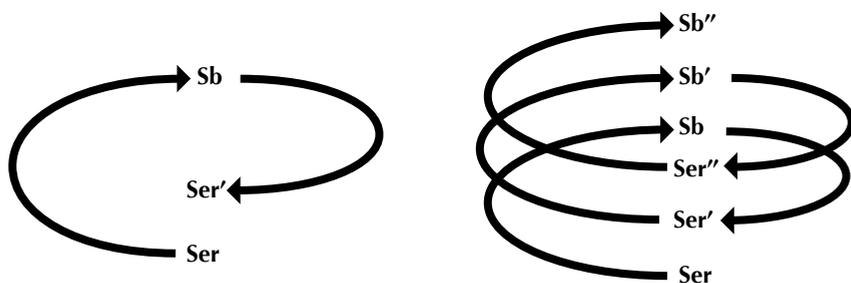
Conviene insistir que la subjetividad no es una “marca” o “copia” del ser. Tales ideas resultan a menudo de:

1. Una concepción estrecha de la cultura (Radford, 2014), según la cual la cultura impone las formas de subjetividad.
2. Una concepción reducida del ser humano, y
3. Una concepción inadecuada de la actividad humana.

Hay que recordar que la actividad no es un mecanismo causal entre ser y subjetividad. Tal y como la concebimos aquí, siguiendo las pautas del materialismo dialéctico, la actividad humana es un **sistema** en constante desarrollo, afectada incesantemente por las entidades que ésta media. También hay que recordar que, en nuestra aproximación, el sujeto humano no es concebido como simple receptor pasivo de influencias externas con una estructura innata propia (Leont'ev, 1974, p. 5). Dice Leont'ev:

La actividad es una unidad molar, no una unidad aditiva de la vida física, material del sujeto. . . la actividad no es ni una reacción ni una totalidad de reacciones, sino un sistema que tiene estructura, sus propias transiciones y transformaciones internas, su propio desarrollo.
(Leont'ev, 2009, p. 84)

Volvamos ahora a nuestro sistema dialéctico ser-actividad-subjetividad, mostrado en la Figura 23. Desde el punto de vista del desarrollo cultural, las formas concretas de subjetividad pueden ser culturalmente codificadas, dando por resultado una transformación de la categoría del ser. Pasamos del ser al ser'. Eso es lo que muestra la Figura 23a.



Figuras 23a (a la izquierda) y 23b (a la derecha). La actividad humana efectúa la mediación del ser que permite su instanciación o materialización como subjetividad.

Demos un ejemplo histórico. Con la expansión de la manufactura a fines del medioevo, aparece una nueva forma de subjetividad: mercaderes, banqueros, cambistas, prestamistas, etc., cuyas acciones se posicionan alrededor de la ganancia monetaria y el interés propio —una subjetividad de tipo muy

diferente de la del mundo rural. Poco a poco, se produce una codificación cultural de esas subjetividades que, primero condenadas por la iglesia, pasan a ser toleradas, para terminar, en el curso de muchos años, por ser aceptadas socialmente.

“A partir de 1074,” dice Le Goff en su excelente libro *Mercaderes y banqueros en la Edad Media*, “el Papa Gregorio VII ordena a Felipe I, rey de Francia, restituir a los mercaderes italianos que se fueron a su tierra, la mercadería que les había confiscado” (Le Goff, 1956, p. 75). Guillaume Durand declarará un poco más tarde que “Los comerciantes trabajan para el beneficio de todos y hacen obra de utilidad pública trayendo y llevando mercaderías a las ferias” (Le Goff, 1956, p. 80). A través de la actividad humana, que parte de una categoría del ser, son no solamente producidos tipos de subjetividades ya codificadas (y por tanto reconocibles), sino también nuevas subjetividades que, codificadas a su vez dentro de contextos históricos y económicos precisos y sus correspondientes luchas de poder, dan lugar a una categoría aumentada o transformada que hemos designado *Ser'* en la Figura 23a. Aparece así, por ejemplo, una nueva forma de *estando-presente-en-el-mundo*, que valora lo que los mercaderes italianos de fines del medioevo llamaban la *ragione*, es decir, una aproximación reflexiva al mundo que calcula meticulosamente pérdidas y ganancias, que organiza la acción humana de acuerdo a una nueva razón metódica. La Figura 23b muestra la dialéctica de producción de seres, como categorías generales, y de subjetividades, como categorías concretas.

Dentro de este marco general de la concepción cultural del ser y de las subjetividades vemos, pues, que la actividad humana juega un papel importante en la producción de subjetividades. Podemos preguntar: ¿Cómo es la actividad humana que, en la escuela, produce a los maestros y a los alumnos? ¿Cuál es su especificidad? En la próxima sección retomaremos las ideas desarrolladas en esta sección e introduciremos el concepto de proceso de subjetivación y su relación con el proceso de objetivación en el ámbito de la escuela.

3. Procesos de objetivación y de subjetivación en la escuela

La actividad escolar no produce solamente saberes. También produce subjetividades. Es por ello que el aprendizaje es a la vez conocimiento y devenir.

En efecto, el estudiante no es un autómatas que aprende a resolver problemas. La escuela de educación matemática crítica ha insistido en que el estudiante no es simplemente un sujeto cognitivo (ver, por ejemplo, Valero,

2004). Al aprender, también *sentimos*. En vez de ser puramente fisiológico, ese sentir está cargado culturalmente de concepciones a través de las cuales nos concebimos de una manera u otra —por ejemplo, como buen resolutor de problemas, como incapaz de comprender las matemáticas, etc. (Radford, 2015). Sin embargo, nuestra larga tradición racionalista Occidental presenta a menudo las matemáticas como un puro esfuerzo intelectual o cognitivo. La realidad es que no sólo pensamos matemáticamente, también sentimos matemáticamente. Hay toda una dimensión afectiva en el aprendizaje que incluye las emociones de manera crucial. Esas emociones no son simples entidades biológicas, ellas se desarrollan socialmente. Tal y como lo advierte Vygotsky:

Al igual que las otras funciones mentales, las emociones no permanecen en la conexión dada en virtud de la organización biológica de la mente. En los procesos de la vida social, los sentimientos se desarrollan y las formas y conexiones precedentes se desintegran; las emociones aparecen con nuevas relaciones con otros elementos de la vida mental, nuevos sistemas se desarrollan, aparecen nuevas aleaciones de funciones y unidades de un orden superior en las que los patrones especiales, interdependencias, formas especiales de conexión y movimiento son dominantes. (Vygotsky, 1999, p. 244)

En el ejemplo discutido en el capítulo 5, hemos visto cómo la profesora Giroux y Albert trabajan juntos en la búsqueda de una forma algebraica de resolver el problema sobre la secuencia numérica. El primer intento falla. Este intento va de la línea 1 a la línea 4, que reproducimos a continuación:

25. Profesora Giroux: ¿qué hicieron aquí? 5... (señalando las fichas rojas; ver imagen 2 en la Figura 21) ¿veces...?
26. Albert: ... 2
27. Profesora Giroux: (Señalando la ficha azul; imagen 3) ¿más?
28. Albert: 1

En ese momento, la interacción profesora/estudiante está a punto de romperse. Pero, como anotamos en el capítulo 5, la profesora relanza la invitación a Albert para seguir trabajando juntos. La tensión aparece en el silencio que queda luego del intento fallido y aparece también en la tensión en los cuerpos de la profesora y del estudiante. Con un tono suave pero tenso, la profesora retoma el vaso que representa la semana 5 y relanza la invitación a Albert diciendo: “¿Qué hicieron aquí?” Albert acepta la invitación, buscando desentensarse con un gran respiro, acercando el cuerpo de nuevo a la mesa y a las fichas de bingo y golpeando, probablemente inconscientemente, la mesa con su bolígrafo (ver imagen 2, Figura 24).



Figura 24. La invitación de la profesora (imagen izquierda). La aceptación de Albert (imagen derecha).

Reconocemos aquí un proceso de objetivación en la medida en que hay un saber en juego que está por convertirse en objeto de conciencia: una estructura algebraica que aparecerá progresivamente, entre un juego de gestos, preguntas y respuestas. Pero reconocemos también un *proceso de subjetivación*. Por proceso de subjetivación entendemos el proceso a través del cual nos *afirmamos* como proyectos únicos de vida, como subjetividades en curso (*subjects in the making*). En el pasaje mencionado arriba, Albert se está *afirmando* como estudiante; de manera más específica, Albert se está afirmando como sujeto de la educación. Albert se está también *posicionando* en una práctica matemática donde las cosas son pensadas de cierta manera, y a las cuales se hace referencia a través de un lenguaje (formal y no formal) matemático propio, práctica que conlleva sus formas de percibir objetos, signos y diagramas. Albert no está simplemente observando; Albert está profundamente implicado tratando de comprender y de colaborar con la profesora. No menos importante es la respuesta de Albert a la invitación de la profesora a proseguir intentando ver lo que no aparece claramente a la conciencia todavía (es decir, la estructura algebraica, la manera algebraica de contar las fichas de bingo). Ese segmento de la interacción revela ese proyecto de vida en curso que llamamos *Albert*: una subjetividad en devenir, tratando de luchar a brazo partido con la profesora para entender una lógica matemática cuya comprensión todavía le escapa; una subjetividad que no obstante los problemas y a través de esos problemas y dificultades, se muestra, se afirma y se posiciona en la actividad concreta.

Y al mismo tiempo, la profesora Giroux hace parte de ese proceso de subjetivación. Albert y la profesora Giroux se están co-produciendo mutuamente como subjetividades al interior de las concepciones histórico-culturales del ser (ser alumno y ser profesor) que vehícula la escuela. La profesora Giroux, al asumir su papel de profesora, también se *muestra* y se *afirma* como sujeto de la educación. Luego del intento fallido del primer conteo (líneas 1 a 4), la

profesora tiene una necesidad inconmensurable de la respuesta de Albert. Su invitación a recomenzar el conteo es un *llamado existencial* (Lévinas, 1982). Albert puede o no *responder* al llamado que ella le ha hecho, a la invitación que ella le ha formulado. Ese silencio breve —brevísimo— que transcurre entre el momento en que Albert se da cuenta que no ha contado las fichas de bingo como se esperaba y la invitación de la maestra de recomenzar el conteo que empieza con el suave pero tendido “¿qué hicieron aquí?” (frase 5, Figura 21, imagen 6), ese silencio breve, parece decir: ¡Sigamos probando, Albert! ¡No nos demos por vencidos!

¡Qué desastre sería que Albert se tornara hacia otro lado y le diera la espalda a la profesora! ¡Qué desastre sería que Albert rehusara la invitación y dijera que él no va a entender jamás las matemáticas! ¡Qué desastre sería que la profesora se dijese que es mejor parar de intentar allí, pues Albert no va a entender! No. Ella no lo va a hacer. La profesora tiene que afirmarse. Y para afirmarse como una buena profesora, ella tiene una necesidad infinita que Albert acepte la invitación. La tensión se suaviza en la aceptación de Albert en responder a la urgente súplica de la profesora. Responder al llamado del otro es parte de la *responsabilidad*. En su libro “Éthique et infini”, Lévinas nota que la responsabilidad es la estructura esencial, primera, de la subjetividad . . . “Es en la ética, comprendida como responsabilidad, que se amarra el nudo mismo de lo subjetivo” (1982, p. 91). Y explica más adelante:

La responsabilidad no es simplemente un atributo de la subjetividad, como si ésta existiera ya en ella misma, antes de la relación ética. La subjetividad no es un ‘por sí-mismo’. Ésta es inicialmente ‘para otro’... Es una estructura que no se parece para nada a la relación intencional que nos vincula, en el conocimiento, al objeto —humano u otro. (Lévinas, 1982, pp. 92-93; traducción libre)

La invitación de la profesora y la aceptación de Albert se encuentran en una *actitud ética* de confianza mutua. Hay una entrega del uno al otro y del otro al uno. “Me pongo en tus brazos”. Hay una entrega mutua (*a mutual surrender*).

De lo anterior se desprende que una *misma* actividad puede contener procesos de objetivación y subjetivación. Implicados en la misma actividad, los procesos de objetivación y subjetivación no corren separadamente. Si nosotros hablamos de ellos como cosas distintas es simplemente por comodidad de análisis. Lo que esto quiere decir es que si hiciéramos un zoom a la actividad, veríamos adentro, por decirlo así, entrelazados, los procesos de objetivación y subjetivación (ver Figura 25).

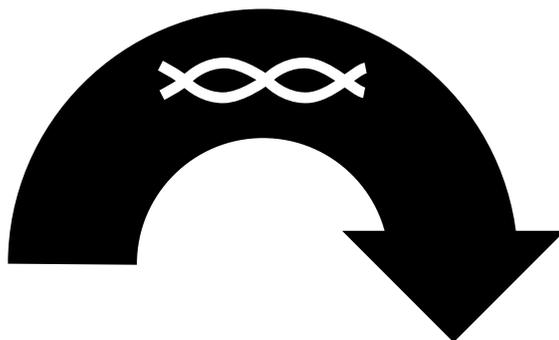


Figura 25. Procesos de objetivación y de subjetivación dentro de la actividad que media a la vez Saber/Conocimiento y Ser/Subjetividad.

El ejemplo de actividad que acabamos de analizar ilustra brevemente, aún si es solamente de manera muy general, cómo se co-producen subjetividades en la aula de matemáticas y cómo, bajo ciertas condiciones, los sujetos se afirman *de cierta manera*. El ejemplo muestra en particular una actividad en la que la producción de saberes se concibe como producción conjunta profesora-estudiante y la cooperación humana se nutre de una ética de responsabilidad. A una actividad de aula sentada en una ética diferente de colaboración humana y en formas diferentes de producción de saberes corresponderían maneras distintas de afirmarse y tipos diferentes de subjetividades.

Muy distinta es, por ejemplo, la actividad de aula de la enseñanza tradicional, en la cual el producto de la actividad aparece a los estudiantes como algo extraño, como algo alejado de ellos. Los estudiantes no reconocen en el resultado de la actividad sus labores intelectuales y afectivas. Esto es lo que sucede también muy a menudo cuando la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se plantean como algo puramente técnico. Muchos estudiantes no se posicionan dentro de los discursos y prácticas de las matemáticas, y como resultado, terminan con sentimientos negativos respecto a las matemáticas. Actividades alienantes producen sujetos alienados.

En la próxima sección me centro sobre el problema de la alienación en el aula.

4. Alienación

Como se mencionó en la introducción, mi desacuerdo con Guy Brousseau deriva de nuestros diferentes puntos de vista sobre la relación entre el do-

cente y el estudiante. A su vez, esta diferencia está relacionada con nuestras diferentes concepciones sobre la producción y reproducción del saber y las formas de cooperación humana que deberíamos fomentar en el aula. Muchas teorías contemporáneas de la educación suponen que en el proceso de aprendizaje, el saber emana de, y es producido por, el estudiante. Este es el punto de partida del constructivismo norteamericano en todas sus variantes. En el capítulo anterior hemos sugerido conceptualizar el aprendizaje como un proceso social (un proceso de objetivación) en el que, a través de la labor conjunta, las matemáticas se revelan a la conciencia de los alumnos.

Ahora bien, ¿de dónde viene esta idea según la cual el saber debe emanar del estudiante? Como lo indicamos en el capítulo 4, la idea viene de nuevas concepciones acerca del conocimiento que surgieron en el siglo XVI. Ya hemos dicho que, a finales del siglo XVI, hubo un cambio epistemológico que va del “qué” al “cómo”. Es decir, hubo en esa época un giro en el que el foco de atención no fue más el objeto de estudio en sí mismo (el objeto geométrico, por ejemplo, como había sido el caso en los griegos de la antigüedad). El foco de atención pasó a ser los *procesos de producción* de los objetos. Como señala Arendt, “el énfasis se desplaza del interés en las cosas al interés en los procesos” (p. 585).

En este contexto, a finales del siglo XVI, la posibilidad de conocer algo no reposó ni en el descubrimiento de razones cósmicas ocultas, ni en la tradición —como fue el caso de la Edad Media— sino en la posibilidad de entender el proceso de la producción del objeto: “Yo sé algo siempre que entienda cómo ese algo ha llegado a ser” (Arendt, 1958, p. 585). El filósofo del siglo XVII, Benedicto Spinoza, dice muy claramente en su texto de 1667 llamado “*De Intellectus Emendatione*” (De la reforma del entendimiento), que una verdadera idea “muestra cómo y por qué algo es o ha sido hecho” (Spinoza, 1989, p. 29). Es en los siglos XVI y XVII, es decir, en el mundo que empieza a girar cada vez más alrededor de la manufactura, que el saber llega a ser concebido también como una forma de fabricación.

Una nueva forma de subjetividad

Arendt (1958, p. 585) hace una breve pero brillante formulación de la epistemología moderna (“Yo sé algo siempre que entienda cómo ese algo ha llegado a ser”) indicando no sólo una nueva forma de conocer, sino también una nueva forma de subjetividad. Ésta consiste en hacer énfasis, con una fuerza sin precedentes, en los individuos en su acto de hacer, conocer y comprender. El individuo ya no es un receptor de conocimiento, sino un constructor del mismo.

Estas ideas encuentran su articulación en el trabajo de Vico y Kant. Estos filósofos plasmaron con fuerza y claridad la visión social del sujeto burgués de su tiempo, en particular la idea de un sujeto autónomo —visión que, históricamente refinada, se convirtió en la piedra angular de la epistemología genética de Piaget (véase Radford, 2012 para más detalles). Dentro de esta visión, el saber llegó a ser considerado no como algo que otra persona crea y pasa a otra persona. Es el individuo y sólo el individuo el que construye su propio saber. Desde este punto de vista, el saber es lo que resulta de la propia experiencia del individuo.

Interesante como podría llegar a ser, tal punto de vista plantea al individuo como un sujeto soberano: el individuo es el centro del significado, de la conceptualización y de la intencionalidad. Todo emana de él. Esta es la postura teórica que toma el constructivismo norteamericano en su versión radical (Glaserfeld, 1995), pero también en otras versiones que tratan de incorporar una dimensión social, como el socio-constructivismo (Cobb & Yackel, 1996).²³ El precio a pagar por asumir dicha postura extremadamente subjetivista, sin embargo, es muy alto, ya que el individuo termina encerrado en sus propias cavilaciones y aislado del mundo. Para decirlo brevemente, el individuo termina *alienado*, es decir, alejado del mundo concreto e histórico. El sujeto aparece como un ser confinado: las únicas cosas que puede entender son aquellas que provienen del sujeto mismo. En esta concepción, el individuo es monológico y tautológico.

El sujeto alienado

Y aquí llegamos a una tensión capaz de sacudir el famoso Arco del Triunfo en París: por un lado, tenemos a nuestro estudiante concebido como constructor de su propio saber. Por otro lado, no podemos ocultar el hecho de que, el saber que el estudiante supone construido en la escuela, ya ha sido construido históricamente y está ya allí, a su alrededor.

Tomemos el concepto de número, por ejemplo. Los números y lo que pensamos acerca de ellos (su categorización en números pares e impares, o en números primos y no primos, irracionales, algebraicos, etc.) se han codificado históricamente, apareciendo hoy en día en el currículo, en libros de texto, en

23 Aparece aquí una ruptura entre el constructivismo norteamericano y la teoría de situaciones, que considera tal posición imposible de defender. El problema, cabría resaltar, no es que el sujeto construya él mismo su propio conocimiento, sino el hecho que el constructivismo radical no incluye una fase de institucionalización, es decir una fase en la que el profesor asume su rol institucional y asegura el reconocimiento y validez social, cultural e histórica del conocimiento construido por el estudiante: «La institucionalización no didáctica de un conocimiento no puede determinar a priori su propio valor científico y su alcance a partir de un proceso personal y local. Esta observación condena al constructivismo radical como modelo didáctico» (Brousseau, 2003, p. 5).

libros especializados, etc. ¿Cómo podemos hablar acerca de la construcción por el estudiante de algo que ya existe y fue construido anteriormente?

Por supuesto, se podría argumentar que, estrictamente hablando, los estudiantes no construyen el saber; se podría argumentar que, en sus esfuerzos constructivos, los estudiantes *reconstruyen* el saber cultural codificado en el currículo. Si vemos con detenimiento, sin embargo, no existe nada que de fé de una cosa así. Pensar que los estudiantes reinventan el saber matemático requeriría la adopción de una hipótesis muy fuerte: que el desarrollo ontogenético termina ineluctablemente coincidiendo con el desarrollo histórico. Esta hipótesis afirma que la ontogénesis recapitula la filogénesis.

Mi colega Fulvia Furinghetti de la Universidad de Génova y yo escribimos un largo capítulo para mostrar que esa hipótesis, formulada primero en el ámbito de la evolución biológica, no puede ser extrapolada a la educación y a la historia de las ideas (Furinghetti & Radford, 2008). La hipótesis de la recapitulación significaría que la cultura no es consubstancial del saber y del conocimiento. En efecto, independiente de la cultura, el desarrollo del individuo estaría simplemente siguiendo el desarrollo histórico. Vemos, pues, cuán problemática es la idea de la reconstrucción del conocimiento.

A nivel de la evolución histórica del saber, dicha idea, también implicaría que el saber matemático tiene su propia finalidad, es decir, tiene su propio *telos*. Esto equivaldría a pensar que el saber matemático está dotado de alguna manera con una línea propia de desarrollo. Esto equivaldría a pensar que si nos aplicáramos concienzudamente, todos terminaríamos pensando matemáticamente de la misma manera. Esta es una hipótesis muy racionalista —que Piaget (1973) adoptó. Sin embargo, un sinnúmero de datos de investigación antropológica y etnomatemática simplemente echa al suelo tal hipótesis (Lancy, 1983; Lizcano, 2009; Owens, 2001; Pumuge, 1975). Las antiguas matemáticas griegas son substancialmente diferentes de las antiguas matemáticas chinas, por ejemplo. Ambas matemáticas se desarrollaron en diferentes direcciones y bajo diferentes supuestos teóricos. Las Matemáticas no tienen un significado cultural invariable, ni se desarrollan en el mismo sentido y en una sola dirección.

La tensión de la que estaba hablando hace un momento —la tensión que hace temblar al Arco del Triunfo— aparece al tratar de conciliar el lado subjetivo del saber como construcción personal, y el saber históricamente constituido codificado en libros de texto, documentos curriculares, etc. La tensión resulta de las contradicciones inherentes a las formas culturales de producción material y conceptual. Marx (1988) resumió estas contradicciones en sus *Manuscritos económico-filosóficos* cuando estuvo reflexionando sobre

el trabajo, los trabajadores y los productos de los trabajadores. El trabajador produce algo, un producto. Como resultado de su trabajo, ese producto lleva consigo la realización subjetiva del trabajador: su *expresión humana* (Fischbach, 2012). El objeto producido, sin embargo, entra a un mundo de productos con su implacable lógica comercial que trasciende al trabajador y que lo deja, no sin el objeto producido, sino sin los medios de plasmar en él su subjetividad, su dimensión humana. Sin esta posibilidad de expresión, el trabajador termina en la alienación (Radford, 2016).

Dentro de estas formas de producción mercantiles hay una brecha inevitable entre, por un lado, las construcciones individuales, su sentido personal, su valor subjetivo, y, por el otro lado, el sistema económico que lo envuelve. Hay una distancia que no existía en la antigüedad o en la Edad Media. Este fenómeno, que fue inevitablemente producido por las formas modernas de producción a partir del capitalismo manufacturero en el siglo XVI (Beaud, 2004), ocurre también con el saber. Cuando concebimos el saber como una construcción personal, hacemos una transposición de formas de producción material a formas de producción del saber. Y al hacerlo, importamos la contradicción inherente de las formas de producción al ámbito epistemológico.

El objeto conceptual que la labor del estudiante produce, su producto conceptual, se opone al saber cultural que (inscrito en el currículo y en los libros de texto) es visto como un poder independiente del estudiante. La única posible conciliación aquí es adoptar, como hizo Piaget, una postura racionalista, y esperar que las construcciones personales de los estudiantes, impulsados y guiados por una misteriosa mano, convergan con el saber existente en su cultura.

A decir verdad, existe otra posible solución: renunciar a la idea de conciliación y afirmar que nuestras construcciones conceptuales son ideas personales viables que permanecen, en virtud de la experiencia personal que las hacen posibles, inconmesurables de estudiante a estudiante —como en el constructivismo radical y sus otras versiones más sociales (ver, por ejemplo, Thompson, 2014). Sin embargo, nótese que, en este caso, la tensión no está resuelta: es desplazada. De una u otra forma, todavía podemos escuchar el arco del triunfo temblar.

Me parece que es Popkewitz (2004) quien ha expuesto de la manera más clara posible la tensión que surge de las premisas epistemológicas que consideran el saber como una construcción personal. Como Popkewitz advierte, el currículo y los libros de texto transmiten visiones conceptuales ineludibles y elementos normativos de las matemáticas y sus expertos. El resultado es que el niño no es realmente libre de escoger y construir su propio saber. La

libertad del niño para efectuar sus propias construcciones conceptuales es tan solo el efecto de una ilusión. Verdad y técnicas no provienen del niño, sino de las matemáticas:

El niño es un agente que utiliza las fórmulas y aplicaciones adecuadas de las técnicas de modelado de las matemáticas para probar y dar fé de lo que aparece en el mundo exterior. La resolución de problemas se convierte en una estrategia para poner de manifiesto la pericia y habilidad de la ciencia como el árbitro de la verdad y la falsedad. (Popkewitz, 2004, pp. 21-22)

Popkewitz continúa su análisis diciendo que a través de nuestras estructuras pedagógicas de clase dirigimos “la atención de los niños a propuestas que ya han sido confirmadas en el mundo a priori de la escuela y la investigación en educación matemática. Las Matemáticas son una herramienta para probar y confirmar un mundo empírico” (Popkewitz, 2004, p. 21). Resulta, pues, que a través de nuestras decisiones y diseños pedagógicos en las aulas de clase, sin quererlo, empujamos a los estudiantes hacia actividades intelectuales y conceptualizaciones matemáticas establecidas de antemano. Sin quererlo, creamos un formidable Efecto *Topaz* y pensamos ingenuamente que los estudiantes están produciendo su propio saber.

5. Una lucha contra la alienación

En las secciones anteriores he argüido que la escuela de la sociedad capitalista contemporánea crea una tensión irresoluble entre el polo subjetivo (el polo del sujeto) y el polo objetivo (el polo de la cultura). Dicha tensión resulta de las formas actuales de producción individualista del saber que fomenta la escuela, formas que terminan en la producción de la alienación. ¿Cómo podemos luchar contra esta situación?

La manera en la que los individuos occidentales llegaron a concebirse a partir del siglo XVI se ha convertido, desde hace algunos años, en uno de los temas recurrentes en las discusiones filosóficas y antropológicas (ver, por ejemplo, Cassirer, 1963; Shweder & LeVine, 1984; Todorov, 2000). Ha habido una toma de conciencia que la concepción del individuo como un ser soberano autor de su propio destino ha sido acompañada de una pérdida vital de conexión con el mundo y con los otros individuos (Taylor, 1989).

Encontramos en el filósofo alemán Edmund Husserl el ejemplo de un esfuerzo por repensar las relaciones entre los individuos y su mundo. Mientras

que en sus *Meditaciones Cartesianas de 1929* (Husserl, 1982) Husserl se interesa por la manera en la cual las cosas del mundo externo se presentan a la conciencia de un ser vivo encerrado en sí mismo, en su obra monumental de 1930, *Crisis de las Ciencias Europeas y la Fenomenología Transcendental* (Husserl, 1970), Husserl toma otro rumbo. En la *Crisis*, Husserl introduce una perspectiva histórica que hace énfasis en el mundo de la vida comunitaria compartida y la participación de los individuos en ella. La cuestión ya no es cómo una conciencia solitaria reconoce un mundo frente a ella a través de actos individuales de percepción y cognición.

La cuestión se torna en cómo la conciencia entra en contacto con un mundo público que antecede al movimiento mismo de la conciencia. Hegel había ya formulado el encuentro de la conciencia con el mundo que la antecede en términos de un *reconocimiento* del mundo que aparece primero como mundo “en sí mismo” pero que, en el curso de ese reconocimiento, se transforma para llegar a ser un “mundo para nosotros,” un reconocimiento que he teorizado en el capítulo anterior como un proceso de objetivación. Sin embargo, como ya he mencionado antes, en la toma de conciencia de este mundo público y sus formas de pensar y de hacer, ocurre una subjetivación: no sólo *reconocemos* el mundo. Nos *posicionamos* en él.

En otras palabras, la objetivación no es un proceso en frío, sino un proceso emocional, afectivo, que tiene que ver con la manera en la cual llegamos a ser, no pura materia biológica, sino *subjetividades* —*proyectos de vida sin terminar*, siempre en movimiento y evolución: entidades en procesos inacabados del devenir. Nunca somos un específico y acabado “yo”. Decir que somos proyectos de vida, quiere decir que estamos siempre en proyección, proyectándonos en un mundo que está allí, frente a nosotros, y que en el curso de la proyección, en el curso de las actividades sociales en que participamos, nos inscribimos en él. Decir que somos proyectos de vida, quiere decir que en esa proyección hay siempre un excedente: no podemos coincidir o aterrizar en el yo. Es por eso que nuestra ecuación de vida no es de igualdad, sino de desigualdad. Somos a la vez más y menos; somos yo ≠ yo.²⁴

Aunque nuestras escuelas y sistemas de educación en general están subsu-
midos dentro de un proyecto de sociedad político y económico —en nuestros
tiempos, un proyecto neo-liberal que enfatiza sin tregua las formas capitalis-
tas de producción que siguen promoviendo la alienación— sigo pensando
que, como educadores, no podemos simplemente darnos por vencidos.

24 Decir “soy” es, precisamente, hacer un acto de violencia al proyecto de vida que somos. Es por eso que, cuando nos referimos a nosotros mismos, no hay verbo más violento que el verbo ser. El verbo ser (por ejemplo, en la expresión “soy X”), aniquila el proceso de devenir en el que nos encontramos siempre. No hay momento más incómodo y engorroso que aquél en el que nos presentamos a otros como “soy fulano de tal”.

Desde el punto de vista histórico-cultural de la educación matemática en que se basa la teoría de la objetivación, una de las cuestiones que debemos plantearnos es: cómo encontrar aquéllas acciones que puedan garantizar que la educación matemática incluya una dimensión transformadora de los estudiantes que vaya más allá del ámbito puramente matemático e incluya explícitamente la transformación de la dimensión humana. Habría que ver al estudiante como mucho más que un simple resolutor de problemas matemáticos. Dada la compleja trama política y social en la que está inmersa la escuela (Valero, 2009), no creo que exista una sola línea de acción que permita esta transformación. Sólo en los cuentos de hadas puede existir una cosa así. Probablemente existen varias posibilidades que necesitan ser relacionadas unas con otras (por ejemplo las posibilidades que surgen de la consideración de la equidad, la inclusión y la conciencia política).

Creo que, desde una perspectiva educativa, la lucha contra la alienación no puede llevarse a cabo sin repensar las formas de producción del saber e imaginar nuevos modos de cooperación humana en la escuela (Radford, 2012). En particular, necesitamos alejarnos de formas individualistas de interacción social en el aula. Un punto de partida podría ser la idea de *actividad* o *labor conjunta* desarrollada en los capítulos 4 y 5. Como ya lo he mencionado anteriormente, la actividad no debe ser vista como una simple cooperación entre individuos para lograr algo (que es una concepción funcionalista de la actividad), ni debe ser vista como un simple *medio* (que es una concepción pragmática de la actividad). La actividad es más bien un *sistema* en constante desarrollo (Leont'ev, 2009).

Habría que pensar que es en la actividad, vista como *sistema en movimiento*, que ocurre la *realización* del sujeto. En un pasaje de los *Manuscritos económico-filosóficos* de 1844 Marx (2007, p. 121) pregunta: “¿qué es la vida?” y responde inmediatamente: “la actividad”. La actividad debe ser vista como una fuente de vida; una *labor conjunta* en la que llegamos a actuar, pensar y sentir *juntos*, en la realización de lo que Hegel (2001) llamaba “la obra común”. Mi tesis, para decirlo brevemente, es que debemos concebir la actividad como labor conjunta, y la labor conjunta como una labor de estudiantes, y de docentes y estudiantes que trabajan hombro con hombro, amparados en formas no individualistas de cooperación humana y formas comunitarias de producción de saberes.

Para poder seguir adelante en esta conceptualización, debemos precisar aún más las características de la labor conjunta. Una línea de acción que hemos propuesto en la teoría de la objetivación parte de una idea de labor conjunta que implica un “*togetherring*” subsumido en una dimensión ética.

Dicha dimensión busca asegurar la creación de posibilidades de crecimiento humano en el aula de matemáticas.

6. Ser y subjetividades en la teoría de la objetivación

El ser en el que hacemos énfasis en la teoría de la objetivación gira en torno a una ética comunitaria que está dirigida por la responsabilidad, por el compromiso hacia los demás y el cuidado del otro. Estos tres vectores vienen a configurar la estructura esencial de la subjetividad. Ya hemos hecho referencia a la *responsabilidad* como unión, nexo, vinculación, conexión y enlace con el prójimo, que se expresa en la respuesta que hacemos al llamado del otro, llamado que proviene no necesariamente de una formulación lingüística o semiótica, sino de la mera presencia de lo que no somos nosotros mismos (Lévinas habla del “rostro” del otro). Como no se trata de una responsabilidad formal o pragmática, sino ontológica, es decir de una responsabilidad que es constitutiva de subjetividades, que en nuestra respuesta no podamos hacer efectivamente algo por el otro, no es de importancia. La responsabilidad es un acto de darse o de entregarse (act of surrender).

Para asegurar la estructura de la subjetividad, aparece inmediatamente el *compromiso*, que es la promesa de hacer todo lo posible y lo imposible, en el transcurso de la actividad conjunta en la realización de la “obra común.” El *cuidado* es la preocupación por alguien. La puesta en movimiento del cuidado requiere el reconocimiento de la necesidad del otro y la acción solidaria intersubjetiva correspondiente. Lejos de ser un acto de condescendencia, el cuidado es la posibilidad de vernos a nosotros mismos en el otro; de reconocer nuestra vulnerabilidad en la vulnerabilidad del otro. A través del cuidado del otro, hay un reconocimiento de nosotros mismos que el simple reflejo que nos proporciona el espejo no logra hacer: cuando nos vemos frente a un espejo, siempre hay una distancia entre nosotros y el espejo (“Estoy frente al espejo y no en él” (Bakhtin, 1990, p. 32)). El cuidado del otro nos jala, nos arrastra poderosamente hacia el mundo y, a través de la necesidad y vulnerabilidad del otro, nos coloca en medio de ese mundo de sufrimientos y esperanzas.

Estos tres elementos principales de nuestra ética comunitaria conducen a una actitud general hacia el mundo que no es cognitiva o racional. Dichos elementos se materializan en una participación en aula, la cual imaginamos como un espacio público de debates, lo que los antiguos griegos llamaban la *polis*. En este espacio, los estudiantes son alentados a demostrar abiertamente a los demás la solidaridad y la conciencia crítica.

Dado que el trabajo conjunto y la ética comunitaria no son algo que van a aparecer en el aula de manera natural o por arte de magia, tenemos que crear las condiciones para su aparición. La ética que subyace al trabajo conjunto entre la profesora Giroux y Albert que hemos discutido anteriormente no ha surgido de la nada. Ésta ha sido cultivada a lo largo de meses, culminando en una confianza mutua.

Una línea de acción que hemos propuesto en la teoría de la objetivación y que hemos puesto en práctica con las clases de matemáticas con que hemos trabajado, se refiere a una redefinición de las formas de colaboración humana, basadas en la ética comunitaria descrita arriba. En este proyecto ético, alentamos a los estudiantes a discutir ideas matemáticas entre sus propios grupos y con otros grupos del aula. Veamos rápidamente un ejemplo de niños de 8-9 años de edad de tercer grado alrededor del álgebra.

En el primer paso los estudiantes trabajaron en grupos pequeños (2-3 estudiantes por grupo) en la producción de un texto que debía incluir: una historia de su invención, la traducción de esta historia a una ecuación algebraica, y la solución de la ecuación (ver Figura 26, cuadro 1 y 2), (para más detalles, ver Radford, 2012). Cada grupo tenía asignado otro grupo “correspondiente” con el cual un intercambio en fases consecutivas ocurría. El “correspondiente” grupo fue determinado en un proceso que llamamos el “emparejamiento de los grupos”; en ocasiones los grupos decidieron sus correspondientes grupos, en ocasiones el docente tomó la decisión, y algunas veces el proceso fue decidido al azar. En el segundo paso, un texto es dirigido al grupo correspondiente y viceversa. Cada grupo procede a leer y a evaluar las producciones del otro grupo (ver Figura 26, cuadro 3). Pedimos a los estudiantes que evaluaran el texto del grupo correspondiente con base a varios elementos, tales como:

1. ¿Es claro el texto?
2. ¿Encuentran que la respuesta dada es correcta?
3. ¿Encuentran la solución convincente?
4. ¿Encuentran la solución hermosa?

Una vez que han terminado de revisar críticamente el texto del otro grupo, los dos grupos se reúnen (ver Figura 26, cuadro 4). Los grupos se turnan para presentar sus resultados, haciendo énfasis en lo que les gustó de cada texto y en la manera de mejorarlo. Los equipos reaccionan a la crítica. El profesor también toma parte en el intercambio (ver Figura 26, cuadro 5). Después de haber examinado los textos de los grupos, como un último paso, los grupos trabajan juntos para tratar de llegar a un texto mucho mejor que el presenta-

do inicialmente. También son animados a compartir el texto final con otros grupos (ver Figura 26, cuadro 6).

La cuestión, por supuesto, no es simplemente cómo llegar a una mejor solución matemática. Aunque esto es importante, lo es también el hecho de que a través de este proceso, los estudiantes tienen una oportunidad de comprender a los otros. Esta comprensión no es simplemente cognitiva. La comprensión de otros, dice Heidegger: “no es es una conocida derivación del saber sobre ellos, sino primordialmente una clase existencial de Ser, el cual, más que cualquier otra cosa, hace posible tanto el saber como lo conocido” (1962, p. 161).



Cuadro 1



Cuadro 2



Cuadro 3



Cuadro 4



Cuadro 5



Cuadro 6

Figura 26. Las diversas partes en las cuales fue organizada una discusión entre grupos.

A través de este proceso, los estudiantes dirigen su producción matemática a alguien más, responden de manera responsable a la producción de alguien más, se vuelven críticos (por ejemplo, ellos aprenden a defender las ideas del grupo, las amplían y reflexionan sobre lo que se puede hacer a continuación), y son capaces de tomar la posición de alguien (por ejemplo, durante el segundo paso, el docente tiene la oportunidad de hacer preguntas tales como: “¿por qué ustedes piensan que el otro grupo escribió eso?”).

7. Resumen

La teoría de la objetivación plantea la educación matemática como parte de un proyecto educativo donde no se considera el aprendizaje como el aprendizaje de un determinado contenido conceptual. Para la teoría de la objetivación, el aprendizaje se trata de conocer y devenir (ver Figura 27). En este capítulo discutí la cuestión del ser, la subjetividad y la alienación.

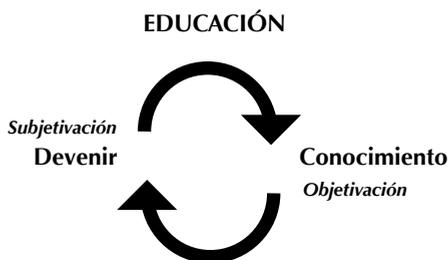


Figura 27. Educación como un proyecto de conocimiento y devenir.

Argumenté que el conocimiento y el devenir son procesos simultáneos. Mientras la objetivación se centra en los procesos de conocimiento, el devenir se centra en los procesos de subjetivación.

Las estructuras ontológicas del conocimiento y del devenir son similares: el conocimiento es la instanciación del saber, en el mismo sentido que la subjetividad es la instanciación del ser. Ambos ocurren en la labor conjunta.

El tipo de ser que enfatizamos en la teoría de la objetivación se basa en elementos éticos constituidos histórica y culturalmente, que la teoría valora y que nosotros nos esforzamos en promover a través de nuestras actividades en el aula. Ellos constituyen el fundamento de una ética comunitaria de responsabilidad, compromiso y cuidado del otro. Estos tres atributos dan

forma a la labor conjunta en la cual ocurre el aprendizaje. Ellos delinean una forma de ser que intenta oponerse a la forma utilitaria en que es promovido el individuo en formas capitalistas de producción transpuestas a la escuela, las cuales conciben al estudiante como un propietario privado y productor de su propio saber.

Argumenté que esas formas individualistas del ser están inherentemente alienadas. La perspectiva que he esbozado aquí abre posibilidades para repensar el aula y sus habitantes —el docente y sus estudiantes. Se abren posibilidades para superar la visión solipsista del estudiante como fuente y medio de sus propias concepciones. Por supuesto, todavía tenemos que entender la mejor manera de alentar nuevas formas de relaciones sociales, sus complejidades y resultados.

Para terminar, permítaseme señalar que la idea del salón de clase como *polis*, es decir como espacio público donde los estudiantes se expresan y se posicionan en discursos científicos, donde diferentes voces y perspectivas se encuentran, no es una idea romántica. Por el contrario, la labor conjunta, como la concebimos aquí, no es necesariamente una actividad pacífica. Ésta está llena de tensiones y diferencias. Pero en lugar de considerar estas diferencias como algo inevitable que hay que aceptar con compasión y con empatía, como nos piden los discursos neoliberales, hay que verlas como parte constitutiva de la labor conjunta. El objetivo no es, pues, remover o despejar esas tensiones; el objetivo es examinar críticamente esas diferencias para comprender los mecanismos que las sustentan. Quizás así tendremos una oportunidad de cambiar el mundo y a nosotros mismos.

Referencias

- Arendt, H. (1958). The modern concept of history. *The Review of Politics*, 20(4), 570-590.
- Baldino, R., & Cabral, T. (1998). Lacan and the school's credit system. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 22, pp. 56-63). Stellenbosch, South Africa. University of Stellenbosch: PME.
- Bakhtin, M. (1990). *Art and answerability*. Austin: University of Texas Press.
- Beaud, M. (2004). *A history of capitalism*. Delhi: Aakar Books.

- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.
- Brousseau, G. (2003). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques* [Glossary of some concepts of the theory of didactic situations in mathematics]. Retrieved on January 20, 2007, From http://dipmat.math.unipa.it/~grim/Gloss_fr_Brousseau.pdf.
- Cambiano, G. (1993). Devenir homme. In J. Vernant (Ed.), *L'homme grec* (pp. 171-215). Paris: Éditions du Seuil.
- Cassirer, E. (1963). *The individual and the cosmos in renaissance philosophy*. (Original work published in 1927). New York: Harper Torchbooks.
- Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31(3/4), 175-190.
- Fischbach, F. (2012). *Sans objet. Capitalisme, subjectivité, alienation* [Sin objeto. Capitalismo, subjetividad, alienación]. Paris: Vrin.
- Freire, P. (2004). *Pedagogy of indignation*. Boulder, Colorado: Paradigm Publishers.
- Furinghetti, F., & Radford, L. (2008). Contrasts and oblique connections between historical conceptual developments and classroom learning in mathematics. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education (2nd edition)* (pp. 626 - 655). New York: Taylor and Francis.
- Glaserfeld von, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London: The Falmer Press.
- Hegel, G. (2001). *The philosophy of history*. Kitchener, ON: Batoche Books. (Original work published 1837)
- Heidegger, M. (1962). *Being and time*. (Translated by J. Macquarrie & E. Robinson). New York: Harper.
- Husserl, E. (1970). *The crisis of the European science*. Evanston: Northwestern University Press.
- Husserl, E. (1982). *Cartesian meditations: An introduction to phenomenology*. (D. Cairns, Trans.). The Hague: Martinus Nijhoff Publishers.

- Illouz, E. (1997). *Consuming the romantic utopia: Love and the cultural contradictions of capitalism*. London: The University of California Press.
- Lancy, D. F. (1983). *Cross-cultural studies in cognition and mathematics*. New York: Academic Press.
- Le Goff, J. (1956). *Marchands et banquiers du moyen age*. (7th updated edition, 1986). Paris: Presses Universitaires de France.
- Leont'ev, A. N. (1974). The problem of activity in psychology. *Soviet Psychology*, 13(2), 4-33.
- Leont'ev [or Leontyev], A. N. (2009). *Activity and consciousness*. Pacifica, CA: MIA. Retrieved August 29, 2009, from <http://www.marxists.org/archive/leontev/works/activity-consciousness.pdf>.
- Lévinas, E. (1982). *Éthique et infini*. Paris: Fayard.
- Lizcano, E. (2009). *Imaginario colectivo y creación matemática*. Madrid: Gedisa.
- Marx, K. (1988). *Economic and philosophic manuscripts of 1844*. Amherst, New York: Prometheus Books. (Original work published 1932).
- Marx, K. (2007). *Manuscrits économique-philosophiques de 1844 [Manuscritos económico-filosóficos de 1844]*. (F. Fischbach, Trans.). Paris: Vrin. (Original work published 1932)
- Owens, K. (2001). Indigenous mathematics: a rich diversity. *Mathematics: Shaping Australia. Proceedings of the Eighteenth Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers*, 151–167. Retrieved February 17, 2006, from: <http://www.aamt.edu.au/ICSIMAN/resources/papers/owens.pdf>.
- Pais, A. (2011). *Mathematics education and the political: An ideology critique of an educational research field*. Ph. D. Dissertation. Aalborg, Denmark: Department of Learning and Philosophy. Aalborg University.
- Piaget, J. (1973). *To understand is to invent. The future of education*. New York: Grossman.
- Popkewitz, T. (2004). The alchemy of the mathematics curriculum: Inscriptions and the fabrication of the child. *American Educational Research Journal*, 41(1), 3-34.

- Pumuge, H. M. (1975). The counting system of the pekai-alue tribe of the topopul village in the ialibu sub-district in the southern highlands district, papua new guinea. *Science in New Guinea*, 3(1), 19-25.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación [Elements of a cultural theory of objectification]. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, 103-129 (available at: <http://www.laurentian.ca/educ/lradford/>).
- Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: Epistemology, history, classroom, and culture* (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.
- Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 101-118.
- Radford, L. (2013). Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas. In A. Ramirez y Y. Morales (Eds). *Memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*. Santo Domingo, República Dominicana, November 6-8, 2013 (disponible en la página: <http://luisradford.ca>)
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación [on the theory of objectification]. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
- Radford, L. (2015). Of love, frustration, and mathematics: A cultural-historical approach to emotions in mathematics teaching and learning. In B. Pepin & B. Roesken-Winter (Eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education* (pp. 25-49). New York: Springer.
- Radford, L. (2016). On alienation in the mathematics classroom. *International Journal of Educational Research*, 79, 258-266. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijer.2016.04.001>.
- Radford, L., & Roth, W. -M. (2011). Intercorporeality and ethical commitment: An activity perspective on classroom interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 227-245.
- Shweder, R., & LeVine, R. (1984). *Culture theory. Essays on mind, self, and emotion*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Spinoza, B. (1989). *Ethics including the improvement of the understanding* . (R. Elwes, Trans.). Buffalo: Prometheus. (Original work published 1667)
- Taylor, C. (1989). *Sources of the self*. Cambridge, Ma: Harvard University Press.
- Thompson, P. (2014). Constructivism in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 96-100). New York: Springer.
- Todorov, T. (2000). *Éloge de l'individu [Elogio del individuo]*. Paris: Adam Biro.
- Valero, M. (2004). Postmodernism as an attitude of critique to dominant mathematics education research. In P. Walshaw (Ed.), *Mathematics education within the postmodern* (pp. 35-54). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Valero, P. (2009). Mathematics education as a network of social practices. In *Proceedings of the 6th conference of European research in mathematics education (CERME 6)*. Lyon, France, Jan. 28th - Feb. 1, 2009. (Retrieved on December 10 2010 from) <http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/plenary2-valero.pdf>.
- Vygotski, L. (1985). *Pensée et langage*. Paris: Messidor.
- Vygotsky, L. S. (1987). *Collected works* (Vol. 1). R. W. Rieber and A. S. Carton (Eds.). New York: Plenum.
- Vygotsky, L. S. (1999). *Collected works (vol. 6)*. R. W. Rieber (Ed.). New York: Plenum.

Reconocimientos

Este capítulo está basado en notas preparadas para el taller que di en la Universidad Nacional de Seúl, Corea del Sur, en 2012. La traducción al español fue realizada por Rodolfo Vergel Causado, a quien agradezco profundamente su ayuda. También agradezco a Alfonso Ulises Salinas Hernández por su relectura y comentarios.